

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. М.В. ЛОМОНОСОВА

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*В.А. Буров, К.М. Иванов-Шиц*

ИСКАЖЕНИЕ ФОРМЫ И ПОГЛОЩЕНИЕ  
МОЩНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В  
ЖИДКОСТИ

Методическая разработка  
специального практикума  
кафедры акустики



Физический факультет МГУ  
2004

УДК 534.222

Рецензенты:

доцент, кандидат физ.-мат. наук О.А. Сапожников;

доцент, кандидат физ.-мат. наук П.Н. Кравчун.

Печатается по решению методической  
комиссии кафедры акустики.

**Буров В.А., Иванов-Шиц К.М. Искажение формы и поглощение мощных ультразвуковых волн в жидкости.**

Методическая разработка спецпрактикума кафедры акустики.

М.: Физический факультет МГУ, 2004. - 31 с.

Учебное пособие рассчитано на студентов старших курсов физического факультета. Задача посвящена экспериментальному исследованию закономерностей искажения гармонической волны вблизи излучателя плоской ультразвуковой волны по мере её распространения в воде. Описанию экспериментальной установки предшествует краткое изложение теории изучаемых явлений.

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № Ш-1575.003.2 и гранта №01-02-16282 Российского фонда фундаментальных исследований.

Отпечатано в отделе оперативной печати физического факультета

© Буров В.А., 2004 г.

© Физический факультет МГУ, 2004 г.

**Оглавление**

	стр.
§1. Введение	4
§2. Теория	4
§3. Экспериментальная установка и методика измерений	18
§4. Последовательность выполнения эксперимента	23
§5. Упражнения	28
Литература	30

## § 1. Введение

Процессы, сопровождающие распространение мощных ультразвуковых волн, относятся к нелинейной акустике. Интерес к ней вызван тем, что появившиеся мощные источники ультразвуковых волн оказались эффективным средством исследования различных веществ, а также средством воздействия на ряд физических, химических и биологических процессов.

Интенсивные волны обладают рядом совершенно новых свойств, резко отличных от свойств волновых процессов малой интенсивности.

Цель настоящей работы — качественное наблюдение некоторых из этих особенностей на примере распространения плоских акустических волн большой интенсивности в воде, а также сравнение количественных оценок, получаемых при теоретическом рассмотрении процесса распространения волн в недиспергирующих средах, с результатами эксперимента.

## § 2. Теория

В случае одномерного движения уравнения гидродинамики идеальной жидкости могут быть записаны в виде

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

— уравнение движения жидкости (уравнение Эйлера) и

$$\rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

— уравнение непрерывности. Здесь  $\rho$  — плотность,  $v$  — скорость частиц среды (колебательная скорость),  $p$  — избыточное звуковое давление.

Уравнения должны быть дополнены уравнением состояния среды, связывающим давление с плотностью среды. В случае идеального газа (адиабатический процесс)

$$P = P_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma,$$

где  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и объеме, а

$$P = P_0 + p. \text{ Тогда } p = P_0 \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right].$$

Для жидкости можно записать эмпирическое уравнение состояния в аналогичной форме (уравнение Тэта)

$$p = P_* \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\Gamma - 1 \right],$$

где  $P_*$  и  $\Gamma$  — константы (для данной жидкости), определяемые из экспериментов. Нелинейный параметр  $\Gamma$  имеет порядок нескольких единиц (до десяти), хотя  $c_p/c_v \approx 1$ .  $P_*$  — внутреннее давление в жидкости, определяемое межмолекулярным взаимодействием. Для воды  $P_* \approx 3 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$ ;  $\Gamma \approx 7$ .

Введем величину скорости  $c$ , которая удовлетворяет соотношению

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad (3)$$

и имеет смысл локальной скорости звука малой амплитуды в возмущенной среде. Тогда уравнения (1) и (2) будут:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{c^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0,$$

(3')

$$\rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Впервые строгое решение для этой системы нелинейных уравнений было дано Риманом в 1860 году. Им была введена функция

$$\sigma = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{c(\rho)}{\rho} d\rho, \quad (4)$$

имеющая размерность скорости, для которой

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}.$$

Исходная система (1), (2) примет вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + c \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + v \frac{\partial \sigma}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial x} = 0.$$

Введём вспомогательные функции  $R = \sigma + v$  и  $L = \sigma - v$ . Складывая и вычитая друг из друга получившиеся выше уравнения, получим:

$$\frac{\partial R}{\partial t} + (v+c) \frac{\partial R}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} + (v-c) \frac{\partial L}{\partial x} = 0.$$

Операторы  $\frac{\partial}{\partial t} + (v \pm c) \frac{\partial}{\partial x}$  описывают дифференцирование по времени в системах отсчёта, движущихся со скоростями  $v \pm c$ . Отсюда видно, что величина  $R$  не меняется при движении со скоростью  $v+c$ , а величина  $L$  – при движении со скоростью  $v-c$ . Иначе говоря, возмущения  $R$  и  $L$  переносятся со скоростями  $v \pm c$ , т.е. описывают волны, распространяющиеся влево и

вправо. Функции  $R$  и  $L$  называются инвариантами Римана. Если интересоваться волной, распространяющейся в положительном направлении, то волна  $L$  отсутствует, т.е.  $L = \sigma - v = 0$ . Тогда  $R = 2v$ , и таким образом приходим к нелинейному уравнению для колебательной скорости:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v + c) \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Решение этого уравнения при гармоническом возбуждении  $v|_{x=0} = v_0 \sin \omega t$  можно записать в виде

$$v = v_0 \sin \omega \left( t - \frac{x}{c + v} \right).$$

Используя (3) и (4), найдем связь между  $c$  и  $v$ :

$$v = \frac{2}{\Gamma - 1} (c - c_0), \text{ где } c_0^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho = \rho_0}.$$

Отсюда  $c = c_0 + \frac{\Gamma - 1}{2} v$ , и решение уравнения (5) запишется так:

$$v = v_0 \sin \omega \left[ t - \frac{x}{c_0 \left( 1 + \frac{\Gamma + 1}{2} \frac{v}{c_0} \right)} \right]. \quad (6)$$

Решение в этой форме выражено неявно. При  $v \rightarrow 0$  оно переходит в обычное решение линейной акустики.

Важно отметить, что, даже при линейном уравнении состояния ( $\Gamma = 1$ ), нелинейность в (6) не исчезает и определяется нелинейными членами уравнений гидродинамики.

Вид полученного решения говорит о том, что участки волнового

возмущения, имеющие различные колебательные скорости  $v$ , распространяются с различной скоростью, т. е. точки с  $v > 0$  обгоняют точки с  $v < 0$ .

Для малых чисел Маха ( $M = v/c_0 \ll 1$ ) можно считать, что скорость распространения участков возмущения, имеющих колебательную скорость  $v$ , будет определяться величиной  $c_0 + (\Gamma + 1)v/2$  и мало отличаться от значения  $c_0$ . Это означает, что при перемещении волны на небольшие (сравнимые с длиной волны) расстояния изменения в ее форме будут незначительны. Однако эти небольшие различия в скорости приводят к постепенно накапливающемуся искажению ее формы, которое на больших расстояниях может стать очень заметным. Таким образом, при любом конечном  $v$  и достаточно большом  $x$  начинает сказываться нелинейность полученного решения.

Проследим за искажением формы волны по мере ее распространения. Это удобно сделать графически (рис. 1). Так как источник совершает колебания по закону

$$v(t)|_{x=0} = v_0 \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

то пространственная форма волны у источника будет

$$v(x) = v_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x; \quad x \leq \lambda.$$

Через время  $t_1 \gg T$  нулевые точки волны ( $v=0$ ) переместятся на расстояние  $x_1 = c_0 t_1$ ; остальные точки ( $v \neq 0$ ) переместятся на

$$x = \left( c_0 + \frac{\Gamma + 1}{2} v \right) t_1.$$



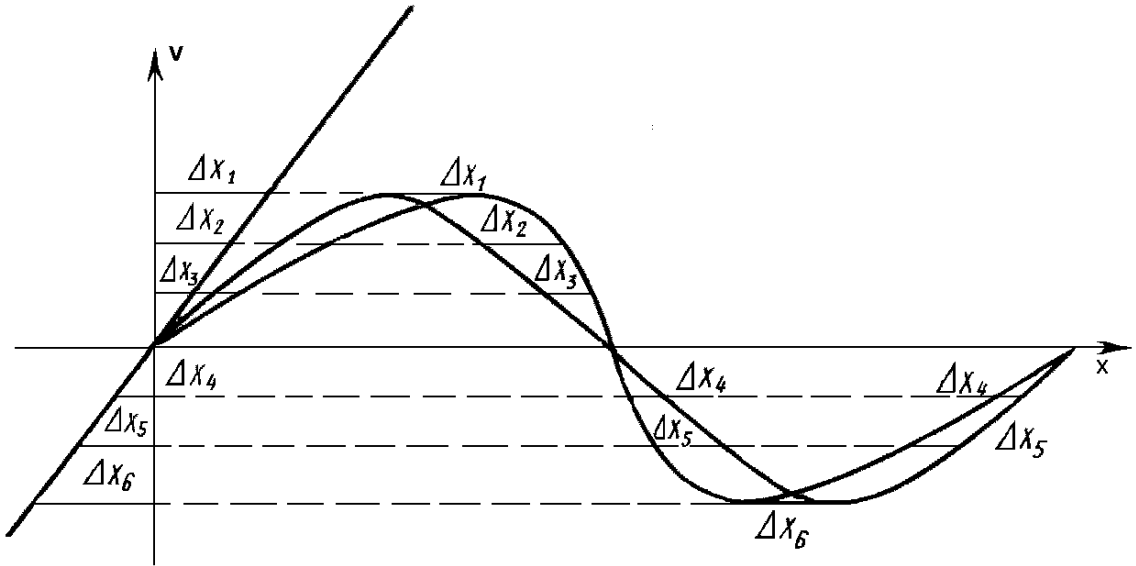


Рис. 1. Искажение формы волны по мере ее распространения.

Таким образом, точка волны, соответствующая скорости  $v$ , окажется смещенной (относительно нулевой) на

$$\Delta x = \frac{\Gamma + 1}{2} v t_1 = \frac{\Gamma + 1}{2} \frac{v}{c_0} x_1. \quad (7)$$

Новую форму волны (через время  $t_1$ ) можно получить, построив синусоиду, соответствующую начальному виду волны, и сдвинув все ее точки (по оси абсцисс) на соответствующие величины  $\Delta x$ . На рис. 1 для удобства построения из начала координат проведена прямая

$$v = kx; \quad k = \frac{2}{\Gamma + 1} \frac{c_0}{x_1},$$

и каждая точка синусоиды смещена на соответствующую величину.

Из этих построений видно, что при увеличении  $x$  форма волны будет все время изменяться: передний участок становится более крутым, а задний — более пологим.

На некотором расстоянии в нулевой точке ( $v = 0$ ) фронт волны испытает

разрыв. Это расстояние ( $x_p$ ) можно найти из условия, что угол наклона прямой  $v=kx$  равен углу наклона синусоиды при  $v = 0$ :

$$\frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{v=0} = k \quad \text{или} \quad v_0 \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2}{\Gamma + 1} \frac{c_0}{x_p}.$$

Отсюда

$$x_p = \frac{2}{\Gamma + 1} \frac{c_0^2}{\omega v_0}.$$

Если продолжать такое построение и далее (рис.2), то появится неоднозначность в поведении  $v(x)$ . Этого в реальной среде не произойдет. Необходимо учитывать наличие вязких потерь, которыми теперь пренебрегать нельзя, так как появляются очень большие перепады скорости.

Для рассмотрения этих особенностей в исходных уравнениях следует учесть диссипацию энергии за счёт вязкости, т. е. использовать уравнение Навье—Стокса.

Уравнение движения примет вид

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} - b \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0,$$

где  $b = \xi + \frac{4}{3}\eta$  (для воды  $b = 4 \cdot 10^{-2}$  пуаз  $= 4 \cdot 10^{-3}$  кг/(м·с)). Здесь  $\eta$  – коэффициент сдвиговой вязкости,  $\xi$  – коэффициент объёмной вязкости. Уравнение непрерывности в данном случае остается без изменений. Уравнение состояния для большинства жидкостей также можно оставить прежним.

Решение для малых амплитуд имеет вид затухающих волн:

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{b\omega^2}{2c_0^3\rho} x\right) \sin \omega \left( t - \frac{x}{c_0} \right). \quad (8)$$

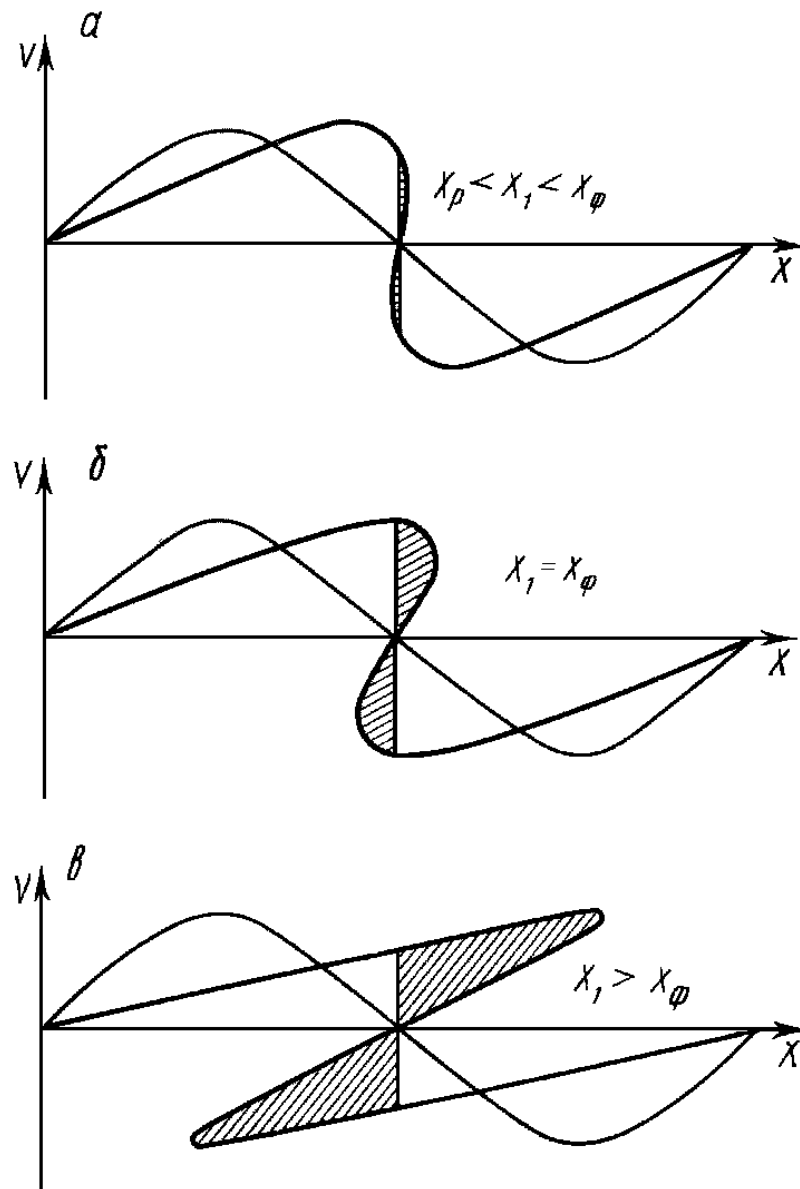


Рис. 2. График перепада скорости в разрыве.

Поглощение энергии препятствует накоплению нелинейных искажений. Из (8) видно, что заметное затухание (в  $e$  раз) будет наблюдаться на расстоянии  $x_{\text{зам}} = 2c_0^3 \rho / b\omega^2$ . Влияние поглощения на процесс формирования разрыва будет существенным, если  $x_{\text{зам}} < x_p$ , в противном случае ( $x_{\text{зам}} > x_p$ ) разрывная форма волны успеет сформироваться. Сравнение  $x_{\text{зам}}$  и  $x_p$  приводит к соотношению

$$\frac{x_{зам}}{x_p} = \frac{\rho c_0 v_0}{b \omega} (\Gamma + 1).$$

Величина  $\rho c_0 v_0 / b \omega = \rho_0 / b \omega$  носит название акустического числа Рейнольдса и обозначается символом  $Re$ . Его структура аналогична гидродинамическому числу Рейнольдса, равному  $vd/\nu$ , где  $v$  — скорость потока,  $d$  — характеристический размер, а  $\nu = \eta/\rho$  — кинематическая вязкость. Действительно, учитывая, что  $c_0 \omega = \lambda/2\pi$ , получим  $Re = v_0 \lambda \rho / 2\pi b$ , т.е. роль  $d$  играет длина волны, а амплитуда колебательной скорости  $v_0$  заменяет скорость потока.

Таким образом, при  $Re \ll 1$  нелинейные эффекты подавляются вязким затуханием и линейный подход к задаче будет правомерен.

Анализ уравнений для вязкой жидкости при  $Re \gg 1$  показывает, что вплоть до  $x_p$  форма волны меняется практически так же, как в случае идеальной жидкости. Однако дальнейший анализ эволюции формы волны требует учёта вязкости среды. Система уравнений, аналогичная (3'), но дополненная вязким членом, уже не может быть сведена строго к паре идентичных уравнений. Действительно, (4) приводит к системе

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + v \frac{\partial \sigma}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + c \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{b}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \quad (10)$$

Если снова ввести  $R = \sigma + v$  и  $L = \sigma - v$ , то получим

$$\frac{\partial R}{\partial t} + (v+c) \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{b}{2\rho} \frac{\partial^2 (R-L)}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} + (v-c) \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{b}{2\rho} \frac{\partial^2 (R-L)}{\partial x^2},$$

т.е.  $R$  и  $L$  уже не являются инвариантами. Можно показать, что в предположении малости числа Маха, т.е. отношения  $v/c$ , взаимодействие встречных волн, описываемых функциями  $R$  и  $L$ , пренебрежимо мало. Поэтому, если интересоваться волной, распространяющейся вправо, то можно принять  $L=0$ , т.е., как и раньше,  $R=2v$ . В итоге получим уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{b}{2\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad (11)$$

носящее название уравнения Бюргерса. Поскольку имеет место соотношение

$$c = c_0 + \frac{\Gamma - 1}{2} v,$$

то уравнению Бюргерса можно придать вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (c_0 + \varepsilon v) \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{b}{2\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0,$$

где  $\varepsilon = \frac{\Gamma + 1}{2}$ .

Для решения задач с источниками, заданными на границе, удобно вместо переменных  $x, t$  использовать  $x$  и  $\tau = t - x/c_0$ . Последняя запись позволяет в явном виде учесть задержку волны из-за конечности скорости распространения. Переходя к новым переменным и учитывая, что при этом зависимость формы волны от  $x$  получается очень «медленной», получим следующую форму уравнения Бюргерса:

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial \tau} - \frac{b}{2\rho c_0^3} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} = 0.$$

Граничное условие, соответствующее гармоническому возбуждению первичной волны колебательной скорости (не смещения частиц!), будет:

$$v|_{x=0} = v_0 \cos \omega t. \quad (12)$$

Подстановка вида

$$v = \frac{b}{\varepsilon c_0 \rho_0} \frac{\partial}{\partial \tau} (\ln U)$$

упрощает уравнение Бюргерса:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}. \quad (13)$$

Граничное условие (12) при этом переходит в

$$U|_{x=0} = \exp\left(-\varepsilon \frac{\rho_0 c_0 v_0}{b \omega} \cos \omega \tau\right). \quad (14)$$

Зависимость от времени такого граничного возбуждения представляет собой при больших значениях  $\varepsilon \frac{\rho_0 c_0 v_0}{b \omega}$  последовательность коротких импульсов очень малой длительности.

Уравнение (13) является уравнением типа уравнения теплопроводности, и его решение для полученного граничного условия получается с помощью функции Грина соответствующего уравнения:

$$U = \frac{1}{\sqrt{4\pi x b / 2c_0^3 \rho_0}} \int \exp(-\varepsilon Re \cos \omega \tau') \cdot \exp\left(-\frac{(\tau' - \tau)^2}{4b / 2c_0^3 \rho_0}\right) d\tau'.$$

Специфический вид граничного условия определяет весь характер полученного решения, поскольку значение интеграла определяется величиной и формой упомянутого короткого импульса. Приближённая оценка полученного интеграла и переход к исходной переменной  $v$  позволяет провести анализ решения для больших значений  $\varepsilon Re$ . Особенность подынтегрального выражения заключается в малой ширине и

большой амплитуде первого экспоненциального множителя, что позволяет использовать методы приближённого интегрирования. Функция Грина представляет собой постепенно «расплывающуюся»  $\delta$ -функцию. Ширина фронта в окрестности  $x_\phi$  определяется шириной короткого всплеска (14), которая, в свою очередь, определяется значением  $\varepsilon \frac{\rho_0 c_0 v_0}{b\omega}$ .

Основным результатом этого анализа, после обратного перехода к переменной  $v$ , является вывод, что по мере распространения волна приближается по своей форме к пилообразной.

Из (14) следует, что величина  $(\varepsilon \text{Re})^{-1}$  определяет долю периода волны  $\frac{\Delta}{\lambda}$ , занимаемую фронтом. Как показывают более точные расчёты, при  $x > x_p$  и значениях  $\text{Re} \approx 100$ , соответствующих интенсивностям ультразвука, используемого в задаче, эта величина составляет тысячные доли периода:

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{1 + \frac{\Gamma + 1}{2c_0^2} \omega v_0 x}{\pi \frac{\Gamma + 1}{2} \text{Re}}. \quad (15)$$

Длительность ударного фронта составляет, таким образом, несколько наносекунд, и на имеющейся аппаратуре не может быть измерена. Этому препятствует конечная ширина полосы акустического приёмника (около 10 МГц) и усилителя осциллографа (десятки МГц).

Поэтому для определения формы волны можно продолжить начатые построения, пренебрегая шириной фронта и оставляя только те участки волны, которые не заходят за границы начального разрыва при  $x \geq x_p$  (рис. 2). При этом будем считать, что избыточная энергия, «соответствующая» заштрихованным участкам, поглощается средой.

Из рис. 2 следует, что величина перепада скорости в разрыве  $v_p$  будет

расти и достигнет максимальной величины  $2v_0$ , когда волна приобретёт пилообразную форму. Назовем расстояние, на котором это произойдет, расстоянием формирования пики —  $x_\phi$ ; его можно найти из условия

$$\Delta x|_{v=v_0} = \frac{\lambda}{4},$$

что непосредственно видно на рис. 2, б. Тогда

$$x_\phi = \frac{2}{\Gamma+1} \frac{c_0^2}{\omega} \frac{1}{v_0} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} x_p.$$

При дальнейшем распространении волны величина перепада скорости  $v_p$  будет уменьшаться. Эта величина ( $v_p$ ) определяется скоростью  $v$  того начального участка синусоиды, который, смещаясь на  $\Delta x$  (при данном  $x$ ), догоняет нулевые участки волны ( $v = 0$ ). Обозначим абсциссу точки синусоиды, обладающей этой скоростью, через  $\xi$ . Тогда для определения  $v_p$  получим равенство

$$\xi + \Delta x = \frac{\lambda}{2}.$$

Простое выражение для  $v_p$  можно найти для расстояний  $x > (3-4)x_p$ . Считая  $\xi/\lambda$  малой величиной, найдем

$$\frac{v_p}{2} = v = v_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} \xi \approx v_0 \frac{2\pi}{\lambda} \xi.$$

Подставив в вышеприведенное равенство значение  $\Delta x$  из (7) и найденное значение  $\xi$ , получим

$$v_p \approx 2 \frac{v_0 \pi}{1 + \frac{\Gamma+1}{2} v_0 \frac{\omega}{c_0^2} x}. \quad (16)$$



В отсутствие вязкости далее на всех расстояниях будет наблюдаться затухающая пилообразная волна. В реальной среде, как это следует из уравнения (15), на расстоянии  $x > x_p$  ширина фронта постепенно увеличивается и на некотором расстоянии ( $x_l$ ) она станет сравнима с длиной волны ( $\delta \approx 0,5$ ); волна вновь станет почти синусоидальной.

Это расстояние можно определить из условия

$$\delta \approx 0,5; \quad x_l \approx \frac{\rho c_0^3}{4bf^2} \frac{1}{2\pi}.$$

На этом расстоянии от излучателя, если на нем задано  $v = v_0 \sin \omega t$ , независимо от начальной скорости  $v_0$  ультразвуковая волна неизбежно ослабевает настолько, что практически вновь возвращается к синусоидальной форме.

Можно оценить амплитуду  $v'_0$  почти гармонической волны при  $x \approx x_l$ , подставив значение  $x_l$  в (16), учитывая при этом, что  $v_p/2 \approx v'_0$ :

$$v'_0 \approx \frac{v_p}{2} \Big|_{x=x_l} = \frac{b\omega}{\rho_0 c_0} \frac{\Gamma + 1}{2}.$$

Дальнейшее распространение этой волны близко к случаю малой амплитуды.

При  $x \geq x_l$  амплитуда вообще не зависит от  $v_0$ . Этот неожиданный на первый взгляд результат указывает на то, что независимо от начальной мощности на расстояниях от излучателя, определяемых лишь частотой и параметрами жидкости, нелинейные эффекты и вязкие потери приводят к тому, что мощность не превышает некоторой предельной величины.

Все предыдущее рассмотрение проводилось в предположении о плоском характере волны. Обычно работа ведется с пучками

ультразвуковых волн ограниченного сечения. Поэтому наши оценки всех характерных координат  $x_p$ ,  $x_f$ ,  $x_l$  будут справедливы, если они находятся в пределах области дифракции Френеля (прожекторная зона) используемого излучателя, длина которой

$$l \approx r_0^2 / \lambda,$$

где  $r_0$  — радиус излучателя. За этой зоной пучок начинает заметно расходиться, что ускоряет процесс убывания энергии волны, и при  $x_p \gg l$  разрыв вообще не образуется.

Структура звукового поля в прожекторной зоне очень сложна. Как показывают расчеты, в различных точках ультразвукового пучка амплитуда колебательной скорости изменяется от 0 до  $2v_0$ . Однако средняя по сечению амплитуда остается в линейном приближении постоянной, как у плоской волны. Строгого решения аналогичной задачи с граничными условиями для нелинейных уравнений гидродинамики в настоящее время не существует, а имеющиеся экспериментальные результаты находятся в удовлетворительном согласии с изложенной здесь теорией.

### **§ 3. Экспериментальная установка и методика измерений**

Установка предназначена для наблюдения и измерения искажения и поглощения ультразвуковых волн в воде (рис. 3). Используется импульсный режим работы генератора. Это позволяет избавиться от кавитации (возникновение в жидкости газовых пузырей), возникающей при длительном и непрерывном воздействии ультразвуковых колебаний на среду, в результате чего появляется значительное дополнительное поглощение, сильно

искажающее изучаемые явления. Этот режим позволяет также использовать сравнительно небольшой генератор, обладающий большим значением мощности в импульсе.

Генератор электрических импульсов создает радиоимпульсы длительностью в несколько микросекунд и частотой заполнения 1 МГц (рис. 4). Задающий генератор ( $f=1$  МГц) подключен к делителю частоты (коэффициент деления  $2^{11}=2048$ ), на выходе которого имеется формирующее устройство, с которого снимаются видеоимпульсы длительностью 8 и 16 мкс и частотой повторения около 500 Гц ( $T_{\text{повт}} = 2,048$  мс). Этими импульсами модулируются сигналы частотой 1 МГц, поступающие на модулятор с задающего генератора. Такая схема модуляции позволяет получить постоянную начальную фазу высокочастотного сигнала  $f=1$  МГц относительно модулирующего импульса, что необходимо для получения стабильной картины на экране осциллографа. С модулятора радиоимпульсы поступают на усилитель мощности (выходная мощность в импульсе  $\sim 2500$  Вт), а затем на пьезокерамический преобразователь-излучатель (диаметром около 4 см). Огибающая электрического импульса, подаваемого на излучатель, имеет несколько отличную от прямоугольной форму, поскольку используется усилитель мощности резонансного типа. Излучатель создает в кювете пучок ультразвуковых волн, который на другом конце кюветы практически полностью поглощается. Для этого на конце кюветы созданы специальные условия: подобрана соответствующая геометрия конца кюветы, а стенки кюветы покрыты поглощающим материалом.

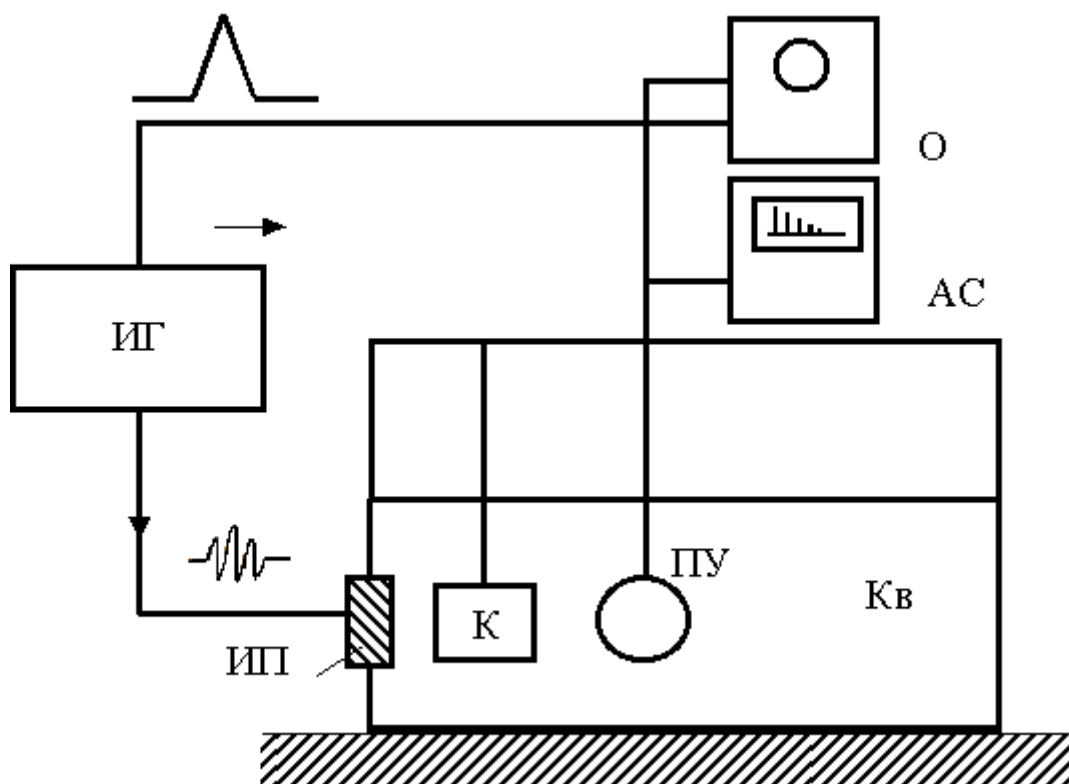


Рис. 3. Блок-схема измерительной установки: Кв—кювета, укрепленная в жесткой раме и заполненная водой; ИП — излучающий преобразователь, установленный в торце кюветы; ПУ — приемное устройство, укрепленное в подвижной каретке; ИГ — импульсный генератор; О — осциллограф; К — калориметр, АС — анализатор спектра.

На раме, в которой укреплена кювета, имеется каретка с приемным устройством, перемещающаяся по всей длине кюветы. Большая жесткость рамы и каретки позволяет сохранять высокую степень параллельности приемника и излучателя на всей длине перемещения каретки (около 60 см). Это очень существенно, так как малая длина волны ультразвука ( $\lambda=1,5$  мм) и достаточно большой размер приемника ( $d\approx 20$  мм) могут привести к резкому снижению чувствительности при появлении даже малых углов между плоскостями приемника и излучателя. Действительно, если угол будет  $\sim 4^\circ$ , то колебания основной частоты в разных точках приемника будут сдвинуты на  $\pi$

и чувствительность упадет до нуля. Нетрудно видеть, что еще более жесткие требования к параллельности предъявляют высшие гармоники.

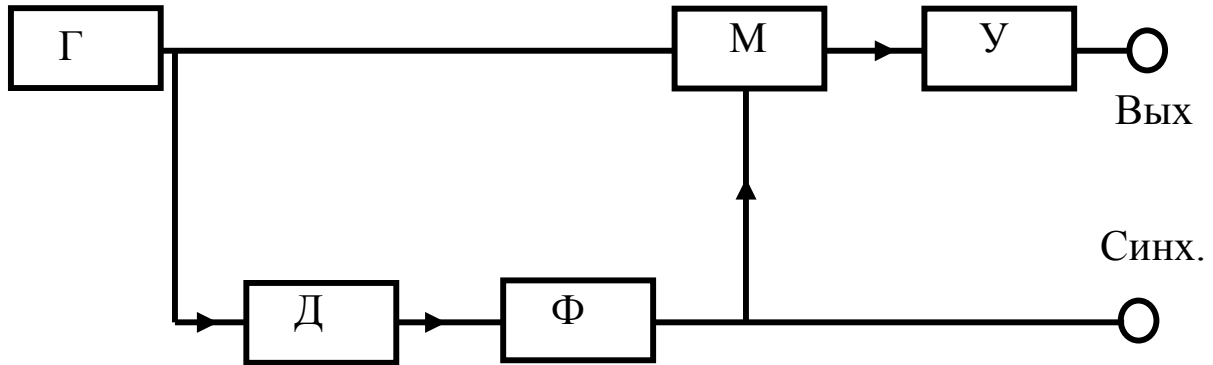


Рис. 4. Блок-схема генератора ультразвуковых импульсов: Г — задающий генератор, Ф — формирователь, Д — делитель, М — модулятор, У — усилитель мощности.

Приемник — тонкая пластина из пьезокерамики — имеет высокую резонансную частоту ( $>10$  МГц), что позволяет принимать сигналы не только основной частоты ультразвука, но и гармонические составляющие, которые в конечном итоге определяют форму волны. Частотная характеристика приемника равномерна вплоть до частот, близких к резонансной, так как добротность приёмной пластины в воде порядка 10. Значительные размеры пластины ( $\sim 2$  см) обусловлены двумя причинами: необходимостью получить достаточно низкий электрический импеданс приемника и требованием к усреднению принимаемых колебаний по сечению пучка ультразвуковых волн. Сигнал с приемника поступает на широкополосный осциллограф (полоса  $\Delta f > 50$  МГц); такая полоса определяет некоторые особенности его конструкции, в частности, осциллограф имеет короткий кабель с щупом, на конце которого имеется сменная делительная насадка вместо обычно применяемого встроенного аттенюатора. Осциллограф имеет ждущую развертку с задержкой, величина которой может плавно изменяться в широких пределах.

Это позволяет компенсировать время распространения сигнала от излучателя до приемника и получать на экране нужный участок импульса, при этом большая скорость развёртки позволяет детально рассмотреть форму колебаний в волне. Одновременно сигнал с приемника поступает на электронный анализатор спектра.

Для калибровки приемного тракта применяется калориметрический метод. С помощью калориметра измеряется поглощенная в нем энергия ультразвуковой волны, по величине которой определяются акустические характеристики волны. Калориметр — цилиндрический сосуд из пенопласта объемом около  $100 \text{ см}^3$ , с толстыми стенками, одна из торцевых сторон которого открыта, а другая сторона — дно — имеет сферическую форму. Высокий коэффициент отражения пенопласта и выбранная форма калориметра обеспечивает фокусировку и многократное отражение падающей звуковой волны, которая при этом практически полностью поглощается в воде, заполняющей калориметр. Открытая сторона (диаметром 3 см), затянутая тонкой пленкой, прозрачна для ультразвуковых волн, но препятствует теплообмену между калориметром и окружающей жидкостью. Эта сторона в процессе измерений подводится вплотную к излучателю, так что выходящая из калориметра волна (существенно ослабленная после переотражений внутри калориметра) отражается от поверхности излучателя и вновь возвращается в калориметр. Таким образом, для излучаемой волны калориметр является акустическим чёрным телом, поглощающим практически всю попадающую в него акустическую энергию. В стенке калориметра имеется отверстие для термометра.

Искажение формы ультразвуковой волны по мере ее распространения определяется в эксперименте по временной зависимости колебаний, наблюдаемой на экране осциллографа. Как уже было показано, можно считать, что пространственная форма волны мало меняется на расстояниях порядка её длины (при  $M \ll 1$ ). Отсюда следует, что пространственная форма

волны в окрестности некоторой точки  $x_0$  будет мало отличаться от временной зависимости колебаний в этой точке и, следовательно,

$$v(x_0 + \Delta x, t_0) \approx v(x_0, t_0 - \Delta t)$$

при

$$|\Delta x| = |c_0 \Delta t| \leq \lambda.$$

#### § 4. Последовательность выполнения эксперимента

Исследования начинают с получения на экране осциллографа четкой, неискаженной и неподвижной картины импульса при максимальном приближении приемника к излучателю. Для этого необходимо подобрать соответствующее ослабление, скорость развертки и время задержки. Импульс имеет колоколообразную огибающую, что обусловлено не только характеристикой усилителя мощности, но и ограниченной полосой пропускания резонансного излучателя.

Убедившись в том, что имеется хорошее изображение импульса, начинают плавно передвигать каретку; при этом для наблюдения одного и того же участка импульса необходимо вводить дополнительную задержку. Если форма колебаний изменяется в соответствии с теоретическими выводами, то можно приступить к калибровке приемного тракта. Для этого вблизи от излучателя при выключенном генераторе устанавливают калориметр, ориентируя его открытый конец на излучатель. Калориметр заливается водой из кюветы (через отверстие), и в нем замеряется температура. Затем включают генератор на фиксированное время  $T_{из}$  (порядка 100 с), после чего вновь производится измерение температуры. При работе генератора термометр должен быть вынут из калориметра.

Определив разность температур, можно рассчитать энергию, поглощенную за время  $T_{из}$ , по формуле

$$E = V_k \rho C_B \Delta t^\circ,$$

где  $C_B$  — теплоемкость воды (4200 Дж/кг·К);  $V_k$  — объем калориметра;  $\Delta t^\circ$  — изменение температуры воды;  $\rho$  — плотность воды.

Интенсивность звука в импульсе (удельная акустическая мощность) может быть найдена из соотношения

$$I = \frac{EQ}{T_{уз}S} = \frac{V_k \rho C_B \Delta t^\circ Q}{T_{уз}S},$$

где  $Q$  — скважность импульсов;  $S$  — сечение калориметра.

По известному соотношению [1] (для плоских синусоидальных волн)

$$I = \frac{v_0^2}{2} \rho c = \frac{p_0^2}{2\rho c}$$

можно определить амплитудные значения  $p_0$  (избыточное давление) и  $v_0$  (колебательная скорость).

Указанная методика расчета относится к импульсам с огибающей прямоугольной формы, т. е. импульсам с постоянной амплитудой колебаний основного сигнала. В нашем случае, когда импульс имеет колоколообразную форму, необходимо определить эффективную длительность прямоугольного импульса, энергия которого равнялась бы энергии реального импульса. Для этого измеряют «амплитуды» всех колебаний в импульсе  $A_i$  (амплитуда, которой можно пренебречь при измерениях, должна быть меньше 1/10 максимальной, чтобы ошибка не превышала 1—2%) и подсчитывают эквивалентное количество колебаний в импульсе прямоугольной формы, имеющих амплитуду  $A_{\max}$ :

$$n_{\text{эkv}} = \frac{\sum A_i^2}{A_{\max}^2}.$$



Затем определяют длительность эквивалентного импульса

$$t_{\text{имп.экв.}} = \frac{n_{\text{экв.}}}{f},$$

откуда

$$Q_{\text{экв.}} = \frac{T_{\text{повт.}}}{t_{\text{имп.экв.}}} = \frac{f T_{\text{повт.}}}{n_{\text{экв.}}},$$

где  $T_{\text{повт.}}$  — период следования импульсов,  $f$  — частота сигнала.

Точность определения звукового давления и колебательной скорости определяется точностью измерения разности температур, точностью измерения рабочего объема калориметра, а также качеством теплоизоляции калориметра. Ошибку, вносимую несовершенством теплоизоляции, можно оценить, если вновь измерить температуру в калориметре через интервал времени, равный времени  $T_{\text{из}} \approx (100-200)\text{с}$ .

Определив по указанным измерениям максимальную величину колебательной скорости, можно подсчитать характерные расстояния, на которых должен произойти разрыв ( $x_p$ ), а также сформироваться пилообразный сигнал ( $x_f$ ).

Экспериментальное определение этих расстояний связано с определенными трудностями, так как наблюдаемая на осциллографе форма колебаний несколько искажается приемным устройством, частотная характеристика которого имеет область резонансного подъема.

До появления разрыва приемник передает форму волны без искажения. При появлении в волне разрыва (что соответствует быстрому перепаду давления) приемная пластинка начинает интенсивно колебаться на собственной частоте («звенеть»). Эти колебания появляются в момент разрыва и медленно затухают со временем, налагаясь на колебания, вызванные ультразвуковой волной. На рис. 5 приведены характерные кривые формы

волны, наблюдаемые на разных расстояниях от источника. При  $x=x_p$  (рис. 5, а) осциллирующий процесс начинается на участке нарастания колебаний (крутой участок), т. е. в момент разрыва. Очевидно, что для исключения искажений, вносимых приемником при обработке осциллограмм, нужно произвести сглаживание кривой, которое показано на рисунке пунктиром. Появление осциллирующего процесса с удалением приемника от излучателя может служить критерием появления разрыва, т. е. определением точки  $x_p$ . Действительно, по мере роста крутизны фронта в волне появляются гармоники высших порядков. При длительности фронта  $\tau_{\phi p} = \Delta / c_0 < 1 / f_{рез}$  возникнут гармоники, частота которых близка к собственной частоте приемника, и произойдет заметная раскачка колебаний на  $f_{рез}$  приемника. При дальнейшем увеличении расстояния момент вступления осцилляции начинает сдвигаться по крутому фронту нарастания колебаний к вершине, а сами колебания переходят на участок плавного спада пилообразного сигнала (рис. 5, б).

Расстояние  $x_\phi$  целесообразно определять по сдвигу осцилляции на самый верхний участок колебания, а также по стабилизации формы.

После визуального наблюдения формы и определения характерных расстояний следует приступить к зарисовке формы колебаний на различных расстояниях. Для этого скорость развертки и задержка подбираются таким образом, чтобы на экране осциллографа получить 2—3 колебания с максимальным значением амплитуды колебаний в импульсе. При построении теоретических кривых формы волны, аналогичных рис. 1, для удобства сравнения желательно выбирать такой масштаб, чтобы амплитуда начальной синусоиды равнялась максимальному значению колебаний экспериментальной кривой, а ее период — периоду колебаний на экране осциллографа.

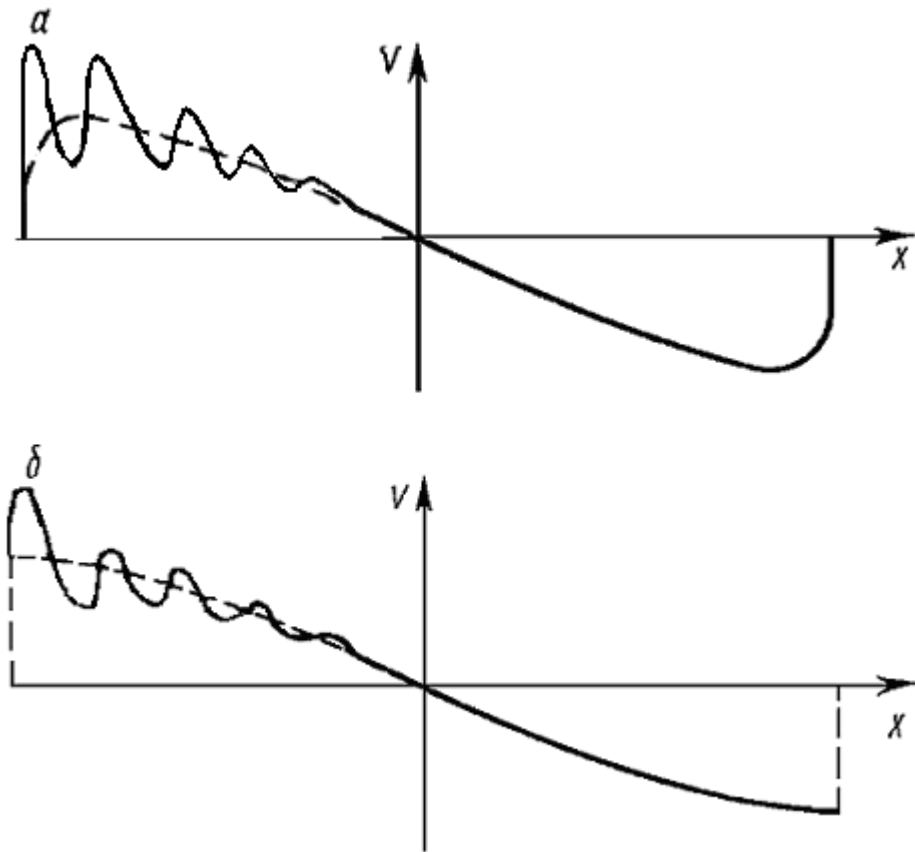


Рис. 5. Формы волны на разных расстояниях от источника.

Учёт нелинейности уравнений, лежащих в основе волнового уравнения, приводит к изменению формы колебаний в волне. Охарактеризовать эти изменения можно в рамках временного описания; при таком подходе определяются изменения, которые претерпевает заданная у излучателя гармоническая форма колебаний по мере распространения волны. Возможен и другой подход к тому же явлению – спектральный; им обычно пользуются, когда необходимо проводить количественную оценку указанных искажений. В этом случае оценка определяется по изменению спектра колебаний, или, как принято говорить, по обогащению гармонического колебания («основной», или первой, гармоники) высшими гармониками.

Для наблюдения характера изменения спектра сигнала выберем две точки:

первая – у излучателя, и вторая – на расстоянии  $2x_\phi$ . Колебание в первой точке будет иметь близкую к синусоидальной форму, а во второй – пилообразную форму. Со спектральной точки зрения это означает, что у излучателя амплитудный спектр можно представить в виде  $A_1=1$ ,  $A'_n = 0$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ), где  $A'_n$  – значения нормированных амплитуд гармоник:  $A'_n = \frac{A_n}{A_1}$ . Для второй точки амплитудный нормированный спектр будет  $A'_n = \frac{1}{n}$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ).

Измерения спектральных характеристик сигнала проводят с помощью электронного анализатора спектра. В задаче такой анализатор спектра подключен параллельно осциллографу и, следовательно, на него подаётся исследуемый сигнал. На индикаторе этого прибора – электронно-лучевой трубке – можно наблюдать амплитуды гармоник, составляющих данный спектр.

## § 5. Упражнения

1. Провести измерение мощности ультразвуковых импульсов с помощью калориметра. По этим измерениям рассчитать амплитуду колебательной скорости и избыточное звуковое давление; оценить точность определения этих величин.
2. Определить число  $Re$ , длину зоны Френеля  $l$ , расстояния  $x_p$ ,  $x_\phi$ ,  $x_l$ ; оценить ширину фронта  $\Delta$  при  $x=x_\phi$ .
3. Экспериментально определить величины  $x_p$  и  $x_\phi$  и сравнить с расчетом.
4. Зарисовать на кальку с экрана осциллографа форму ультразвуковых колебаний при различных расстояниях приемника от источника: а)  $x=x_{min}$  ( $x_{min}$  — наименьшее расстояние от источника); б)  $x = x_p/2$ ; в)  $x=x_p$ ; г)  $x = x_\phi$  и еще в трех точках между  $x_\phi$  и  $x_{max}$  ( $x_{max}$  — максимальное удаление от

- приемника).
5. Построить теоретическую форму волны (форму колебаний), пользуясь графическим методом, для тех же расстояний. Сравнить теоретические кривые с экспериментальными.
  6. Определить резонансную частоту приемного устройства (по периоду осцилляции).
  7. Проследить на анализаторе спектра эволюцию спектра по мере удаления приёмника от излучателя:  $x=x_{min}$ ,  $x= x_p/2$ ,  $x= x_p$ ,  $x= x_\phi$ ,  $x= 3x_\phi$ . Зарисовать эти спектры.
  8. В верхнем положении переключателя выходной мощности, соответствующем малой мощности, измерить зависимость амплитуды второй гармоники от расстояния.

## Литература

1. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
2. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
3. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973.

**Б у р о в В . А . , Иванов-Шиц К.М. Искажение формы и поглощение мощных ультразвуковых волн в жидкости.**

Методическая разработка спецпрактикума кафедры акустики.

М.: Физический факультет МГУ, 2004. - 31 с.

Учебное пособие рассчитано на студентов старших курсов физического факультета. Задача посвящена экспериментальному исследованию закономерностей искажения гармонической волны вблизи излучателя плоской ультразвуковой волны по мере её распространения в воде. Описанию экспериментальной установки предшествует краткое изложение теории изучаемых явлений.

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № НШ-1575.003.2 и гранта №01-02-16282 Российского фонда фундаментальных исследований.

Подписано в печать . .2004 г.  
Формат А5. Объем 1,75 п.л. Тираж 100 экз. Заказ №

Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова  
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы

Отпечатано в отделе оперативной печати физического факультета