

В.А.Гусев, Р.А. Жостков

ИНТЕНСИВНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ АТМОСФЕРЕ

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Физический факультет, кафедра акустики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы
Тел.: (495) 9392943; E-mail: vgusev@bk.ru

Исследовано влияние изменения температуры атмосферы на характер распространения интенсивных акустических волн вертикально вверх. Получено уравнение типа Бюргерса для описания вертикального распространения волн в атмосфере с произвольным законом изменения температуры с высотой. Предложены упрощенные уравнения и аналитические выражения, позволяющие провести качественный анализ эволюции волны. Рассчитаны профили исходных как периодического (синусоидальный профиль), так и импульсного (N -волна) сигналов при распространении в атмосфере с различными моделями высотной зависимости температуры. Показано, что, хотя плавное увеличение температуры приводит к уменьшению амплитуды волны и более быстрому ее затуханию, быстрое изменение температуры (скачок на масштабах нелинейной длины акустической волны) может существенно замедлить эволюцию волны и создать благоприятные условия для акустического воздействия на состояние атмосферы.

В данной работе исследуется одномерное вертикальное распространение вверх от поверхности Земли до верхних слоев атмосферы широкополосных акустических волн и волн с крутыми ударными фронтами при учете основных факторов, присутствующих в атмосфере. Подобные задачи актуальны как с точки зрения исследования свойств атмосферы на различных высотах и мониторинга ее состояния, так и в ряде других геофизических проблем. Отметим среди них исследования акустического излучения, в том числе и ударных волн, при сейсмической активности, землетрясениях, вулканической деятельности и извержениях. Акустическое излучение, как само по себе, так и как фактор, приводящий к генерации электромагнитных возмущений в атмосфере и ионосфере, может играть важную роль в мониторинге и даже предсказании возможных геофизических событий [1-3]. Во всех этих случаях необходимо учитывать особенности распространения широкополосных сигналов в реальной атмосфере. Во-первых, это стратификация плотности, приводящая к экспоненциальному росту колебательной скорости частиц среды. При таком росте амплитуды при описании волн становится необходимым учитывать нелинейные эффекты даже для относительных слабых начальных возмущений. Стратификация оказывает также сильное влияние на диссипативные свойства среды. Распространение исходного синусоидального профиля при учете этих факторов было рассмотрено в работах [4,5]. Особенности распространения импульсных сигналов исследованы в работах [6,7]. Однако в этих работах предполагалось, что атмосфера является изотермической. В то же время известно, что температура с высотой сильно изменяется, а на больших высотах происходит существенное ее нарастание. Ясно, что изменение температуры вдоль трассы распространения волны вызовет изменение темпов накопления искажений в профиле интенсивной волны.

Известно, что в изотермической атмосфере плотность имеет экспоненциальное высотное распределение. Если температура меняется с высотой, но температурным градиентом можно пренебречь по сравнению с градиентом плотности, то распределение также будет экспоненциальным, но теперь стандартная атмосфера $H = c^2/\gamma g$ будет зависеть

от высоты [5]. Здесь c - локальная скорость звука, γ - показатель адиабаты, g - ускорение свободного падения. Тогда равновесная плотность ρ_0 распределена по закону:

$$\rho_0 = \rho_{00} \exp\left(-\int \frac{dx}{H}\right), \quad (1)$$

где ρ_{00} - значение плотности у поверхности Земли. Как показано в [6,7], в случае изотермической атмосферы система одномерных уравнений гидродинамики может быть сведена к одному нелинейному волновому уравнению, которое, после применения метода медленно изменяющегося профиля $u = u\left(\tau = t - \int dx/c; x_1 = \mu x\right)$, сводится к эволюционному уравнению следующего вида:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c^2} u \frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{u}{2} \alpha = \frac{\eta}{2\rho_0 c^3} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}. \quad (2)$$

Здесь u - колебательная скорость частиц, $\varepsilon = (\gamma + 1)/2$ - нелинейный параметр, η - коэффициент вязкости. В изотермическом случае скорость звука постоянна $c = c_0$, коэффициент $\alpha = 1/H_0$, $H_0 = c_0^2/\gamma g \approx 8$ км - стандартная атмосфера для изотермической атмосферы. Аналогичное уравнение было получено и в [5].

В неизотермической атмосфере расчеты приводят также к уравнению вида (2), однако теперь скорость звука и коэффициент вязкости зависят от температуры, а также

$$\alpha = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{1}{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial x}.$$

Прежде чем исследовать полное уравнение (2), рассмотрим поведение волны на малых высотах, а именно, на высотах до образования разрыва в профиле волны. В этом случае профиль еще остается достаточно гладким и можно пренебречь второй производной в правой части (2). Достоинством такого подхода является возможность построения точного аналитического решения для произвольной зависимости температуры от высоты. Задавая зависимости параметров в (2) от температуры в виде $c^2 = c_0^2 T(x)/T_0 = c_0^2 F(x)$, $H = H_0 T(x)/T_0 = H_0 F(x)$ и вводя безразмерные переменные $U = u/u_0$, $\theta = \tau/\tau_0$, $z = (\varepsilon u_0/c_0^2 \tau_0) x = x/z_{nl}$ (z_{nl} имеет смысл длины образования разрыва в профиле исходного синусоидального сигнала в однородной среде), в бездиссипативном приближении приведем уравнение (2) к виду:

$$\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{1}{F} U \frac{\partial U}{\partial \tau} = \left(1 - \frac{H_0}{2z_{nl}} \frac{dF}{dz}\right) \frac{z_{nl}}{2H_0} \frac{U}{F}, \quad (3)$$

здесь градиент температуры должен быть пересчитан как функция координаты z . Решение уравнения (3) может быть записано для произвольного начального профиля волны $u(x=0)/u_0 = U(z=0) = U_0(\theta)$ и произвольной высотной зависимости температуры $F(z)$:

$$U = F^{-1/4}(z) \exp\left(\frac{z_{nl}}{2H_0} \int_0^z \frac{dz'}{F(z')}\right) U_0 \left(\theta + U F^{1/4}(z) \exp\left(-\frac{z_{nl}}{2H_0} \int_0^z \frac{dz'}{F(z')}\right) \int_0^z F^{-5/4}(z') \exp\left(\frac{z_{nl}}{2H_0} \int_0^{z'} \frac{dz''}{F(z'')}\right) \right). \quad (4)$$

Характерная зависимость температуры от высоты приведена на рис. 1 (рисунок взят из книги [8]). Видно, что на малых высотах изменение температуры характеризуется быстрыми перепадами, при этом абсолютный перепад температуры не превышает 100 градусов. На высотах порядка 100 км начинается участок с практическим линейным ростом температуры. На рис. 2 представлено искажение профиля одного периода исходного синусоидального сигнала $U_0(\theta) = \sin \theta$ по мере распространения в неизотермической (цифры с индексом «а») и изотермической (цифры с индексом «b») атмосфере. Расчет проводился по формуле (4), при этом для изотермической атмосферы функция $F = 1$, для неизотермической атмосферы была использована аппроксимация вида $F = 1 + h_1 z + h_2 z^2$, справедливая на

участке от поверхности Земли до ~ 50 км. Здесь постоянные $h_{1,2}$ - коэффициенты аппроксимации. На рис. 2 приведены профили на различных расстояниях (измеряются в нелинейных длинах z_{nl}), номера кривых соответствуют расстояниям: 1 – исходный профиль при $z = 0$, кривые 2 - $z = 0,3$, кривые 3 - $z = 0,5$. В частности, видно, что наличие стратификации плотности приводит к убыстрению накопления нелинейных искажений.

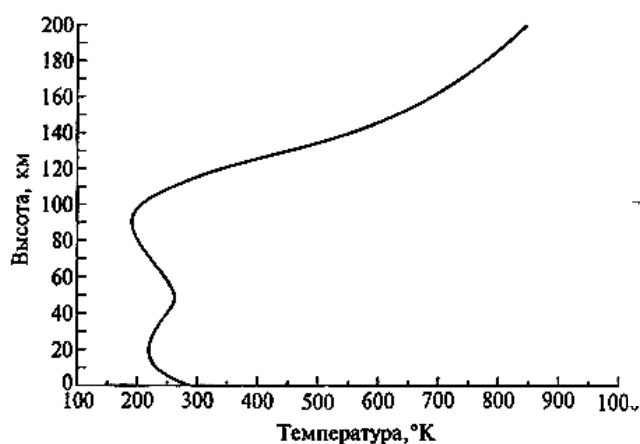


Рис. 1. Зависимость температуры атмосферы от высоты согласно [8]

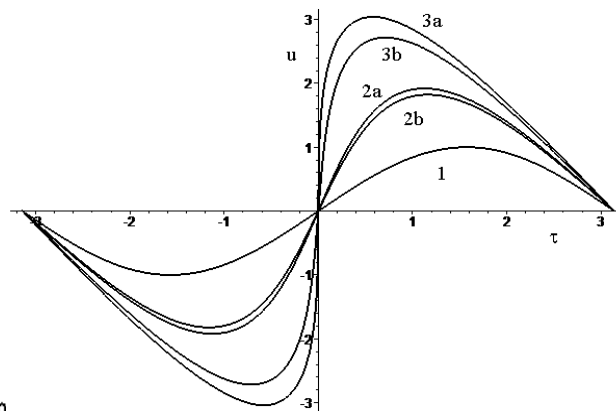


Рис. 2. Искажение профиля одного периода исходного синусоидального сигнала в неизотермической (1, 2а, 3а) и изотермической (1, 2б, 3б) атмосфере

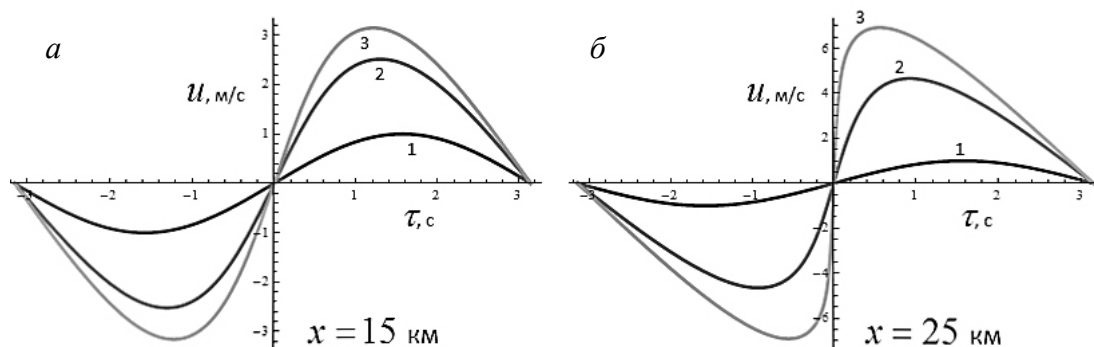


Рис. 3. Временные профили исходно синусоидального сигнала на высотах (а) 15 и (б) 25 км. 1 — начальный синусоидальный профиль, 2 — профиль в модели изотермической атмосферы, 3 — профиль в модели температурной неоднородности

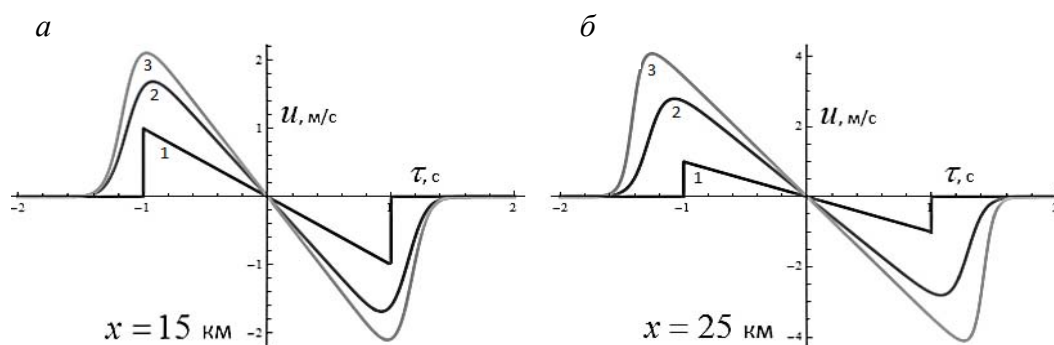


Рис. 4. Временные профили исходной N-волны на высотах (а) 15 и (б) 25 км. 1 — начальный профиль, 2 — профиль в модели изотермической атмосферы, 3 — профиль в модели температурной неоднородности (15)

На рис. 2 видно, что неоднородное распределение температуры атмосферы по высоте, а именно, ее уменьшение на небольших высотах вызывает дополнительное увеличение амплитуды волны и, соответственно, нелинейных искажений. Это означает, что акустическое

воздействие на высотах тропосферы, имеющих важное прикладное значение (например, авиация и метеорология), может заметно возрасти из-за локальных атмосферных условий. В то же время, общая качественная картина эволюции акустического сигнала не меняется при учете неоднородностей температуры, и для ее исследования применима модель изотермической атмосферы. На рис 3 и 4 представлены нелинейно искаженные профили исходного синусоидального сигнала и одиночной N-волны на высотах 15 и 25 км для изотермической и неизотермической моделей атмосферы. Исходная волна характеризуется параметром $z_{nl} = 90$ км, при этом разрыв происходит на высоте $z_{sh} \approx 30$ км. Высотное распределение температуры аппроксимировано более точным выражением

$$T(x)/T_0 = (-1.35 \times 10^{-12} x^3 + 1.8 \times 10^{-7} x^2 - 6 \times 10^{-3} x) / 280 + 1.$$

В рамках этой модели атмосферы качественное поведение волны не меняется: понижение температуры приводит к дополнительному возрастанию амплитуды. Существенно, что ширина ударного фронта исходной N-волны в неизотермической атмосфере оказывается заметно уже, чем в изотермической.

Для исследования эволюции волны на больших расстояниях, после образования разрыва, необходимо учитывать диссипативный член и рассматривать полное уравнение (2). Это уравнение удобно преобразовать, перейдя к безразмерным эффективным переменным. Вначале введем переменные $U = u \exp(-0,5 \int \alpha dx)$, $z = 2H_0 [\exp(0,5 \int \alpha dx) - 1]$. В итоге получим:

$$\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\alpha H_0 c^2} U \frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{\eta}{2\rho_0 \alpha H_0 c^3} \exp\left(-\frac{1}{2} \int \alpha dx\right) \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}. \quad (5)$$

Теперь определим зависимость входящих в уравнение (5) параметров от температуры. Как известно, скорость звука пропорциональна корню из температуры, так что $c = c_0 \sqrt{T/T_0}$.

Аналогично ведет себя и коэффициент вязкости $\eta = \eta_0 \sqrt{T/T_0}$. Тогда величина

$$\alpha H_0 c^2 = \frac{H_0 c^2}{H} - \frac{H_0 c^2}{c} \frac{\partial c}{\partial x} = c_0^2 - \frac{H_0}{2} \frac{\partial c^2}{\partial x} = c_0^2 \left(1 - \frac{H_0}{2} \frac{\partial T/T_0}{\partial x}\right).$$

Здесь градиент должен быть выражен как функция переменной z . В правой части выделяем аналогичную величину, а зависимости скорости и коэффициента вязкости от температуры компенсируют друг друга. Для преобразования экспоненты, которую дает плотность ρ_0 , воспользуемся выражением

$$\exp\left(\frac{1}{2} \int \frac{dx}{H}\right) = \left(1 + \frac{z}{2H_0}\right) \exp\left(\frac{1}{2} \ln \frac{c}{c_0}\right).$$

Тогда, учитывая оставшуюся в правой части уравнения (5) экспоненту, получаем в правой части выражение $c(1 + z/2H_0)$. Окончательно уравнение (5) принимает вид:

$$\left(1 - \frac{H_0}{2} \frac{\partial T/T_0}{\partial x}\right) \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} U \frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{\eta_0 \sqrt{T/T_0}}{2\rho_0 c_0^3} \left(1 + \frac{z}{2H_0}\right) \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}. \quad (6)$$

Отметим, что явная зависимость от градиента температуры в уравнении (6) может быть формально исключена с помощью соответствующего преобразования пространственной переменной, однако для получения формул преобразования необходимо задать конкретный вид температурного градиента. Поэтому здесь будем работать с уравнением (6).

Теперь в уравнении (6) введем безразмерные переменные $V = U/u_0$, $s = z/z_{nl}$, $\theta = \tau/\tau_0$, где u_0 и τ_0 - характерные амплитуда и длительность сигнала, $z_{nl} = c_0^2 \tau_0 / \varepsilon u_0$ - характерная нелинейная длина. Тогда уравнение (4) преобразуется к виду:

$$\left(1 - \frac{H_0}{2} \frac{\partial T/T_0}{\partial x}\right) \frac{\partial V}{\partial s} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} = \Gamma \sqrt{T/T_0} \left(1 + \frac{s}{s_0}\right) \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}. \quad (7)$$

Здесь $\Gamma = \frac{\eta_0}{2\epsilon u_0 \rho_{00} c_0 \tau_0}$ - безразмерный коэффициент вязкости, $s_0 = z_{nl}/2H_0$. Необходимо еще

раз подчеркнуть, что в уравнениях (6) и (7) градиент температуры $\partial T/\partial x$ должен быть выражен как функция новой переменной (z в уравнении (6) и s в уравнении (7)).

Будем интересоваться поведением волны на больших высотах, где изменение температуры наиболее сильно, и, в то же время, градиент температуры можно считать примерно постоянным, т.е. зададим высотную зависимость температуры в виде $T = T_0(1 + x/x_0)$, где величина x_0 определяет темп изменения температуры. Такое приближение хорошо применимо на высотах свыше 100 км, при этом изменение температуры на более низких высотах сравнительно мало.

Учитывая соотношение $s = s_0 \left[\exp(0,5 \int \alpha dx) - 1 \right]$, находим преобразование от старой пространственной координаты к новой:

$$(1 + x/x_0)^{0,5(x_0/H_0 - 0,5)} = 1 + s/s_0. \quad (8)$$

Замечательно, что при такой температурной зависимости новая и старая координаты связаны степенной зависимостью. Это означает, что уравнение (7) для данного случая принимает вид:

$$\left(1 - \frac{H_0}{2x_0}\right) \frac{\partial V}{\partial s} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} = \Gamma \left(1 + \frac{s}{s_0}\right)^{\frac{2x_0 + H_0}{2x_0 - H_0}} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}. \quad (9)$$

Сделав замену переменных $s_1 = s/(1 - H_0/2x_0)$, уравнение (9) можно привести к виду обобщенного уравнения Бюргерса [9], удобному и для аналитического, и для численного решения. В частности, строя асимптотическое решение при малой вязкости [6,7] в области расстояний, где существует ударный фронт, можно записать аналитическое представление для профиля одного периода исходного синусоидального сигнала:

$$V = \frac{\pi}{1 + s_1} \operatorname{th} \left(\frac{\pi}{1 + s_1} \frac{\theta}{2\Gamma} \left(\frac{s}{s_0} + 1 \right)^{\frac{H_0 + 2x_0}{H_0 - 2x_0}} \right) - \frac{\theta}{1 + s_1}, \quad \pi < \theta < \pi. \quad (10)$$

Подобные аналитические выражения для временных профилей сигналов, содержащих ударные фронты, могут быть обобщены и на случай импульсных сигналов [6,7].

Представляет интерес сравнение характера эволюции интенсивных пучков в изотермической и неизотермической атмосфере. Прежде всего, заметим, что формально уравнение (9) для неизотермической атмосферы имеет почти такой же вид, как соответствующее обобщенное уравнение Бюргерса в [5-7] для изотермической атмосферы. Отличие заключается в показателе степени зависимости эффективной вязкости от расстояния: если для изотермической атмосферы показатель равен 1, то для неизотермической величина $x_0 \approx 15$ км, поэтому показатель степени 1,8. Это означает, что в системе эффективных переменных в неизотермической атмосфере затухание и расплывание ударных фронтов оказывается сильнее. Однако, как следует из соотношения (8), в неизотермической атмосфере эффективное расстояние $1 + s/s_0 \sim (1 + x/x_0)^{1,6}$, в то же время в изотермической атмосфере эффективное расстояние растет экспоненциально $1 + s/s_0 \sim \exp(0,875x/x_0)$. Это означает, что на самом деле рост температуры на больших высотах сильно замедляет темпы проявления нелинейных и диссипативных процессов и, таким образом, может создавать благоприятные условия для акустического воздействия на состоянии верхних слоев атмосферы.

Проведем сравнение поведения акустических волн в изотермической и неизотермической моделях атмосферы. Для этого рассмотрим две модели высотной зависимости температуры. В качестве первой модели возьмем линейный закон нарастания температуры, использованный при выводе уравнения (9). Эта модель удобна тем, что все преобразования переменных могут быть записаны в явном достаточно простом виде. Кроме

того, для удобства проведения численных расчетов удобно исключить экспоненциальный рост, применив соответствующую изотермическому случаю замену переменных: $u = U \exp(x/2H_0)$, $s' = s_0 [\exp(x/2H_0) - 1]$. В этих переменных уравнение для изотермической атмосферы принимает вид (7) при $T = T_0$, а уравнение для неизотермической атмосферы отличается дополнительным слагаемым:

$$\frac{\partial V}{\partial s} - \frac{1}{1 + \ln(1 + s/s_0)} V \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{1}{s_0} \left(1 - \frac{1 - s_0/4}{1 + \ln(1 + s/s_0)} \right) \frac{V}{1 + s/s_0} = \Gamma \frac{1 + s/s_0}{1 + \ln(1 + s/s_0)} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}. \quad (11)$$

Коэффициенты при нелинейном и диссипативном слагаемых описывают уменьшение темпов эволюции волны, что на больших расстояниях, где существенно затухание на ударных фронтах, приводит к большему значению амплитуды в неизотермической атмосфере по сравнению с изотермической. Однако, третье слагаемое с учетом знака перед ним имеет смысл коэффициента затухания. Причем, если уменьшение темпов эволюции определяется логарифмической функцией, то коэффициент затухания определяет степенной закон убывания амплитуды. Таким образом, постепенное повышение температуры в верхних слоях атмосферы, вообще говоря, уменьшает акустическое воздействие на состояние атмосферы. Этот результат иллюстрируется рис. 5 и 6. На рис. 5 изображена эволюция исходного синусоидального сигнала, на рис. 6 – исходной N-волны в изотермической (на рисунках *a*) и неизотермической (на рисунках *б*) атмосфере. Видно, что во всех случаях постепенное увеличение температуры приводит к более быстрому затуханию волны.

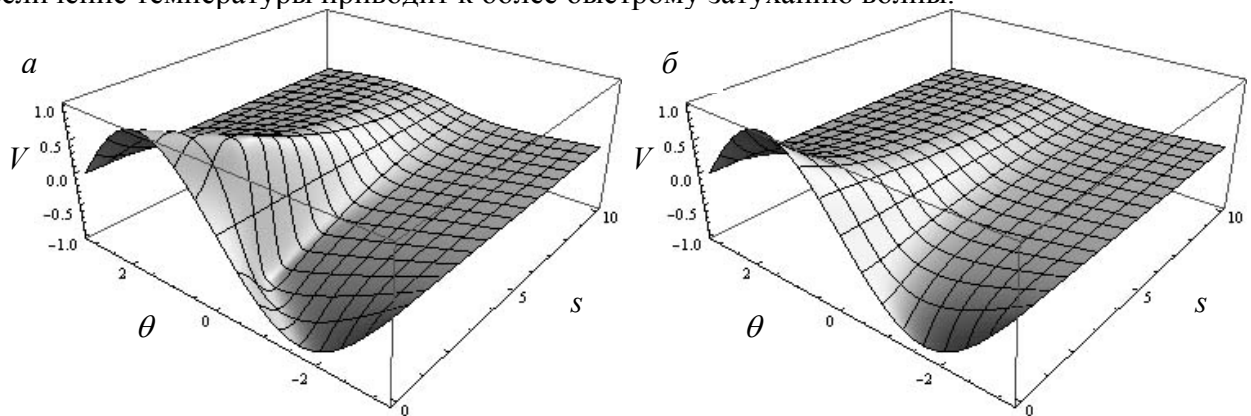


Рис. 5. Эволюция исходного синусоидального сигнала в (а) изотермической и (б) неизотермической атмосфере (линейная зависимость температуры от высоты)

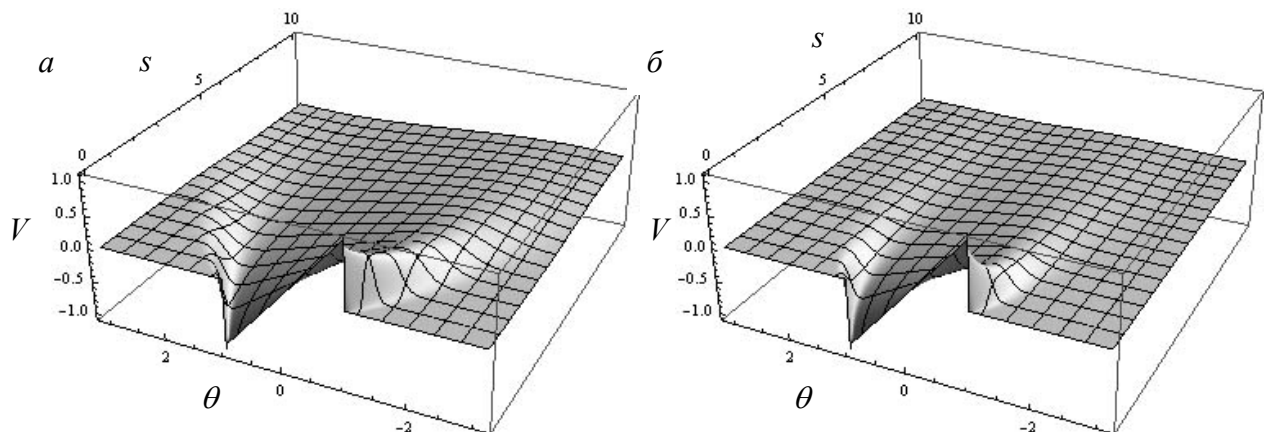


Рис. 6. Эволюция исходной одиночной N-волны в (а) изотермической и (б) неизотермической атмосфере (линейная зависимость температуры от высоты)

Теперь рассмотрим вторую модель высотной зависимости температуры, более близкую к реальной ситуации. Пусть высотное распределение имеет вид: $T(x)/T_0 = 2,5 + 1,5 \text{th}(5[z - 4/3])$. Такая зависимость моделирует медленное изменение температуры на малых высотах, быстрое изменение температуры на высоте несколько

большей нелинейной длины и затем снова достаточно медленное изменение температуры, что вполне соответствует общей тенденции поведения температуры на рис. 1. При этом надо учесть, что на больших высотах температура атмосферы выходит на насыщение. Толщина переходного слоя со скачком температуры в данной модели выбрана малой по сравнению с нелинейной длиной.

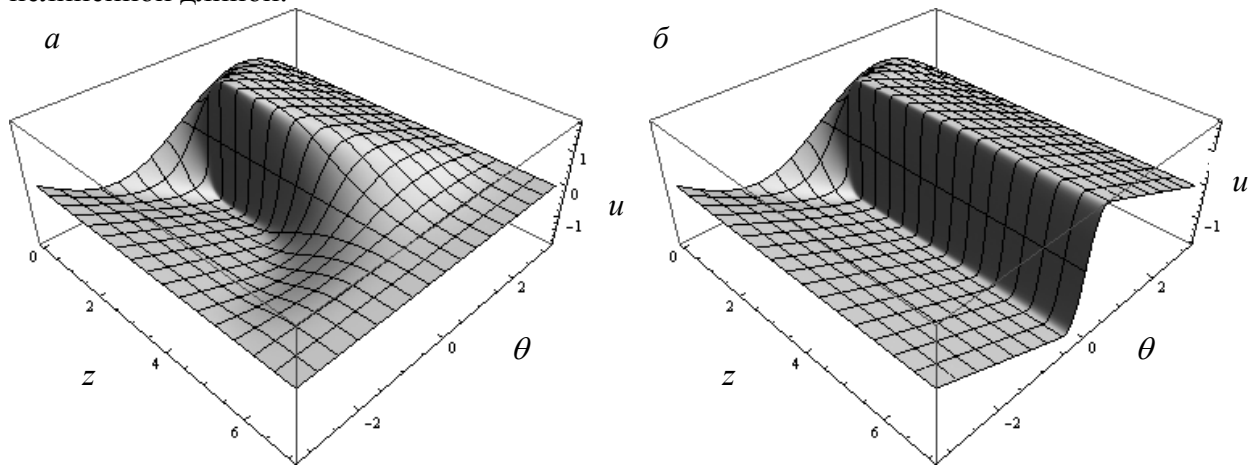


Рис. 7. Эволюция исходного синусоидального сигнала в (а) изотермической и (б) неизотермической атмосфере (скачкообразное изменение температуры)

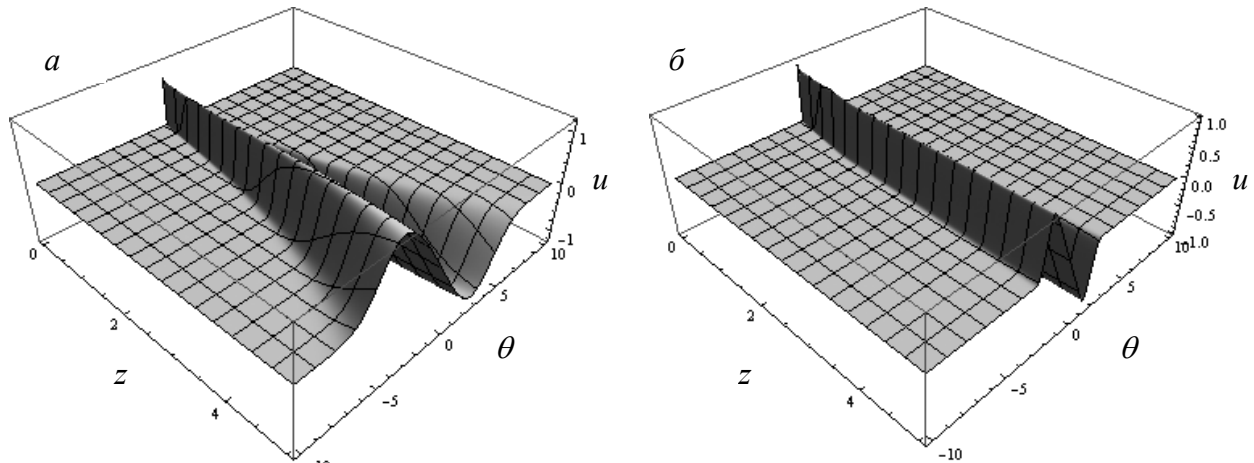


Рис. 8. Эволюция исходной одиночной N-волны в (а) изотермической и (б) неизотермической атмосфере (скачкообразное изменение температуры)

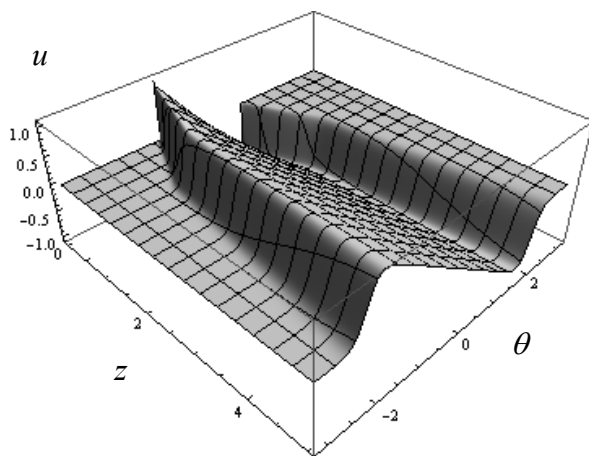


Рис. 9. Эволюция исходной одиночной N-волны в неизотермической атмосфере (скачкообразное изменение температуры) в увеличенном масштабе

На рис. 7-8 показаны профили акустических волн в изотермической модели (рисунки а) и в неизотермической атмосфере со скачкообразным изменением температуры (рисунки б). Видно, что в данной модели основным эффектом роста температуры является замедление темпов эволюции волны и, как следствие, большие по сравнению с моделью изотермической атмосферы значения амплитуды на больших высотах. Это связано, прежде всего, со значительным изменением локальной скорости звука. При этом уменьшение коэффициента усиления, также вызванное ростом температуры, не успевает заметно сказаться на амплитуде волны на интервале изменения температуры. На рис. 9 представлена эволюция исходной N-волны в

увеличенном масштабе. Хорошо виден излом в характере эволюции волны, связанный со скачком температуры. Такого скачкообразного изменения в характере эволюции волны достаточно, чтобы при дальнейшем распространении амплитуда волны в неизотермической атмосфере оказалась больше, чем в изотермической, несмотря на уменьшение коэффициента усиления.

Таким образом, в работе рассмотрено влияние зависимости температуры атмосферы от высоты на характер эволюции акустических сигналов при вертикальном распространении. Получены упрощенные уравнения типа уравнения Бюргера, позволяющие исследовать распространение акустических волн в неизотермической атмосфере с произвольной высотной зависимостью температуры. Предложены модельные уравнения и аналитические выражения, позволяющие на качественном уровне оценить влияние основных факторов, сопутствующих распространению волны. Показано, что при исследовании акустических волн на небольших высотах в тропосфере учет неизотермичности атмосферы и конкретная зависимость температуры не меняют качественную картину эволюции волны и необходимы только для точных количественных расчетов. В то же время на больших высотах эволюция волны оказывается чувствительной к модели зависимости температуры. В то время как плавный рост температуры уменьшает амплитуду волны, сильное скачкообразное изменение температуры может привести к увеличению дальности распространения волны. Важно подчеркнуть, что реальный профиль изменения температуры ближе именно к скачкообразному изменению (на масштабах нелинейной длины акустической волны). Таким образом, в атмосфере могут реализоваться благоприятные условия для акустического воздействия на ее состояние.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 09-02-00925-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Katogawa M.* Preseismic Atmosphere Ionosphere Coupling // *Eos*. Vol. 87. No. 40. 2006.
2. *Liu J.Y., Chen Y.I., Pulinets S.A., Tsai Y.B., Chuo Y. J.* Seismo-ionospheric signatures prior to $M \geq 6.0$ Taiwan earthquakes // *Geophys. Res. Lett.* 2000. V. 27. P.3113–3116.
3. *Гохберг Л.М., Шалимов С.Л.* Воздействие землетрясений и взрывов на ионосферу. М.: Наука, 2008.
4. *Голицын Г.С.* Затухание атмосферных волн благодаря вязкости и теплопроводности // *Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана*, 1965. Т.1. №2.
5. *Голицын Г.С., Романова Н.Н.* Вертикальное распространение звуковых волн в атмосфере с переменной по высоте вязкостью // *Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана*, 1968. Т. 4. №2. С.210-214.
6. *Гусев В.А., Жостков Р.А.* Профили интенсивных импульсных сигналов, распространяющихся вертикально вверх в стратифицированной атмосфере. Сборник трудов XXII сессии Российского акустического общества и Сессии Научного Совета РАН по акустике, Москва, 15-17 июня 2010 г. Т.1. С.200-204. М.: Геос, 2010.
7. *Гусев В.А., Собисевич А.Л.* Низкочастотные волновые процессы в геосферах, предшествующие сильным сейсмическим событиям // Коллективная монография Экстремальные природные явления и катастрофы. Т.1. Оценка и пути снижения негативных последствий экстремальных природных явлений. М.: ИФЗ РАН, 2010
8. *Трухин В.И., Показеев К.В., Куницын В.Е.* Общая и экологическая геофизика. Физматлит, 2005.
9. *Rudenko O.V., Enflo B.O.* To the theory of Generalized Burgers' equation // *Acta Acustica*, 200. V.88. P. 155-162.