

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Заблуждения и реальность в некоторых задачах физики (теория и эксперимент)

П.С. Ланда, Д.И. Трубецков, В.А. Гусев

Обсуждается важная проблема соотношения теории и эксперимента при исследовании различных физических задач. На ряде широко известных и мало известных примеров показано, что некоторые физические теории, долгое время признаваемые исследователями за правильные, поскольку они соответствовали многим экспериментальным фактам и существующему в то время уровню науки, на самом деле оказывались ложными. Одной из наиболее важных причин этого является то, что, основываясь исключительно на эксперименте, трудно точно разделить причины и следствия наблюдаемых явлений. Это наиболее наглядно проявляется в работах по турбулентным потокам, где многие представления о механизмах развития турбулентности и её свойствах справедливы с точностью до наоборот: причины принимаются за следствия, а следствия — за причины. Вместе с тем приводятся некоторые обратные примеры, показывающие, что явления, невозможные с точки зрения общепринятых теоретических представлений, оказываются реальностью в частных случаях.

PACS numbers: 01.65. + g, 47.27. - i, 84.40.Fe

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200903c.0255

Содержание

1. Введение (255).
 2. Теория генерации магнетрона (259).
 - 2.1. Три загадки магнетрона. Миф о стационарном режиме магнетрона.
 3. Ионизационные волны в плазме газовых разрядов (страты) (264).
 4. Стохастический резонанс (266).
 5. Турбулентность в незамкнутых потоках (268).
 - 5.1. Гидродинамические и акустические волны.
 - 5.2. Основные свойства турбулентных струй.
 6. Заключение (276).
- Список литературы (276).

Предвзвешенный, который сохранился и до сих пор, заключается в убеждении, будто факты сами по себе, без свободного теоретического построения, могут и должны привести к научному познанию.

А. Эйнштейн [1]

Самые опасные из ошибок — это частично искаженные истины.

Г.К. Лихтенберг [2]

1. Введение

В настоящей статье представлен ряд примеров из различных разделов физики, иллюстрирующих мифы в науке. Мифы в науке можно разделить на мифические теории и мифы о людях, прославившихся своими научными исследованиями (согласно В. Далю, последние являются людьми "небывальными, сказочными" [3]). Что касается мифов о людях, то многие из этих мифов известны всем: Архимед, выскрывающийся из ванны с криком "Эврика!"; яблоко, падающее на Ньютона; таблица Менделеева, явившаяся ему во сне; Леонардо да Винчи, знавший всё наперёд и т.д. В аннотации к книге [4] указано, что авторы "раскрывают множество интригующих секретов, наглядно демонстрируя, как зарождается научная легенда и насколько тесно связаны две, казалось бы, противоположные крайности — наука и мифология". В настоящей статье на основе ряда примеров рассмотрена вторая группа мифов — мифические теории, на какое-то время способные объяснить эксперимент, который является основой всех физических исследований. Во введении представлены некоторые широко известные примеры и, наоборот, очень мало известные примеры, хорошо демонстрирующие мифологию в науке. В областях, к которым относятся эти примеры, авторы не являются специалистами, и поэтому они описаны

П.С. Ланда, В.А. Гусев. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
Воробьевы горы, 119991 Москва, Российская Федерация
Тел. (495) 939-29-43
E-mail: planda@mail.ru, vgusev@bk.ru

Д.И. Трубецков. Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, факультет нелинейных процессов
ул. Астраханская 83, 410012 Саратов, Российская Федерация
Тел. (8452) 51-45-40
Факс (8452) 52-38-64
E-mail: dtrubetskov@yahoo.com

Статья поступила 23 мая 2008 г.,
после доработки 15 октября 2008 г.

кратко. В основной части статьи собраны те примеры, которые авторы считают необходимым рассмотреть более подробно. Рассмотрение примеров из относительно далёких друг от друга областей показывает, что в любой из них могут возникать мифические представления о природе изучаемых явлений.

Словосочетание "мифы и реальность" содержится в названиях работ [5, 6]. Автор работы [5] называет мифами некоторые широко распространённые утверждения, связанные с объяснением образования так называемых "когерентных структур" в турбулентных течениях, и противопоставляет им свои утверждения, считая их реальными. Однако, как будет видно из дальнейшего, последние часто тоже являются мифами. И таких мифов в работах по турбулентным потокам достаточно много. В разделе 5 настоящей статьи излагаются основанные на экспериментах ложные представления о ряде процессов в турбулентных струях и даётся правильная трактовка этих процессов, следующая из теоретических результатов.

Заметим, что в последние годы, после ряда важнейших и интереснейших открытий в физике, таких мифов появилось ещё больше. Ряд из них связан с фундаментальным открытием динамического хаоса и представлением о турбулентности как проявлении такого хаоса. Некоторые из современных мифов описаны в [6].

Широко известно, что основой всех физических исследований является эксперимент. Однако эксперимент сам по себе не обязательно обеспечивает правильное понимание наблюдаемых явлений. Об этом свидетельствует довольно большое количество неверных представлений, господствовавших длительное время и не противоречивших известным тогда экспериментальным данным. Как уже отмечалось, одной из причин такого преобладания неверных идей является часто возникающая невозможность разделить в эксперименте причину и следствие изучаемого явления. Мы приведём некоторые примеры таких неверных представлений и дадим их трактовку, следующую из теории, которая, с нашей точки зрения, не вызывает сомнений.

Классическими примерами являются широко распространённые в своё время и долго продержавшиеся теории теплорода для описания тепловых явлений и эфира, введённого для описания и объяснения электромагнитных явлений. Теплород и эфир рассматривались как некоторые гипотетические материальные субстанции, обладающие особыми свойствами. Для согласования со всё большим количеством накапливаемых экспериментальных данных теплороду приходилось приписывать необычные свойства: невесомость, наибольшую по сравнению с упругостью других известных веществ упругость, способность проникать в мельчайшие поры тел и расширять их. Усовершенствованная таким образом теория находилась в удовлетворительном согласии со всеми известными тогда опытами по тепловым явлениям, но она не могла объяснить преобразование механической энергии в тепловую [7]. Именно благодаря экспериментам по исследованию этого преобразования, проведённым Ю.Р. Майером и Б. Румфордом, было окончательно доказано, что тепловые явления обусловлены не теплородом, а хаотическим движением атомов и молекул.

Аналогична ситуация и с теорией эфира. Эфир был введён Дж. Максвеллом на основе некоторой аналогии

между электрическим током и вихревым течением жидкости. При этом эфир представлялся упругой механической средой, которую можно описать определённым тензором натяжений. Тем самым электромагнитные волны уподоблялись упругим (т.е. акустическим) волнам. Все известные на тот момент магнитные и электрические явления Максвелл смог объяснить с помощью систем мягких шестерёнок, представляющих собой цепочку вихрей воображаемой жидкости, между которыми вставлены маленькие шарики, для того чтобы движение передавалось от одного вихря к другому. Модель вихрей была понятной большинству исследователей, даже без использования математического аппарата. Более того, эта модель объясняла вращение плоскости поляризации света магнитным полем и давала для скорости распространения возмущений в этой странной среде значение в точности равное скорости света. Тензор натяжений Максвелла позволял объяснить и рассчитать также многие другие световые явления, например давление света.

Наивысшее развитие теория электромагнитных явлений, основанная на представлениях об эфире, получила в работах Х. Лоренца и А. Пуанкаре, где было предложено объяснение (включавшее в себя известные преобразования Лоренца) неудачных попыток обнаружения движения тел относительно эфира. Однако представления о самом эфире как о некоторой субстанции и его свойствах оказывались крайне противоречивыми. Главным противоречием являлось то, что поперечность световых волн требовала рассматривать эфир как твёрдое тело, но тогда становилось непонятным, почему это тело не оказывает сопротивления движению через него других тел. Пришлось допустить, что существует взаимодействие между эфиром и веществом в оптических явлениях, но не имеется никакого взаимодействия в механических явлениях. Фактически единственной ролью эфира оставалась только роль переносчика световых волн. Все эти трудности вместе со становлением новых — полевых — представлений в электромагнетизме привели Эйнштейна к пересмотру классических понятий пространства-времени и полному отказу от введения излишних субстанций (эфира).

Ещё один пример, показывающий, насколько живучими являются мифы в науке, — это история ответа на вопрос: почему небо голубое? Первым на этот вопрос попытался ответить Леонард Эйлер, который понимал, что воздух состоит из молекул, однако полагал, что они имеют собственный цвет. Эйлер считал, что молекулы сильно поглощают синие лучи (а скажем, красные — слабо), поэтому небо светится как целое голубым светом. Эйлер писал об этом в письме №32 "О синеве неба" в *Письмах, написанных одной немецкой принцессе, о разных предметах физики и философии*: "...воздух состоит из множества малых частичек, которые не вполне прозрачны, но, будучи освещены световыми лучами, получают колебательные движения, создающие новые лучи, свойственные этим частичкам... цвет этих частичек голубоватый". На самом деле, молекулы, из которых состоит воздух, являются прозрачными в видимом свете и поглощают только ультрафиолетовые лучи. Таким образом, объяснение, данное Эйлером, неверно, но оно продержалось почти сто лет. Это поистине один из наиболее долгоживущих мифов.

Только в 1871 г. Джон Уильям Рэлей количественно показал, что причина голубого цвета неба заключается не в поглощении солнечного света и связанном с ним излучении определённой его части, а в рассеянии света. Явление рассеяния в оптически мутных средах впервые исследовал в 1869 г. Джон Тиндаль, поэтому оно получило название эффекта Тиндаля. Тиндаль первым наблюдал, что белый свет при рассеянии становится синеватым и высказал мысль о том, что голубой цвет неба связан с рассеянием солнечного света на частичках пыли, которые всегда имеются в достаточном количестве в атмосфере Земли.

Решение Рэля основывается на теории размерностей. Задача формулируется следующим образом. Пусть частица с линейным размером l рассеивает солнечный свет с длиной волны λ и амплитудой A . Амплитуда рассеянной волны уменьшается с увеличением расстояния от частицы. Пусть эта амплитуда равна S на расстоянии r от частицы. Требуется найти зависимость S от остальных переменных. В дальнейших расчётах учитывается, что все переменные имеют одинаковую размерность длины L . По правилам теории размерностей амплитуда S выражается как произведение остальных переменных в некоторых степенях: $S = CA^\alpha l^\beta r^\gamma \lambda^\delta$, где C — безразмерный коэффициент, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — искомые показатели степени. Отсюда получается весьма необычное уравнение для размерностей: $[L] = [L]^\alpha [L]^\beta [L]^\gamma [L]^\delta$, из которого следует, что $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 1$. Для решения задачи анализ размерностей необходимо дополнить физическими представлениями. Во-первых, вспомним, что амплитуда рассеянного света обратно пропорциональна расстоянию от частицы, т.е. $\gamma = -1$. Во-вторых, амплитуда рассеянного света пропорциональна амплитуде падающего света, поэтому $\alpha = 1$. Тогда получаем, что $\delta = 1 - \beta$ и $S = C(A/r)l^\beta \lambda^{1-\beta}$, или $S = C(A\lambda/r)(l/\lambda)^\beta$. Далее Рэлей отмечает, что судя по динамике процесса, отношение амплитуд волн падающего и рассеянного света изменится пропорционально объёму рассеивающей частицы. Таким образом, следует считать, что $S/A \sim l^3 \sim l^3$ и $\beta = 3$. Окончательно получается $S = CAI^3/(r\lambda^2)$. Интенсивность рассеянного света пропорциональна квадрату его амплитуды S , т.е. $I \sim \lambda^{-4} \sim \omega^4$, где ω — частота. Последняя формула была подтверждена количественными измерениями рассеянного света.

После работы Рэля стало очевидным, что при ярком солнце синий свет рассеивается сильнее, чем красный, причём максимум интенсивности рассеянного света попадает в голубую часть спектра. На восходе и закате Солнца прямой солнечный свет проходит через более плотный слой воздуха, чем тогда, когда Солнце находится в зените. Большая толща атмосферы сильнее рассеивает коротковолновое излучение, уменьшая его интенсивность в прямом свете. Поэтому из прямого света до Земли доходит в основном длинноволновое излучение — красные лучи, и мы видим на восходе и закате красное Солнце. В теории Эйлера рассеяние отсутствовало, поэтому не было и упоминаний о розовом небе, не было объяснения цвета неба на восходе и закате.

Вначале Рэлей вслед за Тиндалем считал, что рассеяние света атмосферой объясняется наличием в ней взвешенных капелек жидкости, мелких пылинок и твёрдых частичек, размеры которых малы по сравнению с длиной световой волны. Конечно, это не так. На самом

деле по мере поднятия над Землей в воздухе уменьшается содержание посторонних частиц и пыли, но тогда насыщенность рассеянного света в этих областях должна была бы уменьшаться, однако этого, как известно, не происходит. Позднее Рэлей понял, что рассеяние вызывается не посторонними частицами, а самими молекулами воздуха. Такое рассеяние света стали называть рэлеевским, или молекулярным, рассеянием.

В 1907 г. Леонид Исаакович Мандельштам показал, что рэлеевское рассеяние нельзя объяснить рассеянием на хаотически движущихся молекулах, если их число в объёме, малом по сравнению с кубом длины волны, велико, и они распределены в пространстве равномерно и однородно. Рассеянные волны гасят друг друга, т.е. остаются лишь прямые лучи падающего света. В 1908 г. Мариан Смолуховский показал, что молекулярное рассеяние вызывается тепловыми флуктуациями показателя преломления среды. Наконец, в 1910 г. Альберт Эйнштейн, основываясь на идеях М. Смолуховского, создал теорию рассеяния света в жидкостях и газах. Интересно, что формула Рэля всё время оставалась верной, менялось лишь её физическое объяснение.

Остановимся кратко ещё на двух примерах, относящихся к значительно более позднему времени, чем рассмотренные выше. Одним из таких весьма интересных примеров является объяснение случайности процесса образования и схлопывания газовых пузырьков (так называемая кавитация). Известно, что этот процесс имеет случайный характер. В экспериментах с акустической кавитацией [8, 9] наблюдались сплошные спектры звукового поля, на фоне которых присутствовали субгармоники. Поскольку при кавитации возникает и лопаются большое количество пузырьков, то казалось естественным объяснить такую случайность именно этим большим количеством. В течение многих лет собственно так и делали, несмотря на то, что при этом не объяснялось наличие субгармоник. И только значительно позднее в специальных экспериментах, поставленных Лаутерборном [10], в которых была возможность создавать в жидкости лишь один пузырёк, выяснилось, что характер спектров такой же, как и в жидкости с большим количеством пузырьков. Таким образом, было показано, что причиной случайности является не большое количество пузырьков, а так называемая динамическая хаотизация, связанная с неустойчивостью (см., например, [11]).

Другим, весьма интересным, примером является трактовка явления турбулентности. Начиная с работ Рейнольдса [12] предполагалось, что турбулентность в жидкостях и газах может быть полностью описана уравнением Навье–Стокса [13, 14]. С колебательной точки зрения это означало, что турбулентность рассматривалась как автоколебательный процесс. Об этом явно было сказано Г.С. Гореликом, который, согласно воспоминаниям С.М. Рытова [15], в одной из бесед заявил, что «турбулентность с её границей "самовозбуждения", с характерным гистерезисом её возникновения и исчезновения при увеличении и уменьшении скорости порождающего потока, с первостепенной ролью нелинейности для её развитого (стационарного) состояния — это автоколебания. Их специфика заключена в том, что это автоколебания в сплошной среде, т.е. в системе с чрезвычайно большим числом степеней свободы». На такой же позиции, по существу, стоял и Л.Д. Ландау.

Согласно представлениям Ландау турбулентность возникает следующим образом. Вначале состояние равновесия, соответствующее ламинарному течению, становится неустойчивым и возбуждаются колебания на одной частоте. Для амплитуды этих колебаний Ландау [16] из физических соображений записал феноменологическое уравнение, которое совпадает с укороченным уравнением Ван-дер-Поля для амплитуды автоколебаний¹. "При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса, — писал Ландау, — появляются последовательно всё новые и новые периоды. Что касается самих вновь появляющихся движений, то они имеют всё более мелкие масштабы". В результате, по гипотезе Ландау, устанавливаются многочастотные колебания с несоизмеримыми частотами, т.е. квазипериодическое движение. Сейчас известно, что таким колебаниям в фазовом пространстве должен соответствовать аттрактор в виде многомерного тора. При большом количестве частот такое движение по виду мало отличается от хаотического и поэтому развитая турбулентность может восприниматься как случайный процесс. Несмотря на то, что теория Ландау является феноменологической и не следует непосредственно из уравнений гидродинамики, она долгое время не подвергалась сомнению и поддерживалась почти всеми исследователями турбулентности.

Дальнейшее развитие теория Ландау получила в работах Дж. Стюарта [17, 18], который предложил способ расчёта коэффициентов, входящих в уравнения Ландау, основанный на приближённом решении уравнения Навье–Стокса. Однако задаваемая Стюартом форма приближённого решения в виде бегущей волны с заданным волновым числом² $A(\epsilon t) \exp[i(\omega t - kx)]$ в незамкнутых потоках не является корректной с физической точки зрения. Действительно, это решение описывает периодическую в пространстве волну, амплитуда которой медленно изменяется во времени. Строго говоря, такое решение справедливо лишь для кольцевого потока длиной $L = 2\pi n/k$, где n — целое число, т.е. для потока с обратной связью. Решение, задаваемое Стюартом, как и теория Ландау, не учитывает конвективного характера неустойчивости ламинарного течения и поэтому не может быть применено к потокам в незамкнутых системах³.

В 1970-х годах в связи с открытием динамического хаоса стал распространяться взгляд на развитие турбулентности как на скачкообразное возникновение в фазовом пространстве некоторых динамических переменных странного аттрактора [21, 22]. Авторы работ [21, 22] рассматривали конечномерное фазовое пространство и называли турбулентностью динамический хаос. Очевидно, что, как и работы Стюарта и Ландау, эти работы не могут иметь отношения к незамкнутым потокам. К сожалению, такой взгляд на турбулентность оказался широко распространённым (см., например, [13, 14, 23–27]). Заметим, что динамический хаос представляет собой общее свойство динамических систем с размерностью, большей двух (см. [23]), тогда как турбулентность в строгом смысле этого слова (т.е. в гидродинами-

ческих системах) представляет собой только частный пример случайных волн. Во избежание путаницы следует различать турбулентность и динамический хаос.

В разделах 2–5 мы рассмотрим более подробно другие примеры долгоживущих мифов в науке.

Следует отметить, что встречается и обратная ситуация, в которой явления, по общепринятому мнению являющиеся невозможными, обнаруживаются в эксперименте (реальном или численном). Одной из причин этого может служить то обстоятельство, что в математических теоремах, обосновывающих невозможность некоторых явлений, часто встречается оговорка "в случае общего положения", а в реальной физической задаче может осуществляться не этот случай, а частный, в котором условия теоремы не применимы. Например, имеется математическая теорема о том, что квазипериодические колебания с числом несоизмеримых частот, большим трёх или равном трём, неустойчивы. На математическом языке эта теорема формулируется как утверждение "трёхмерный тор неустойчив": он либо разрушается, либо на нём возникает резонанс. Физически появление резонанса обусловлено явлением синхронизации. Поэтому если рассмотреть, например, три очень слабо связанных осциллятора с несоизмеримыми частотами, то в этой системе могут существовать колебания на всех трёх частотах. Между тем эта математическая теорема служила главным основанием для критики теории Ландау. Основываясь на сказанном, можно предположить, что, например, в кольцевой трубе, где условия пространственной периодичности для каждой моды заведомо выполняются, теория Ландау в принципе может работать.

Другой, не менее важной, причиной является то, что в физических системах при изменении какого-либо параметра до определённого значения часто отсутствует предел, т.е. предельное значение зависит от того, с какой стороны мы переходим к пределу. Сейчас уже широко известно, что именно этим можно объяснить возможность хаотических решений в динамических системах при стремлении к нулю источника возмущений и неопределённости в задании начальных условий⁴. Этим же объясняется отсутствие опрокидывания в решении уравнения Бюргера при стремлении вязкости к нулю.

Очень интересным примером реального существования "невозможных" систем являются так называемые квазикристаллы, открытые в 1984 г. [28]. В работе [28] было экспериментально доказано существование металлического сплава (сплава алюминия и марганца) с необычными свойствами. Сплав образуется при сверхбыстром охлаждении расплава (со скоростью 10^6 К с⁻¹). При исследовании этого сплава методом электронной дифракции было обнаружено, что сплав проявляет все свойства кристалла, поскольку его дифракционная картина состоит из ярких и регулярно расположенных точек. Но эта картина может быть получена только при наличии пентагональной (или икосаэдрической) симметрии, строго запрещённой в кристалле по геометрическим соображениям, поскольку пятигранниками нельзя плотно заполнить пространство. Название "квазикристаллы" такие сплавы получили позднее (см. работу [29]). Экспе-

¹ Термин "автоколебания" Ландау не использовал и на работы Ван-дер-Поля не ссылался.

² Такую же форму волны предполагал и Ландау.

³ О типах неустойчивости в волновых системах см., например, [19, 20].

⁴ Согласно теореме единственности такие решения невозможны.

рименты Шехтмана с коллегами и многих других групп доказали, что существуют идеально однородные вещества, в которых симметрия пятого порядка сохраняется в микроскопических областях с размерами в несколько десятков нанометров. В поисках объяснения полученных результатов физики вспомнили о сделанном в 1974 г. английским теоретиком Роджером Пенроузом математическом открытии плиток, представляющих собой аperiодические регулярные структуры, образованные ромбами двух типов: одни с внутренним углом в 36° , другие — в 72° [30]. Эти плитки, которые сейчас называются плитками Пенроуза, оказались плоским аналогом квазикристаллов. Роль ромбов Пенроуза играют икосаэдры [31]. С их помощью можно плотно заполнить трёхмерное пространство.

В основе разработанной модели лежит понятие базового элемента. Внутренний икосаэдр из атомов алюминия окружён внешним икосаэдром из атомов марганца. В базовом элементе имеются 42 атома алюминия и 12 атомов марганца. В процессе затвердевания базовые элементы быстро соединяются между собой жёсткими октаэдрическими мостиками. Гранями икосаэдра являются равнобедренные треугольники. Для образования октаэдрического мостика из марганца нужно, чтобы два таких треугольника (по одному в каждой ячейке) приблизились друг к другу на достаточно малое расстояние и выстроились параллельно. В результате и образуется квазикристалл с икосаэдрической симметрией. Конечно, открытие квазикристаллов не превращает все каноны кристаллографии в миф. Автор статьи [29] по этому поводу пишет: «Понятие квазикристалла представляет фундаментальный интерес, потому что оно обобщает и завершает определение кристалла. Теория, основанная на этом понятии, заменяет извечную идею о "структурной единице, повторяемой в пространстве строго периодическим образом", ключевым понятием дальнего порядка. Это понятие привело к расширению кристаллографии, вновь открытые богатства которой мы только начинаем изучать. Его значение в мире минералов можно поставить в один ряд с добавлением понятия иррациональных чисел к рациональным в математике».

2. Теория генерации магнетрона

Магнетрон — один из первых и наиболее широко распространённых генераторов сверхвысоких частот (СВЧ), в которых электроны, движущиеся в скрещённых статических электрическом и магнитном полях, взаимодействуют с высокочастотным электромагнитным полем.

С конструктивной точки зрения современный много-резонаторный магнетрон состоит из трёх основных частей (см., например, [32, с. 202]): 1) катода; 2) анодного блока, содержащего колебательные контуры; 3) устройства для вывода высокочастотной энергии. Экспериментальные и теоретические исследования магнетрона привели, начиная с первых работ, ко многим противоречиям и парадоксам, к обнаружению ряда непонятных явлений. Одной из первых и, пожалуй, единственной попыткой последовательно разобраться в этих вопросах и развеять основной миф о существовании стационарного режима генерации магнетрона была попытка, предпринятая Л.А. Вайнштейном и А.С. Рошалем в лекциях по

электронике СВЧ на 2-й зимней школе инженеров, проходившей в 1972 г. в Саратове [33]. К сожалению, эта работа, опубликованная только в материалах школы, осталась неизвестной широкому кругу физиков. Далее мы во многом будем следовать работе [33] и её изложению в [32].

Самой сложной проблемой в теории магнетрона (впрочем, как и в теории других СВЧ-генераторов) был и остается правильный и полный учёт пространственного заряда. Как правило, здесь не обойтись без мощных вычислительных машин, хотя и численное моделирование не позволяет до конца разобраться во всех явлениях, связанных с пространственным зарядом. Но эти явления, кроме того, что они представляют очевидный физический интерес, важны и с практической точки зрения, поскольку во многом определяют предельные возможности прибора. В магнетроне сильный пространственный заряд в спицах⁵ приводит к их разрушению, т.е. определяет максимальную мощность прибора. С пространственным зарядом связано возникновение высокого шумового пьедестала в частотном спектре сигнала, генерируемого магнетроном.

Далее речь пойдет о магнетронных генераторах импульсного типа, в которых пространственный заряд играет главную роль. Следуя [33], рассмотрим три возможных состояния магнетрона: 1) негенерирующий магнетрон (магнитное поле больше критического); 2) магнетрон в начале генерации (переход от предгенерационного режима в режим генерации); 3) магнетрон в развитом режиме генерации (СВЧ-поле является достаточно сильным).

2.1. Три загадки магнетрона.

Миф о стационарном режиме магнетрона

Под сильным пространственным зарядом будем понимать заряд, плотность которого $\rho \sim \rho_{cr}$, где ρ_{cr} — критическая плотность пространственного заряда равная

$$\rho_{cr} = \frac{eH^2}{4\pi mc^2}, \quad (1)$$

e и m — заряд и масса электрона, c — скорость света, H — напряжённость магнитного поля (формула (1), которая записана в абсолютных единицах, будет выведена позднее). Слабому пространственному заряду соответствует условие $\rho \ll \rho_{cr}$. Физический смысл ρ_{cr} заключается в следующем. Представим (1) в виде

$$\frac{\rho_{cr} mc^2}{2e} = \frac{H^2}{8\pi}. \quad (2)$$

В правой части формулы (2) стоит плотность магнитной энергии или давление магнитного поля. Как известно, однородное магнитное поле оказывает фокусирующее действие на протяжённые пучки, движущиеся вдоль него, предотвращая их разлетание под действием

⁵ Напомним, что в генерирующем магнетроне электронное облако принимает форму вращающегося колеса. Прикатодная часть образует втулку колеса, от которой к аноду идут "спицы" — электронные структуры, сгруппированные благодаря действию механизма автофазировки в области максимального торможения электронов тангенциальным полем.

сил, создаваемых пространственным зарядом (для цилиндрических пучков это происходит при $\rho < \rho_{cr}/2$, а для плоских — при $\rho < \rho_{cr}$). Магнитное поле в магнетроне действует подобным образом, компенсируя до некоторой степени силы расталкивания в электронных спицах работающего магнетрона. Соотношение (1) можно получить, приравнявая плазменную частоту электронного облака $\omega_p = \sqrt{4\pi\rho e/m}$, которая определяется плотностью, циклотронной частоте $\Omega = eH/mc$, соответствующей магнитному полю в магнетроне. Плотность заряда, значительно превосходящая ρ_{cr} , в магнетроне существовать не может, за исключением весьма тонких слоёв.

При теоретических и экспериментальных исследованиях магнетрона обнаружилось загадочные явления. Основные из них следующие.

- Загадка первая: существование в предгенерационном режиме (даже в плоском магнетроне) экспериментально измеряемого анодного тока, что не может быть объяснено в рамках существующих аналитических представлений.

- Загадка вторая: невозможность объяснить в рамках теории, не учитывающей влияние пространственного заряда, лёгкое самовозбуждение цилиндрических магнетронов, наблюдаемое в эксперименте.

- Загадка третья: почему теоретические поиски стационарного режима генерации в магнетроне не всегда оказываются удачными? Более того, есть ли такой режим вообще?

Рассмотрим эти загадки более подробно. Первая загадка магнетрона — это его свойства при величине магнитного поля, большей критической, когда генерации нет. В отсутствие пространственного заряда и при пренебрежении краевыми эффектами ситуация ясна: в плоском магнетроне электроны возвращаются к катоду по циклоидальным траекториям, при цилиндрической геометрии — по более сложным траекториям. При сильном пространственном заряде процессы становятся сложнее. Однако если предположить, что электроны, достигнув некоторой плоскости $y = d$, в которой $dy/d\tau = 0$ (y — поперечная координата), поворачивают назад и электрическое поле на катоде равно нулю, то задачу можно решить аналитически [34, 35]. Будем исходить из уравнений движения

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} - \Omega \frac{dy}{d\tau} = f_x, \quad (3)$$

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + \Omega \frac{dx}{d\tau} = f_y, \quad (4)$$

где $f_x = (e/m)E_x$, $f_y = (e/m)E_y$, E_x и E_y — компоненты электрического поля.

Пусть $f_x = 0$ и $dx/d\tau = 0$ при $y = 0$. Тогда из уравнения (3) следует, что

$$\frac{dx}{d\tau} = \Omega y. \quad (5)$$

Подставляя соотношение (5) в уравнение (4), находим:

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + \Omega^2 y = f_y. \quad (6)$$

Допустим, что $f_y = 0$ при $y = 0$, т.е. на катоде реализуется режим ограничения тока пространственным зарядом.

Ниже плоскости $y = \text{const}$ заряд на единицу поверхности равен $2j_y^{(0)}\tau(y)$, где $j_y^{(0)}$ — плотность тока, поступающего с катода в пространство взаимодействия, $\tau = \tau(y)$ — время, затраченное электроном для пролёта от катода ($y = 0$) до данного значения y . Множитель 2 в формуле для заряда учитывает, что половина заряда создаётся электронами, идущими от катода, а другая половина — идущими к катоду. Поскольку мы предполагаем, что поле на катоде $E_y = 0$, при данном y получаем

$$E_y = 4\pi j_y^{(0)}\tau(y), \quad (7)$$

откуда следует, что

$$f_y = 8\pi \frac{e}{m} j_y^{(0)}\tau(y). \quad (8)$$

Интегрируя уравнение (6) с правой частью (8) и начальными условиями $y = dy/d\tau = 0$ в момент вылета $\tau = 0$, находим:

$$y = y(\tau) = \frac{d}{2\pi} (\Omega\tau - \sin \Omega\tau), \quad (9)$$

где

$$d = \frac{16\pi^2}{\Omega^3} \frac{e}{m} j_y^{(0)}. \quad (10)$$

При начальных условиях $x(0) = x_0$ и $|dx/d\tau|_{\tau=0} = 0$ имеем

$$x = x(\tau) = x_0 + \frac{d}{2\pi} \left(\frac{(\Omega\tau)^2}{2} - 1 + \cos \Omega\tau \right). \quad (11)$$

При $\Omega\tau = 0$ значение y равно d , а формулы (9) и (10) применимы при $0 \leq \Omega\tau \leq 2\pi$. Поскольку после достижения значения $y = d$ электроны поворачивают обратно, полное время пролёта равно $4\pi/\Omega$, в то время как в отсутствие пространственного заряда оно равняется циклотронному периоду $2\pi/\Omega$.

Поверхностная плотность заряда во всём электронном слое ниже плоскости $y = d$ равна

$$\sigma_c = \frac{4\pi j_y^{(0)}}{\Omega} = \rho_c d$$

и

$$\rho_c = \frac{4\pi j_y^{(0)}}{\Omega d} = \frac{m\Omega^2}{4\pi e} = \frac{eH^2}{4\pi mc^2},$$

что совпадает с формулой (1).

Заметим, что величины $j_y^{(0)}$ и d нам известны — они зависят от анодного напряжения и расстояния D между катодом и анодом. Напряжение между катодом и внешней границей электронного слоя равно

$$U_e = - \int_0^d E_y dy = - \int_0^{2\pi/\Omega} E_y \frac{dy}{d\tau} d\tau = -2\pi\sigma_c d, \quad (12)$$

а напряжение между границей слоя и анодом выражается в виде

$$U - U_e = -4\pi\sigma_c(D - d), \quad (13)$$

поскольку составляющая $E_y = 4\pi\sigma_c = \text{const}$. Тогда

$$U = -2\pi\rho_c d(2D - d), \tag{14}$$

что приводит к квадратному уравнению относительно d :

$$d^2 - 2Dd - \frac{U}{4\pi\rho_c} = 0.$$

Отсюда следует, что толщина прикатодного электронного слоя определяется выражением

$$d = D - \sqrt{D^2 + \frac{U}{4\pi\rho_c}} = D \left(1 - \sqrt{1 - \frac{U}{U_c}} \right), \tag{15}$$

где $U_c = -2\pi\rho_c D^2$ ($\rho_c < 0$) — критическое напряжение. Плотность заряда $\rho(y)$ в слое $0 < y < d$ непостоянна, причём средняя плотность

$$\rho_c = \frac{1}{d} \int_0^d \rho(y) dy \tag{16}$$

как раз равна критической плотности.

Увеличение вдвое времени пребывания электронов в пространстве взаимодействия по сравнению с временем циклоидального движения в отсутствие пространственного заряда, находит отражение в том, что под влиянием пространственного заряда угловая скорость обращения электронов в магнитном поле (для одного электрона равная Ω) уменьшается в соответствии с формулой

$$\Omega_p = \Omega \left(1 - \frac{\omega_p^2}{2\Omega} \right) = \Omega \left(1 - \frac{\rho}{2\rho_c} \right). \tag{17}$$

Формула (17) строго справедлива лишь при $\rho \ll \rho_c$. Но она показывает, что при $\rho \sim \rho_c$ угловая скорость существенно меньше, чем при $\rho \ll \rho_c$. Электронные структуры, в которых $|\rho| > |\rho_c|$, не могут удерживаться магнитным полем. Для цилиндрического магнетрона получены аналогичные результаты [36, 37].

Главным в упомянутых теориях является то, что рассматривается двухпоточное состояние электронного облака в запертом негенерирующем магнетроне. По аналогии с движением при отсутствии пространственного заряда предполагают, что электронное облако состоит из двух потоков электронов — движущихся от катода к внешней границе и движущихся от границы обратно.

Позднее появились работы Бриллиозна [38], в которых найдены точные стационарные решения уравнения Пуассона и уравнений движения для плоского и цилиндрического магнетронов и показано, что электронное облако в запертом магнетроне может находиться в однопоточном состоянии. В этом случае электроны движутся параллельно катоду со скоростями, соответствующими электронам, эмитированным катодом (движение в плоском магнетроне происходит по прямолинейным траекториям, в цилиндрическом — по круговым).

Для плоского магнетрона предполагается, что 1) плотность заряда в прикатодном слое постоянна, 2) на катоде $E_y = 0$, 3) электроны движутся параллельно катоду со скоростью $dx/d\tau = \Omega y$ (см. (5)).

Поскольку в данном случае $dy/d\tau = d^2y/d\tau^2 = 0$, уравнение (4) даёт

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{1}{\Omega} f_y. \tag{18}$$

Из первого и второго допущений следует, что

$$E_y = 4\pi\rho y, \quad f_y = 4\pi \frac{e}{m} \rho y, \tag{19}$$

где ρ — постоянная плотность заряда в слое. Уравнение (18) с учётом (19) можно записать в виде

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{\omega_p^2}{\Omega} y. \tag{20}$$

Тогда, используя третье допущение, из уравнения (20) получим, что $\omega_p^2 = \Omega^2$ и $\rho = \rho_c$, т.е. плотность должна быть критической. Толщина электронного слоя d в плоском магнетроне определяется той же формулой (10), что и для двухпоточного состояния.

К сожалению, попытки Бриллиозна доказать справедливость модели, отличающейся простотой и наглядностью, оказались несостоятельными и непонятными, поэтому вопрос о возможности установления однопоточного состояния долгое время оставался открытым⁶.

Судьей в ответе на вопрос, какое — однопоточное или двухпоточное — состояние реализуется, должен был стать эксперимент. Исследования показали, что не реализуется ни то, ни другое распределение заряда. Экспериментально были обнаружены, даже в магнетронах с плоскими электродами, нерегулярные колебания электронного облака с самыми разнообразными частотами. Наиболее чётким и ясно наблюдаемым явлением, не укладывающимся в рамки теории, не учитывающей влияния пространственного заряда, оказывается легко измеряемый анодный ток, который хотя и уменьшается с возрастанием магнитного поля, но не так быстро, как это следует из расчётов, учитывающих распределение начальных скоростей.

Для объяснения результатов измерений анодного тока при значениях магнитного поля, в несколько раз превышающих критическое, приходилось приписывать электронам температуру в миллион градусов, т.е. на много порядков превосходящую температуру катода.

Начало генерации в магнетроне — его вторая загадка. Известно, что механизм фазировки в магнетроне эффективен только при синхронизме электронов и поля. В плоском магнетроне (рис. 1а) электрон под воздействием однородных статических полей $E^{(0)}$ и H дрейфует в направлении оси x со скоростью $v_0 = cE^{(0)}/H$.

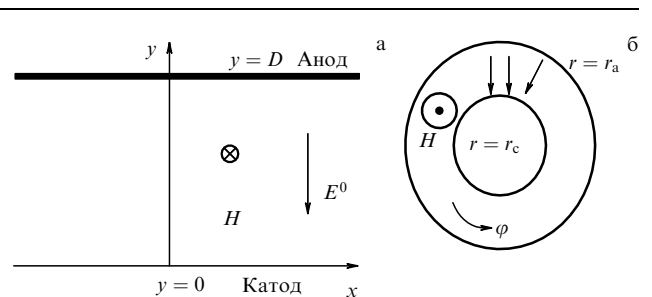


Рис. 1. Схематическое изображение плоского (а) и цилиндрического (б) магнетронов.

⁶ Заметим, что механизм установления однопоточного состояния был выяснен вскоре после появления статьи Бриллиозна, но результаты соответствующей работы стали доступны намного позднее (см. [39]).

Если в направлении оси x распространяется медленная электромагнитная волна, зависимость которой от координаты x и времени t определяется в комплексных обозначениях множителем $\exp[i(kx - \omega t)]$, то её фазовая скорость $u = \omega/k$ должна быть близка к скорости v_0 . Степень близости скоростей определяется в стационарном режиме генерации в рамках теории, не учитывающей влияния пространственного заряда [40], неравенством $|\omega - \omega_0|T \leq 1$, где $\omega_0 = kv_0$ — частота, при которой скорость медленной волны с тем же волновым числом k в точности равна v_0 ; T — время пролёта электронов от катода к аноду. Так как перемещение электронов от катода к аноду обусловлено дрейфом под действием поля синхронной волны, то время T обратно пропорционально амплитуде этой волны: чем меньше амплитуда, тем более близки между собой должны быть величины ω и ω_0 (u и v_0). Отсюда картину начала генерации в плоском магнетроне можно было бы представить так: волна с достаточно малой амплитудой, возникшая в результате флуктуаций на частоте, почти точно равной ω_0 , формирует спицы, увеличивая при этом свою амплитуду. По мере увеличения амплитуды частоты ω и ω_0 могут расходиться.

В цилиндрическом магнетроне (рис. 1б) эта простая картина начала генерации не реализуется, поскольку в таком магнетроне электрическое поле $E^{(0)}$, а следовательно, и скорость дрейфа v_0 обратно пропорциональны радиальной координате r , а именно $v_0 = v\bar{r}/r$, где v — скорость при $r = \bar{r}$. Поле синхронной волны, вращающейся в положительном направлении по азимуту (по координате φ), определяется теперь множителем $\exp[i(n\varphi - \omega t)]$. Поэтому линейная фазовая скорость на окружности с радиусом r равна $u = vr/\bar{r}$. Таким образом, полный синхронизм $v_0 = u = v$ реализуется только при одном значении: $r = \bar{r}$. Отсутствие повсеместного синхронизма электронов и волны в цилиндрическом магнетроне приводит к тому, что, например, при соотношении $r_a/r_c = 1,5$ спицы не образуются при амплитуде СВЧ-поля, всего на порядок меньшей максимальной амплитуды, соответствующей стационарной генерации. Сказанное подтверждается и расчётами на ЭВМ: волна с достаточно малой амплитудой, "впущенная" в пространство взаимодействия цилиндрического магнетрона, не в состоянии сформировать спицы и заметно увеличить свою амплитуду, каким бы образом ни варьировать её частоту и угловую скорость.

Таким образом, теория, не учитывающая влияние пространственного заряда, не в состоянии описать процесс самовозбуждения цилиндрических магнетронов. Но цилиндрические магнетроны легко возбуждаются в эксперименте, что объясняется действием пространственного заряда. Понять и рассчитать это действие — означает разгадать вторую загадку магнетрона.

Третья загадка магнетрона — это его свойства в развитом режиме генерации при сильном пространственном заряде, который существенно влияет на движение электронов.

Дело в том, что теоретические поиски стационарных режимов в некоторых случаях не приводили к цели. В других случаях стационарные режимы получали как результат либо грубости расчётов, либо ограничений, свойственных выбранной модели. К таким моделям относились те, в которых самосогласованную задачу для магнетрона решали, лишая электрон хотя бы неко-

торых степеней свободы и предполагая, например, что электронные спицы имеют ту или иную жёсткую форму или что движение электронов подчиняется уравнениям дрейфа и т.д. Конечно, результаты, получаемые подобным образом, приносили определённую пользу, особенно если они оправдывались экспериментом, но эти результаты не позволяли глубоко проникнуть в механизм работы магнетрона и, в частности, оценить предельные возможности прибора.

В 1965 г. появилась работа [41], посвящённая численному исследованию переходных процессов в магнетроне, которой суждено было стать классической. В работе [41] был развеян миф о существовании стационарного (постоянного) режима генерации в магнетроне. Было показано, что его нет: электронные потоки и анодный ток пульсируют, причём характерное время пульсаций существенно меньше времени установления колебаний в резонаторе. Поэтому если стационарное состояние и существует, то только для резонансного поля объёмного резонатора, но не для электронного облака или поля пространственного заряда.

Что же дал вычислительный эксперимент для разрешения всех трёх загадок?

Расчёты показали, что при достаточно большом токе эмиссии и плавном установлении напряжения электроны, эмитированные за время установления, движутся по траекториям, близким к траекториям однопоточного состояния. После этого поступление новых электронов из катода в электронное облако практически прекращается. Физическая причина того, что двухпоточное состояние не реализуется, состоит в его сильной неустойчивости, связанной с наличием двух пронизывающих друг друга потоков. Когда составляющие скорости по направлению нормали к катоду становятся малыми и состояние облака становится близким к однопоточному, двухпоточная неустойчивость в значительной мере устраняется (эти вопросы достаточно подробно рассмотрены в приложениях II и III книги [42]).

Следует отметить, что однопоточное состояние тоже является неустойчивым по отношению к возмущениям, имеющим вид бегущей волны. Неустойчивость обусловлена также наличием электронов с разными скоростями. Однако такие электроны пространственно разнесены, поэтому взаимодействие между ними слабее и возмущения возрастают медленнее, чем в двухпоточном состоянии.

В результате и однопоточное состояние фактически не реализуется: всегда имеющиеся в действительности несимметричные возмущения возрастают и превращают упорядоченное ("ламинарное") движение электронов в неупорядоченное ("турбулентное"). Неупорядоченность возникает из-за существования множества возрастающих колебаний с разными частотами и примерно одинаковыми коэффициентами нарастания. При достижении этими колебаниями конечных амплитуд между ними начинается нелинейное взаимодействие. В результате электронное облако в негенерирующем магнетроне остаётся симметричным только в статистическом смысле. Электронное облако пульсирует ("кипит") и поэтому менее эффективно удерживается магнитным полем, что приводит к попаданию части электронов на анод. В этом заключается частичная разгадка первой загадки магнетрона: заметный анодный ток в запертом магнетроне получается уже в двумерной модели при учёте

пространственного заряда в пренебрежении краевыми эффектами.

Следует заметить, что наличие мелкомасштабных пульсаций не исключает также существования крупномасштабных структур, например волн пространственного заряда.

Если одна из мод колебаний пространственного заряда находится в синхронизме с колебаниями резонансной системы, причём как частоты, так и фазовые скорости полей близки между собой, то развитие неустойчивости происходит иначе. В магнетроне структуры распределения поля пространственного заряда и волны в линии передачи существенно различаются: потенциал и поле обусловлены модуляцией электронного слоя и, в частности, периодичностью границы, поэтому при удалении от границы они экспоненциально убывают, в то время как поле синхронной волны убывает при удалении от анода, т.е. в противоположном направлении. Эта модель даёт качественный ответ на вторую загадку магнетрона. Самовозбуждение цилиндрического магнетрона обусловлено взаимодействием двух синхронно вращающихся волн — волны пространственного заряда и волны в резонансной системе, которые вращаются как твёрдые тела, и синхронизм между ними не нарушается. До тех пор пока амплитуда колебаний в резонаторе мала, распределение поля близко к распределению поля волны пространственного заряда. Электроны начинают движение к аноду, стремясь образовать расширяющиеся спицы (рис. 2). Но амплитуда резонансных колебаний возрастает и всё в большей мере определяет распределение поля и движение электронов.

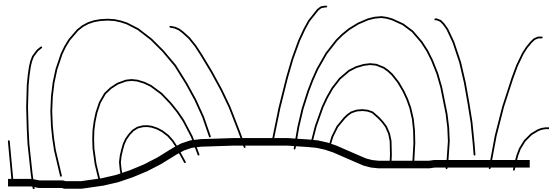


Рис. 2. Эквипотенциальные линии волн пространственного заряда вблизи внешней границы слоя.

В представленных рассуждениях молчаливо предполагалось, что генерация начинается с однопоточного состояния электронного облака. Наверное, это не так, поскольку можно предположить, что турбулентный ("кипящий") электронный слой также может поддерживать волны пространственного заряда с фазовой скоростью того же порядка. Какие-либо теоретические результаты в доказательство этого отсутствуют, но имеются экспериментальные данные, свидетельствующие о существовании таких волн.

Режим развитой генерации в магнетроне изучен гораздо лучше, чем процесс возбуждения. Взаимодействуя с тангенциальным полем, электроны передают ему свою энергию и тем самым поддерживают генерацию. Электронные спицы под воздействием собственного поля пространственного заряда оказываются деформированными и, как уже указывалось, нестационарными (пульсирующими) даже в режиме установившихся колебаний. Анодный ток вследствие нестационарности спиц колеблется около среднего значения. Но характерное время пульсаций оказывается гораздо меньшим вре-

мени установления колебаний в резонаторе, поэтому амплитуда синхронной волны в режиме установившихся колебаний практически постоянна, поскольку она определяется в результате естественного усреднения по времени (см. 2-ю лекцию в [42]).

Пульсации спиц имеют ту же природу, что и пульсации электронного облака в запёртом магнетроне: они вызваны неустойчивостью плотных электронных образований. Различие состоит лишь в том, что неустойчивость спиц, как правило, не развивается до конца, потому что синхронная волна с достаточно большой амплитудой сравнительно быстро удаляет электроны из пространства взаимодействия. Взамен удалённых электронов поступают новые, поэтому возмущения накапливаются в меньшей степени.

Пульсации спиц показывают, что они представляют собой сложную колебательную систему, связанную с другой колебательной системой — объёмным резонатором. Свойства электронной колебательной системы до сих пор недостаточно изучены. Особенно плохо дело обстоит с пониманием того, как предгенерационный режим переходит в режим генерации. В мощных импульсных приборах орбитальное движение электронов в сильной степени подавлено и электроны стремятся дрейфовать вдоль линий равного потенциала результирующего поля, образуя ламинарный поток. Но и ламинарные спицы не устойчивы по отношению к возмущениям в виде волны, бегущей вдоль спицы (см. приложение III в [42]). Поэтому каждая спица, идущая от катода к аноду и формируемая полем синхронной волны, может трактоваться как своеобразный лучевой прибор магнетронного типа, способный усиливать и генерировать колебания даже в отсутствие резонансной или замедляющей системы. Спицы в реальных условиях взаимодействуют друг с другом, с электронным облаком, находящимся вблизи катода, и с полями различных колебаний в резонаторе, реагируют на случайные и периодические возмущения. Результатом этого являются нерегулярные колебания, накладывающиеся на стационарный режим генерации.

В работах [43, 44] изложены результаты компьютерного моделирования процесса автомодуляции пространственного заряда. Качественно этот процесс можно описать следующим образом. Высокочастотное поле колебательной системы, наложенное на однородный статический электронный поток, сначала приводит к образованию выпуклости, на которую постепенно накручиваются новые слои электронов, образуя локальную вращающуюся втулку. Когда верхние слои этой втулки поднимаются и подходят достаточно близко к аноду, под действием высокочастотного поля резонаторной системы они отрываются от локальной втулки и постепенно в виде сгустков импульсами оседают на аноде. После оседания сгустка локальная втулка постепенно восстанавливается и описанный процесс повторяется вновь. Нерегулярность этого процесса связана с тем, что время образования локальной втулки не связано с временем прохождения втулки от одной щели резонаторной системы к другой. Поэтому процесс отрыва порций заряда от локальной втулки каждый раз начинается при новом исходном состоянии втулки. Вследствие этого от втулки каждый раз отрываются разные порции заряда. Такая хаотическая автомодуляция может быть одной из причин возникновения высокого шумового пьедестала в

частотном спектре сигнала, генерируемого магнетроном.

Заметим, что имеется ряд исследований (см., например, [45]), в которых на мощных вычислительных машинах решались задачи полномасштабного моделирования магнетрона на основе самосогласованной системы уравнений Максвелла–Власова в трёх измерениях. Однако вопросы, связанные со свойствами развитого режима генерации (впрочем, как и связанные с первыми двумя загадками), до сих пор остаются. В то же время следует отметить, что интегральные характеристики магнетронов рассчитываются весьма хорошо, а приборы часто конструируют, используя теорию подобия.

3. Ионизационные волны в плазме газовых разрядов (страты)

Как известно, возбуждение так называемых ионизационных волн (страт) в низкотемпературной плазме является следствием ионизационной неустойчивости [11, 46, 47]. Основную роль в развитии ионизационной неустойчивости играет зависимость скорости ионизации от температуры и концентрации электронов.

Впервые возбуждение страт в плазме газового разряда наблюдалось в конце XIX в. С тех пор накоплен богатый экспериментальный материал (см., например, обзоры [46, 48–50]). В подавляющем большинстве экспериментов наблюдалась одна волна с аномальным законом дисперсии и фазовой скоростью, направленной от анода к катоду (групповая скорость этой волны направлена от катода к аноду). В связи с этим практически во всех теоретических работах, посвящённых устойчивости стационарного состояния плазмы, находилось условие пространственного возрастания периодических по координате возмущений. Обратим внимание, что то же самое делалось (и часто делается до сих пор) почти во всех работах по устойчивости плазмы (см., например, [51]) и теории турбулентности [13, 14, 52]. В то же время наличие границ должно приводить к возникновению встречной волны. Учёт граничных условий позволяет также записать характеристическое уравнение для нахождения собственных волновых чисел возбуждающихся волн. Рассмотрение задачи с учётом встречной волны позволяет определить степень корректности традиционного подхода, игнорирующего эту волну. Последовательный анализ задачи показывает, что неустойчивость носит конвективный характер и для её развития необходима обратная связь, осуществляемая либо через встречную волну, либо через цепь питания. Поэтому представления о том, что при описании ионизационных волн обратную связь учитывать не нужно, можно отнести к мифическим. Впервые условие устойчивости стационарного состояния плазмы газового разряда с учётом обратной связи через встречную волну и через цепь питания было исследовано в работах [53, 54]. Там, в частности, объяснено, почему во многих экспериментах не наблюдалась встречная волна.

Ниже на основе гидродинамической модели мы покажем, откуда следует этот результат. Гидродинамическая модель включает в себя уравнения непрерывности для заряда электронов и ионов, закон сохранения энергии электронов (энергия ионов полагается равной нулю) и уравнение Пуассона для электрического поля. В широко используемом приближении квазинейтрально-

сти плазмы⁷ соответствующая система уравнений может быть приведена к виду [46]

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D_a \frac{\partial n}{\partial x} \right) - \mu_i \left[\frac{\partial n}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \gamma_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(n \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] &= \\ &= n(Z(n, T) - Z_0(T)), \\ \frac{3}{2} e \frac{\partial(nT)}{\partial t} - e\gamma \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e n T \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \\ &= - \left(\zeta \frac{\partial T}{\partial x} - E \right) j - enH(n, T), \\ j &= en\mu_e \left(E - \frac{T}{n} \frac{\partial n}{\partial x} - \gamma_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (21)$$

где n — концентрация электронов (и ионов) на оси трубки, e — заряд электрона, T — температура электронов в электронвольтах, μ_e и μ_i — подвижности электронов и ионов, $D_a = \mu_i T$ — коэффициент диффузии электронов, обусловленный подвижностью ионов (этот коэффициент называется коэффициентом амбиполярной диффузии), $Z(n, T)$ — эффективная частота ионизации, $Z_0(T) = (2,4/R_0)^2 \mu_i T$ — величина, обратная диффузионному времени жизни электронов и ионов за счёт рекомбинации на стенках трубки, R_0 — радиус трубки, E — продольная составляющая напряжённости электрического поля, j — плотность тока, $H(n, T)$ — потери энергии электронов в единицу времени за счёт соударений, ζ , γ_1 и γ — кинетические коэффициенты, значения которых зависят от вида функции распределения электронов по скоростям (для максвелловского распределения $\zeta = 2$, $\gamma_1 = 1/2$, $\gamma = 1$).

Уравнения (21) образуют замкнутую систему при условии заданного тока. Если ток не задан, то к указанным уравнениям нужно добавить закон Ома для замкнутой цепи:

$$\mathcal{E} = jR_i S + \int_0^L E dx, \quad (22)$$

где \mathcal{E} — э.д.с. источника питания, R_i — его внутреннее сопротивление, S и L — эффективное поперечное сечение и длина положительного столба в газоразрядной трубке.

С целью лучшего понимания физической сущности рассматриваемых процессов зададим простейшие граничные условия, соответствующие отсутствию возмущений концентрации и температуры электронов на границах положительного столба:

$$n(0, t) = n(L, t) = n_0, \quad T(0, t) = T(L, t) = T_0, \quad (23)$$

где n_0 и T_0 — стационарные значения n и T , которые определяются из уравнений, следующих из (21), (22):

$$Z(n_0, T_0) = Z_0(T_0), \quad \mu_e E_0^2 = H(n_0, T_0),$$

$$j_0 = \frac{\mathcal{E} - E_0 L}{R_i S}, \quad j_0 = en_0 \mu_e E_0.$$

Для дальнейших расчётов из уравнений (21), (22) целесообразно исключить электрическое поле E и перей-

⁷ Условие квазинейтральности состоит в равенстве концентраций электронов и ионов.

ти к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{E_0}{T_0} x, & \tau &= \frac{\mu_i E_0^2}{T_0} t, & N &= \frac{n - n_0}{n_0}, \\ U &= \frac{T - T_0}{T_0}, & J &= \frac{j - j_0}{j_0}. \end{aligned}$$

Полученные уравнения с учётом граничных условий (23) удобно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \tau} - \eta_T U &= (1 + U) \frac{\partial^2 N}{\partial \xi^2} + \gamma_1 (1 + N) \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \\ &+ (1 + \gamma_1) \frac{\partial N}{\partial \xi} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \eta(U, N) - \eta_T U, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial N}{\partial \xi} &= \alpha \frac{1 + J}{(1 + N)(1 + U)} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \\ &+ \left(\frac{N(N + 2) - J}{(N + 1)^2} - \frac{\gamma}{1 + N} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) \frac{\partial N}{\partial \xi} - \\ &- \frac{\gamma}{1 + U} \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{(N - J)(N + J + 2)}{(N + 1)^2 (U + 1)} + h(U), \end{aligned}$$

$$J = \frac{R}{(R_1 + R)l} \int_0^l \left(\frac{(1 + J)N}{1 + N} + \frac{N - U}{1 + N} \frac{\partial N}{\partial \xi} \right) d\xi, \quad (25)$$

где

$$\eta_T = \left(\frac{2,4T_0}{E_0 R_0} \right)^2 \left(\frac{T_0}{Z_0} \frac{\partial Z}{\partial T} \Big|_{n=n_0, T=T_0} - 1 \right), \quad \alpha = \zeta - \gamma_1,$$

$$h(U, N) = \frac{H - H_0}{H_0(1 + U)},$$

$$\eta(U, N) = \frac{Z - Z_0(1 + U)}{\mu_i E_0^2} T_0(1 + N),$$

$R = E_0 L / j_0 S$ — сопротивление разряда по постоянному току, $l = E_0 L / T_0$ — безразмерная длина положительного столба. В левых частях уравнений (24) содержатся линейные консервативные члены, а в правых частях — нелинейные и неконсервативные.

Для нахождения условий самовозбуждения страт уравнения (24), (25) можно линеаризовать. Пренебрегая зависимостью H от концентрации электронов, получим

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} - \eta_T U = \frac{\partial^2 N}{\partial \xi^2} + \gamma_1 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \eta_n N, \quad (26)$$

$$\gamma \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{\partial N}{\partial \xi} = \alpha \frac{\partial U}{\partial \xi} + 2(N - J) + h_T U,$$

$$J = \frac{R}{(R_1 + R)l} \int_0^l N d\xi, \quad (27)$$

где

$$\eta_n = \left(\frac{2,4T_0}{E_0 R_0} \right)^2 \frac{n_0}{Z_0} \frac{\partial Z}{\partial n} \Big|_{n=n_0, T=T_0}, \quad h_T = \frac{T_0}{H(T_0)} \frac{\partial H}{\partial T} \Big|_{T=T_0}.$$

Решение уравнений (26) можно представить в виде суммы двух слагаемых: слагаемого, описывающего бегущие волны, и синфазной компоненты, обусловлен-

ной модуляцией тока разряда, т.е.

$$\begin{aligned} N(\xi, \tau) &= \left(\sum_{j=1}^4 C_j \exp(\beta_j \xi) + C_0 \right) \exp(p\tau), \\ U(\xi, \tau) &= \left(\sum_{j=1}^4 V_j C_j \exp(\beta_j \xi) + V_0 C_0 \right) \exp(p\tau), \end{aligned} \quad (28)$$

где β_j — комплексные корни дисперсионного уравнения

$$p = \eta_n + \beta^2 + \frac{(\beta - 2)(\eta_T + \gamma_1 \beta^2)}{\alpha \beta + h_T - \gamma \beta^2}, \quad (29)$$

$$V_j = \frac{p - \eta_n - \beta_j^2}{\eta_T + \gamma_1 \beta_j^2}, \quad j = 0, \dots, 4, \quad \beta_0 = 0,$$

V_j — коэффициенты распределения между амплитудами колебаний температуры и концентрации электронов,

$$C_0 = \frac{J_0}{(p - \eta_n)h_T / 2\eta_T + 1}, \quad (30)$$

J_0 — амплитуда модуляции тока ($J = J_0 \exp(p\tau)$). Подставляя (28) с учётом (30) в (27), найдём связь между C_0 и другими коэффициентами C_j :

$$C_0 = \frac{R}{R_1 l} \left[1 + \frac{(R_1 + R)h_T}{2R_1 \eta_T} (p - \eta_n) \right]^{-1} \sum_{j=1}^4 \frac{C_j}{\beta_j} (\exp(\beta_j l) - 1). \quad (31)$$

Дисперсионное уравнение (29) позволяет найти комплексные волновые числа β_j , а точнее, связь волновых чисел и частот p возбуждающихся волн. Важно подчеркнуть, что сами частоты волн пока ещё не определены. Эти частоты могут быть вычислены из характеристического уравнения, получающегося при подстановке найденных выражений для волновых чисел в граничные условия. Наличие встречных волн при этом необходимо для того, чтобы удовлетворить всем граничным условиям. В общем случае найти точное аналитическое решение этого уравнения сложно. Поэтому далее мы ограничимся только случаем бегущих страт в плазме инертных газов, в котором параметр η_T , как правило, является большим [46], вследствие чего можно ввести малый параметр $\varepsilon = \eta_T^{-1/4} \ll 1$. В этом случае, как следует из полученных ниже результатов, вблизи границы возбуждения страт выполняется условие

$$\frac{|p - \eta_n|}{\eta_T} \sim \varepsilon. \quad (32)$$

При условии (32) один из корней дисперсионного уравнения (29) имеет порядок единицы, а остальные корни значительно больше его. Наименьший корень

$$\beta_1 = 2 + \frac{(p - \eta_n)h_T}{\eta_T} + o(\varepsilon), \quad (33)$$

а второй по величине корень

$$\beta_2 = -\frac{\eta_T}{\gamma(p - \eta_n)} + o(\varepsilon). \quad (34)$$

Остальные два корня, относящиеся к стоячим стратам [11], для нас не представляют интереса.

Подставляя теперь (28) в граничные условия и учитывая (30), получим систему однородных уравнений для определения постоянных C_j . Из условия равенства нулю детерминанта этой системы можно найти характеристическое уравнение. Легко показать, что это уравнение с точностью до членов порядка ε разбивается на два независимых уравнения, одно из которых, имеющее вид

$$\exp[(\beta_2 - \beta_1)l] - 1 + \frac{1}{\beta_1 l} \left(\frac{(R_i + R)\beta_1}{2R} - 1 \right)^{-1} \times \\ \times [1 - \exp(-\beta_1 l)] [\exp(\beta_2 l) - 1] = 0, \quad (35)$$

определяет условия возбуждения бегущих страт.

Решение уравнения (35) можно представить в виде

$$\beta_2 = \psi_0(k) + ik, \quad (36)$$

где k — действительное волновое число, принимающее дискретный ряд собственных значений, $\psi_0(k) \ll k$ — коэффициент пространственного возрастания волны, слабо зависящий от её волнового числа k и определяемый главным образом отношением $R_i l / R$. Полагая в (33) и (34) $\beta_2 \approx ik$, находим

$$\beta_1 = 2 + ik_1, \quad (37)$$

где $k_1 = h_T / \gamma k$. Волна, соответствующая волновому числу β_2 , является основной ионизационной волной. Другая волна, с волновым числом β_1 , является быстро затухающей по координате в направлении от анода к катоду. Существование этой волны впервые было предсказано теоретически в работах [53, 54], а затем экспериментально обнаружено многими исследователями. В случае, когда разряд питается от источника с очень большим внутренним сопротивлением и ток в цепи практически не изменяется, именно посредством этой волны осуществляется обратная связь, которая приводит к самовозбуждению страт. Однако если сопротивление источника питания достаточно мало, то влияние этой волны несущественно. Поэтому многие исследователи её просто "не замечали".

Подставляя (36) в дисперсионное уравнение (29), определим собственные комплексные частоты p , связанные с собственными значениями k :

$$p = \eta_n - k^2 - \frac{2\eta_T}{\gamma k^2} \left(a + \frac{\psi_0}{2} \right) + \frac{i\eta_T}{\gamma k}, \quad (38)$$

где $a = 1 - \alpha/2\gamma$. Из выражения (38) видно, что величина $\delta = \text{Re } p$ может быть положительной, т.е. возможно самовозбуждение автоколебаний. Максимальное значение δ , равное

$$\delta = \eta_n - 2 \left[\frac{\eta_T(2a + \psi_0)}{\gamma} \right]^{1/2} \sim \varepsilon^{-2}, \quad (39)$$

принимает при

$$k = k_0 = \left[\frac{\eta_T(2a + \psi_0)}{\gamma} \right]^{1/4} \sim \varepsilon^{-1}, \\ \omega = \text{Im } p = \left[\frac{\eta_T^3}{\gamma^3(2a + \psi_0)} \right]^{1/4} \sim \varepsilon^{-3}.$$

Отсюда следует, что использованное в наших расчётах условие (32) является справедливым.

4. Стохастический резонанс

Одним из примеров, относящихся уже к последнему времени, является объяснение так называемого стохастического резонанса. Понятие "стохастический резонанс" впервые было введено в 1981 г. в связи с потребностью объяснить близкую к периодической (с периодом T равным приблизительно 100000 лет) смену эпох оледенения Земли [55–57]. Одной из причин такой смены может быть наблюдающееся периодическое изменение эксцентриситета земной орбиты как раз с указанным периодом. Но это изменение очень мало, и само по себе, оно не может вызвать сильного изменения климата. Однако, добавив в выведенные уравнения некоторый шум, авторы указанных работ обнаружили, что в определённом диапазоне интенсивности шума такие изменения становятся возможными. Так было открыто явление, названное стохастическим резонансом. И хотя вопрос о том, соответствует ли указанное объяснение истинным причинам наблюдаемой смены эпох оледенения Земли, до сих пор окончательно не решен, явление стохастического резонанса стало широко известным [58, 59]. Оно наблюдается в системах с самой различной физической природой, включая турбулентные струи [60].

Первые исследователи стохастического резонанса моделировали явление смены эпох оледенения Земли, используя уравнение для температуры поверхности Земли, которое имеет вид уравнения движения лёгкой частицы в бистабильном потенциальном поле, возмущённом слабым входным периодическим сигналом и шумом:

$$\dot{x} + f(x) = A \cos \omega t + \xi(t), \quad (40)$$

где x — температура, $A \cos \omega t$ — слабое периодическое возмущение, вызванное колебаниями эксцентриситета земной орбиты с частотой ω , $f(x) = dU(x)/dx = -x + x^3$, $U(x) = -x^2/2 + x^4/4$ — симметричный потенциал с двумя ямами, $\xi(t)$ — белый шум с интенсивностью K , т.е. $\langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle = K\delta(\tau)$. Потенциал $U(x) = -x^2/2 + x^4/4$ и соответствующая ему сила $f(x)$ приведены на рис. 3, на котором указано значение U_0 , представляющее собой высоту потенциального барьера для перехода частицы из одной потенциальной ямы в другую. Заметим, что, с точки зрения теории четырёхполосников, возмущение $A \cos \omega t$ в уравнении (40) может рассматриваться как входной сигнал, а переменная x — как выходной. Принципиальная схема соответствующего четырёхполосника приведена на рис. 4.

Как следует из [61], решение уравнения (40) содержит дискретные составляющие (нечётные гармоники с частотой ω) и непрерывные составляющие, обусловленные шумом. Отношение амплитуды B первой гармоники сигнала на выходе системы к амплитуде сигнала A на её входе мы назовём коэффициентом преобразования амплитуды⁸ и обозначим как $Q(K)$.

Численное и приближённое аналитическое решения уравнения (40) показывают, что коэффициент преобра-

⁸ Такое определение коэффициента преобразования является стандартным и общепринятым.

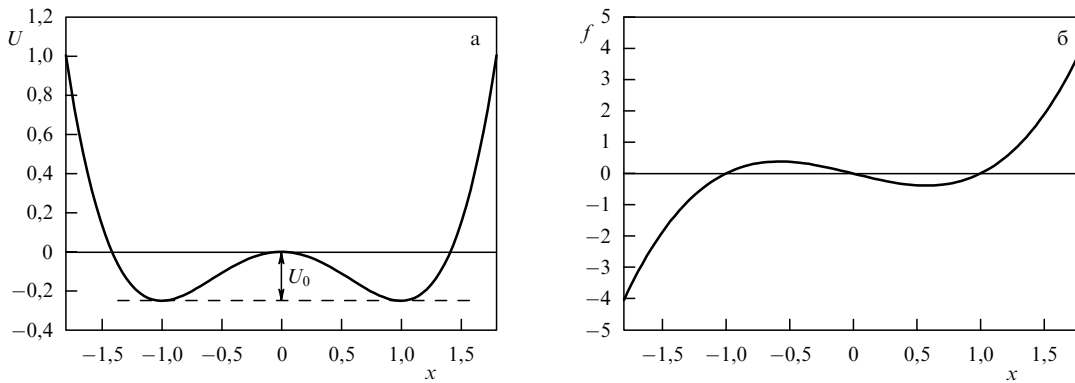


Рис. 3. (а) Потенциал $U(x)$, описываемый выражением $U(x) = -x^2/2 + x^4/4$, и (б) соответствующая ему сила $f(x) = -x + x^3$.



Рис. 4. Принципиальная схема четырёхполюсника.

зования $Q(K, \omega, A)$ и фазовый сдвиг $\psi(K, \omega, A)$ являются немонотонными функциями интенсивности шума K (рис. 5). Величина Q достигает максимума при определённом значении K , причём это значение тем больше, чем выше частота сигнала. Зависимость Q от K при фиксированных значениях частоты и амплитуды сигнала напоминает резонансную зависимость амплитуды колебаний некоторого осциллятора от частоты вынуждающего воздействия. Так как K определяет среднюю частоту перескоков из одной ямы в другую под действием шума, вызванных случайными переходами через потенциальный барьер U_0 , то естественно предположить, что максимум в зависимости Q от K имеет место тогда, когда выполняется условие резонанса между частотой сигнала и средней частотой флуктуационных переходов из одного устойчивого состояния в другое⁹. В рассматриваемом случае это условие соответствует равенству периода сигнала $T = 2\pi/\omega$ удвоенному среднему времени T_{tr} первого перехода через потенциальный барьер,

$$T_{tr} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{2U_0}{K}\right). \quad (41)$$

В англоязычной литературе формулу для T_{tr} называют формулой Крамерса, хотя первая работа по вычислению T_{tr} , принадлежащая Л.С. Понтрягину, А.А. Андронову и А.А. Витту [62], была опубликована в 1933 г., тогда как работа Крамерса [63] вышла только в 1940 г.

Очевидно, что указанное предположение, следующее из простых логических рассуждений, является мифическим, потому что тогда величина Q должна была бы достигать максимального значения не только при изменении интенсивности шума K , определяющей среднюю частоту перехода, но и при изменении ω (частоты воздействия). Вместе с тем известно, что при увеличении ω значение Q монотонно уменьшается (рис. 6).

⁹ Отметим, что именно из-за этого предполагаемого условия резонанса возник сам термин "стохастический резонанс" [55–57].

В более поздних работах было показано, что причиной стохастического резонанса является изменение вследствие шума упругости системы и коэффициента затухания по отношению к реакции на входной сигнал [64–66]. Заметим, что сама возможность изменения эффективных параметров системы под действием шума известна давно (см., например, [67, 68]). Однако стохастический резонанс с этой точки зрения рассматривался только в указанных выше работах.

Таким образом, экспериментальные данные часто не позволяют дать однозначное объяснение наблюдаемому явлению, т.е. создать адекватную теорию, основанную на этих данных. Только строгая теория, хотя и ограниченного применения, но имеющая в основе адекватный математический аппарат, может позволить понять, какое из этих объяснений является правильным.

Немонотонная зависимость Q от K навела исследователей на мысль, что явление стохастического резонанса можно использовать с целью увеличения отношения сигнала к шуму. В случае гармонического сигнала это, действительно, так. Но для гармонического сигнала существуют другие, более эффективные, методы выделения сигнала из шума, например синхронное детектирование. Однако в случае негармонического сигнала вопрос о возможности увеличения отношения сигнала к шуму с помощью стохастического резонанса остается открытым, поскольку коэффициент преобразования Q и сдвиг фаз ψ сильно зависят от частоты, что неизбежно должно привести к значительному искажению выходного сигнала. Следует отметить, что само понятие отношения сигнала к шуму определено во многих работах неоднозначно. Например, в обзоре [59] дается следующее определение: "Отношение сигнал/шум (SNR) определяется как отношение спектральных плотностей мощности сигнала и шума на частоте сигнала... При гармоническом сигнале на входе такому определению в эксперименте отвечает отношение высоты спектральной линии сигнала модуляции над шумовым основанием к высоте шумового основания спектра выходного сигнала". Но, как следует из [61], спектральная плотность сигнала представляет собой набор δ -функций, и поэтому высота спектральной линии на частоте сигнала теоретически обращается в бесконечность. Таким образом, если следовать данному выше определению, то теоретически отношение сигнала к шуму всегда равно бесконечности. Высота спектральной линии при численном определении спектральной плотности зависит от длительности реализации, частоты дискретизации, параметров усреднения и

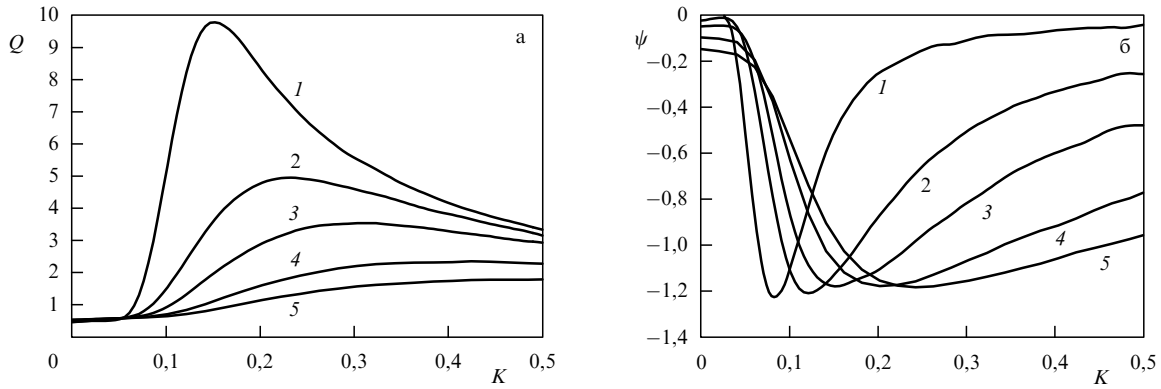


Рис. 5. Зависимости Q (а) и ψ (б) от интенсивности шума K при $A = 0,1$ и $\omega = 0,01$ (1), $0,05$ (2), $0,1$ (3), $0,2$ (4) и $0,3$ (5), найденные численным решением уравнения (40) при $f(x) = -x + x^3$. Результаты взяты из работы [64], в которой описан способ их получения.

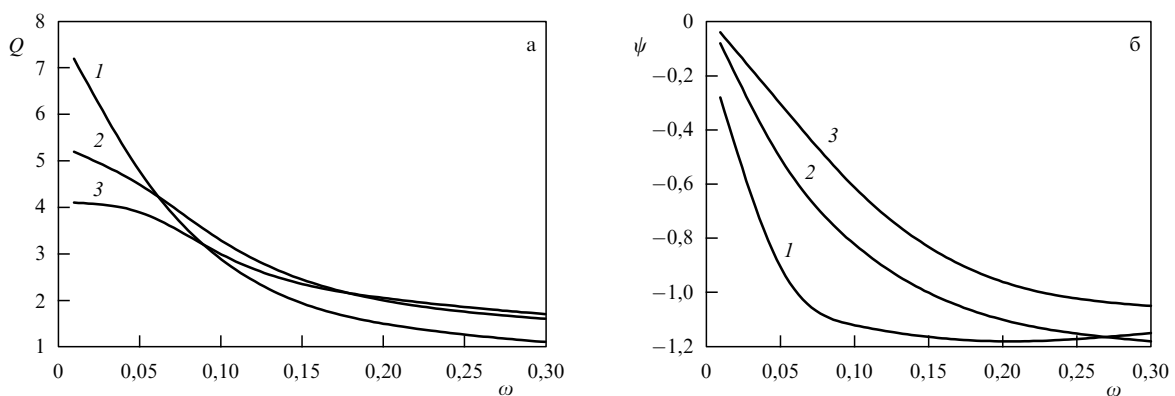


Рис. 6. Численные зависимости Q (а) и ψ (б) от частоты ω для уравнения (40) при $A = 0,1$, $K = 0,2$ (1), $K = 0,3$ (2) и $K = 0,4$ (3). (Данные из [64].)

других факторов. Подобные определения даются и в других работах. Из сказанного следует, что использовать стохастический резонанс с целью выделения сложного сигнала из шума невозможно, но решение задачи обнаружения сигнала на основе стохастического резонанса, по-видимому, возможно и целесообразно.

5. Турбулентность в незамкнутых потоках

5.1. Гидродинамические и акустические волны

Широко известно, что в струях существуют и взаимодействуют гидродинамические и акустические волны. Именно этот факт даёт возможность управлять уровнем турбулентности посредством акустического воздействия [69]. Менее известно, по-видимому, то, что акустические и гидродинамические волны являются двумя волновыми решениями одних и тех же уравнений гидродинамики в движущейся среде. Покажем это на примере двумерной безграничной среды, описываемой уравнениями Эйлера и уравнением непрерывности. Полагая, что среда движется в направлении оси x со скоростью U_0 , имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + (U_0 + u) \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_0 + \rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + (U_0 + u) \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_0 + \rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + (U_0 + u) \frac{\partial \rho}{\partial x} + (\rho_0 + \rho) \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + (\rho_0 + \rho) \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \tag{42}$$

где p_0 и ρ_0 — давление и плотность в стационарном состоянии, u , v , p и ρ — отклонения компонент скорости, давления и плотности от стационарных значений соответственно.

Система трёх уравнений (42) содержит четыре неизвестных. Связь между двумя из них (p и ρ) устанавливается законами термодинамики. Полагая, что эти переменные связаны уравнением адиабаты, выражаем p через ρ :

$$p = p_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} + 1 \right)^\gamma - 1 \right], \tag{43}$$

где γ — показатель адиабаты.

Подставляя (43) в (42) и ограничиваясь линейным приближением по отклонениям от стационарных состояний, получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + U_0 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a^2}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + U_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \tag{44}$$

где $a = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_0}$ — скорость звука в неподвижной среде.

Решение уравнений (44) будем искать в виде бегущих волн с частотой ω , распространяющихся вдоль оси x :

$$\begin{aligned} u &= A \cos(\omega t - kx), \quad v = B \cos(\omega t - kx), \\ \rho &= C \cos(\omega t - kx), \end{aligned} \tag{45}$$

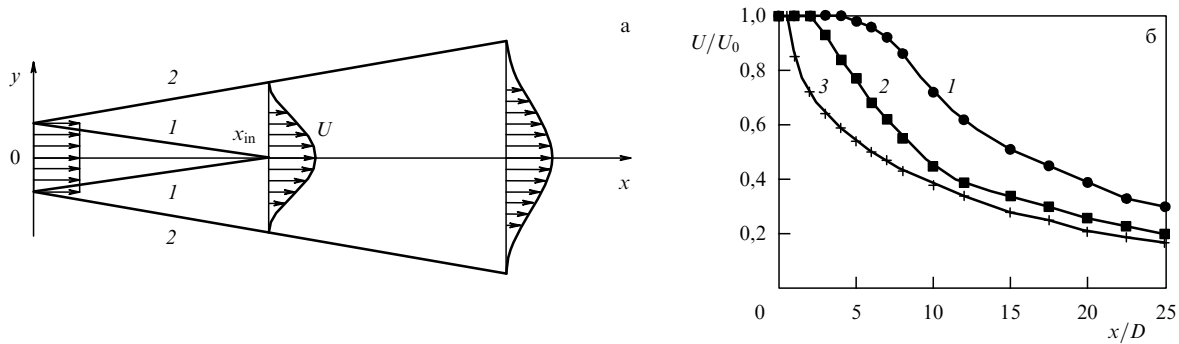


Рис. 7. (а) Схема свободной струи, иллюстрирующая деформацию профиля средней скорости и уширение пограничного слоя: линии 1 и 2 схематически показывают внутренние и внешние границы пограничного слоя. (б) Экспериментальные зависимости относительной средней скорости U/U_0 на оси струи от относительного расстояния от сопла x/D при трёх значениях уровня турбулентности на срезе сопла $\epsilon_u(0) = 0,015, 0,093$ и $0,209$ (кривые 1, 2 и 3 соответственно).

где k — волновое число. Подставляя (45) в уравнения (44), получаем систему уравнений для неизвестных амплитуд A , B и C , условие равенства нулю детерминанта которой даёт дисперсионное уравнение

$$(\omega - kU_0)[(a^2 - U_0^2)k^2 + 2\omega U_0k - \omega^2] = 0. \quad (46)$$

Легко видеть, что уравнение (46) описывает два типа волн: гидродинамическую волну и две акустических. Для гидродинамической волны, которая всегда распространяется в направлении движения среды,

$$k = \frac{\omega}{U_0}, \quad (47)$$

а для встречных акустических волн

$$k_{1,2} = \pm \frac{\omega}{a \pm U_0}. \quad (48)$$

Различие скоростей распространения двух противоположно направленных акустических волн связано с эффектом Доплера. Из (48) следует, что скорость волны, распространяющейся в направлении движения среды, может быть существенно больше, чем скорость волны, распространяющейся в противоположном направлении.

Из уравнений (44) следует, что для гидродинамической волны амплитуды продольной составляющей скорости и плотности (A и C) равны нулю, а отличной от нуля является только амплитуда B поперечной составляющей. Это означает, что гидродинамическая волна, в отличие от акустических волн, является поперечной. Для акустических волн, наоборот, амплитуды поперечной составляющей скорости равны нулю, а амплитуды продольной составляющей связаны с амплитудами волн плотности известным соотношением:

$$A_{1,2} = \pm \frac{a}{\rho_0} C_{1,2}. \quad (49)$$

Из выражений (47), (48) видно, что в рассматриваемом линейном приближении гидродинамическая волна, как и акустические волны, не обладает дисперсией, а её скорость равна скорости движения среды. Однако из экспериментов со струями, в которых гидродинамическую волну обычно отождествляют с движением вихрей, следует, что скорость этой волны составляет примерно $0,5-0,7$ от скорости потока. Причинами этого

являются как нелинейные эффекты, так и расходимость струи.

5.2. Основные свойства турбулентных струй

Вытекая из сопла, струя жидкости¹⁰ всегда значительно расширяется. Это связано с наличием вязкости, благодаря которой в движение вовлекаются соседние слои жидкости. При этом профиль средней скорости течения существенно изменяется. Если на выходе из сопла профиль средней скорости близок к прямоугольному, то далее он становится колоколообразным (рис. 7а). Вблизи оси струи средняя скорость сначала медленно уменьшается с увеличением относительного расстояния от сопла x/D , где D — диаметр сопла, а затем уменьшение становится более значительным. Существенно, что значительное уменьшение средней скорости начинается при тем меньших значениях x/D , чем больший уровень турбулентности потока имеется на выходе из сопла. Это хорошо видно из рис. 7б, на котором показаны экспериментальные зависимости от x/D относительной средней скорости U/U_0 для трёх значений уровня турбулентности на срезе сопла

$$\epsilon_u(0) = \frac{\sqrt{u(0)^2 - U_0^2}}{U_0},$$

где U_0 и $u(0)$ — средняя скорость и продольная составляющая полной скорости течения на выходе из сопла соответственно [70].

Слой жидкости, в котором средняя скорость существенно изменяется, называется *пограничным слоем*, или *слоем смешения*. Интересно, что характерные для турбулентности вихри образуются именно в этом слое и имеют размеры порядка его толщины. По мере удаления от сопла ширина пограничного слоя увеличивается. На некотором расстоянии от сопла $x = x_{in}$ (рис. 7а) толщина внутренней части пограничного слоя становится равной половине толщины струи, после чего образуется сплошной пограничный слой. Участок струи при $x \leq x_{in}$ называется начальным участком. В пределах начального участка средняя скорость течения на оси струи изменяется очень слабо. Для многих практических целей

¹⁰ Мы будем для краткости говорить о струе жидкости, хотя всё сказанное относится и к газовой струе.

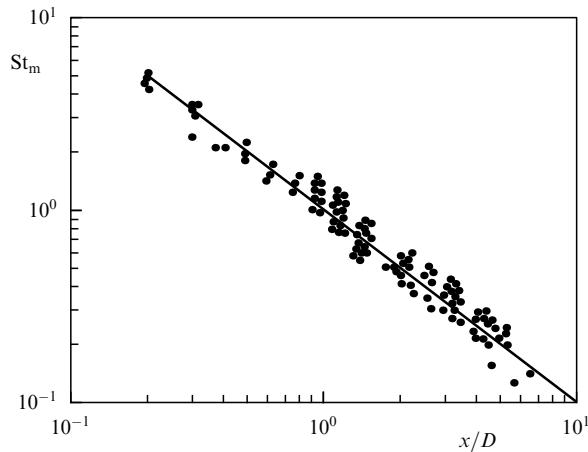


Рис. 8. Зависимость числа Струхала, соответствующего максимуму спектральной плотности St_m , от относительного расстояния от сопла вдоль линии, отстоящей на расстояние радиуса от оси струи. (По данным работы [73].)

наибольший интерес представляет именно начальный участок струи.

Образующиеся в пограничном слое вихри обладают сравнительно высокой степенью упорядоченности, и поэтому они получили название "когерентных структур"¹¹. Внутри начального участка струи эта упорядоченность может быть связана с резонансным характером спектров пульсаций скорости и давления. Эксперименты показывают, что частота¹² f_m , соответствующая максимуму спектральной плотности, уменьшается при увеличении расстояния от сопла [11, 69, 72–76], причём это уменьшение приближённо можно описать степенным законом с показателем степени, зависящим от расстояния от оси струи [76]. Следует отметить, что на оси струи $St_m = f_m D / U_0$ убывает значительно медленнее и интенсивность пульсаций скорости значительно меньше, чем в пограничном слое. Зависимости St_m от x/D были получены различными методами ещё в 1970-х годах, главным образом, в работах Петерсена [73] (рис. 8). Было найдено, что St_m приблизительно обратно пропорционально x/D .

Одним из распространенных заблуждений в теории турбулентных струй является объяснение описанных сдвигов максимумов спектров с изменением расстояния от сопла. Практически во всех работах (см., например, [5, 70, 72–75, 77–82]) эти сдвиги максимумов объясняются спариванием вихрей и уменьшением при таком спаривании частоты вдвое. При спаривании вихрей, по мнению авторов указанных работ, возникает обратная связь через акустическую волну, рождающуюся на сильных вихревых неоднородностях в областях спаривания и распространяющуюся против потока. Присутствие такой волны вблизи сопла подтверждается многими экспериментами (см., например, [78]). Это присутствие проявляется наличием в спектрах турбулентных пульсаций в слое смешения вблизи сопла боковых частот,

отстоящих от максимума на величину, соответствующую частоте максимума в одной из областей спаривания. Для того чтобы указанная обратная связь была эффективной, должно выполняться условие резонанса

$$x_i \left(\frac{f_i}{v_h} + \frac{f_i}{v_a} \right) = N, \quad (50)$$

где x_i — координата сечения, в котором происходит i -е спаривание, f_i — частота, соответствующая максимуму спектра в этом сечении, v_h — скорость гидродинамической волны, v_a — скорость акустической волны, N — целое число. Условие (50) означает, что на участке струи от сопла до области i -го спаривания должно укладываться целое число гидродинамических и акустических волн. В подтверждение своих представлений авторы указанных работ ссылаются на удовлетворительное совпадение частот f_i с данными экспериментов, если положить $v_h = 0,6U_0$ и $N = 2$. Почему должно быть именно $N = 2$, а не 5 или 10, авторы данных представлений не объясняют. Наблюдающаяся в экспериментах непрерывная, а не дискретная эволюция спектров, следующая из формулы (50), объясняется статистическим разбросом областей спаривания. Это чётко сформулировано, например, в книге [69]: "Плавный, а не ступенчатый характер кривой $St_m(x/D)$ свидетельствует о том, что места образования, спаривания и разрушения когерентных структур подвержены статистическому разбросу". Но, как известно, всякий статистический разброс должен иметь свои причины. Однако этот вопрос авторами данных работ даже не обсуждается.

Все эти рассуждения можно было бы считать логичными, если бы не результаты теории развития турбулентных пульсаций на малых расстояниях от сопла [83]. Для расчёта этого развития в теории используется приближение несжимаемой жидкости, описываемой уравнением Навье–Стокса, которое решается асимптотическим методом Крылова–Боголюбова. В этом приближении акустическая волна вообще не учитывается. Применение указанного метода возможно в той области струи, где турбулентные пульсации достаточно малы. В результате определяется эволюция спектральной плотности функции тока для гидродинамической волны. Наблюдающийся в экспериментах сдвиг максимума спектра следует из рассматриваемой теории, взятой даже в первом (линейном) приближении. Это говорит о том, что спаривание вихрей и индуцированная акустическая волна, являющиеся нелинейными эффектами, не могут служить причинами наблюдаемой эволюции спектров, т.е. описанное выше весьма распространённое объяснение причин наблюдаемого поведения спектров является одним из мифов. Из теории следует, что описанные сдвиги спектров объясняются не дискретным спариванием вихрей, а плавным расширением струи. Таким образом, результаты теории развенчивают широко распространённый миф о возникновении турбулентности в струях за счёт обратной связи через акустическую волну, т.е. миф о турбулентности как автоколебаниях. Заметим, что возникновение обратной связи через акустическую волну, индуцированную гидродинамической волной на неоднородности, может стать весьма существенным и действительно привести к автоколебаниям, если на пути струи поставить экран, о который струя будет ударяться. При таком экране струи, называемые импактными [69, 84–87], генерируют мощные

¹¹ Следует отметить, что термин "когерентные структуры" является многогранным. Например, недавно вышла книга Э. Скотта [71] под названием *Нелинейная наука. Рождение и развитие когерентных структур*. Но конкретного определения этих структур там не содержится.

¹² В работах по турбулентным струям частоты f обычно измеряют в числах Струхала $St = fD/U_0$, где D — характерный размер сопла.

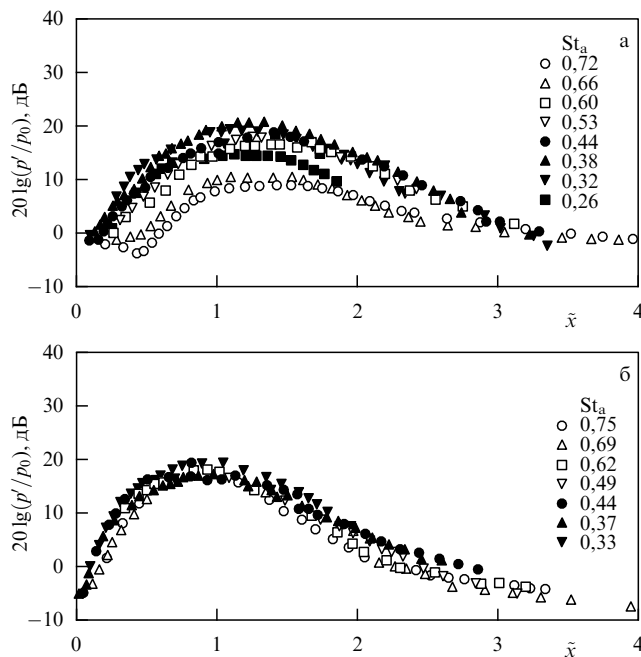


Рис. 9. Экспериментальные зависимости относительной амплитуды давления в круглой струе от относительного расстояния от сопла $\tilde{x} = (x/D) St_a$ при продольном акустическом воздействии с частотами, соответствующими числам Струхалия St_a , указанным в правой части рисунка: (а) вдоль оси струи и (б) в середине пограничного слоя. $Re = 2,6 \times 10^5$, звуковое давление в выходном сечении сопла вблизи его кромки составляло 125 дБ.

акустические волны. Механизм возбуждения автоколебаний в таких струях заключается в возникновении глобальной неустойчивости. В обычных струях обратной связи через акустическую волну недостаточно для возбуждения автоколебаний.

Ещё один широко распространённый миф связан с важным свойством турбулентных струй, заключающимся в их способности преобразовывать подаваемые на вход слабые акустические возмущения в усиливающиеся гидродинамические волны [88, 89]. Это преобразование происходит главным образом на кромке сопла. При этом, как показано в [89], в случае низкочастотного акустического возбуждения коэффициент усиления пульсаций давления изменяется немонотонно с увеличением расстояния от сопла. Результаты работы [89] при числе Рейнольдса $Re = 2,6 \times 10^5$ приведены на рис. 9а (для оси струи) и рис. 9б (для пограничного слоя). Из рисунка 9 видно, что во втором случае чувствительность к St_a зависимости коэффициента усиления от $x St_a/D$, где St_a — частота акустического воздействия, выраженная в числах Струхалия, довольно слабая, тогда как в первом случае эта чувствительность значительно более сильная. Наиболее существенно то, что в области пограничного слоя положения максимумов коэффициента усиления при различных числах Струхалия приблизительно совпадают и определяются выражением $x/D \sim 1/St_a$, тогда как на оси струи они значительно различаются.

В линейном приближении характер изменения коэффициента усиления с возрастанием расстояния от сопла, продемонстрированный на рис. 9б, можно объяснить исходя из модели струи в виде набора резонаторов, собственные частоты которых изменяются при изменении расстояния от сопла и от оси струи. Такая модель

соответствует описанному выше поведению спектров невозмущённой струи. Полагая собственные частоты равными частотам, соответствующим максимумам спектров, их изменение можно приближённо определить из приведённой на рис. 8 зависимости числа Струхалия St_m от расстояния от сопла вдоль линии, отстоящей на расстояние радиуса от оси. Из рисунка 8 видно, что в этом случае собственная частота изменяется примерно обратно пропорционально x/D , т.е. условие резонанса между частотами вынуждающей силы St_a и собственной частотой выполняется при $x St_a/D \approx 1$, что и наблюдается в экспериментах, описанных в [89].

Из приведённого объяснения следует, что наблюдаемая зависимость коэффициента усиления от расстояния от сопла с максимумом в некоторой точке в принципе представляет собой линейный эффект и может быть объяснена зависимостью от расстояния резонансной частоты струи, обусловленной сдвигом максимумов спектров, т.е. уширением струи. Это подтверждается также результатами работы [90], в которой посредством приближённого решения линеаризованных уравнений Эйлера для медленно расширяющейся струи получены теоретические зависимости, подобные приведённым на рис. 9. Различный характер зависимостей для оси струи и пограничного слоя можно объяснить тем, что в работе [89] акустическое давление во входном сечении поддерживалось постоянным в области пограничного слоя. Поэтому оно начинало проявлять себя на оси струи только на некотором расстоянии от сопла. Несмотря на это очевидное объяснение, в литературе встречаются мифические выводы из описанного эффекта. Так, в книге [69] сказано: "Анализ этих зависимостей показывает, что возмущения давления p' распространяются от сдвигового слоя к оси струи, так как на оси они начинают расти не сразу при выходе из сопла, а на некотором расстоянии от него вниз по потоку".

Следующий миф связан с интерпретацией изменения спектров турбулентности при акустическом воздействии. Известно, что при наличии акустического воздействия на струю спектры турбулентных пульсаций коренным образом изменяют свой характер. В первую очередь, это касается появления в спектрах дискретных составляющих, индуцированных акустическим воздействием, и областей субгармонического резонанса. Это видно из рис. 10, на котором показаны спектры пульсаций продольной скорости при акустическом воздействии как на низкой ($St_a = 0,25$) (рис. 10а), так и на высокой ($St_a = 2,75$) (рис. 10б) частотах [76]. В первом случае вблизи сопла в спектрах содержатся дискретные составляющие на частоте воздействия и её высших гармониках. При этом общий уровень турбулентности повышается. Во втором случае спектры также содержат дискретные составляющие на частоте воздействия и её высших гармониках, но только в непосредственной близости от сопла. Однако уже при небольшом удалении от сопла в спектре появляются максимумы на второй и четвертой субгармониках. Появление этих максимумов можно объяснить проявлением резонанса n -го рода [91] между частотой акустического воздействия и частотами вблизи максимума спектра невозмущённой струи. Далее интенсивности субгармоник и основной гармоники уменьшаются. При последующем увеличении расстояния от сопла спектр становится практически монотонно спадающим.

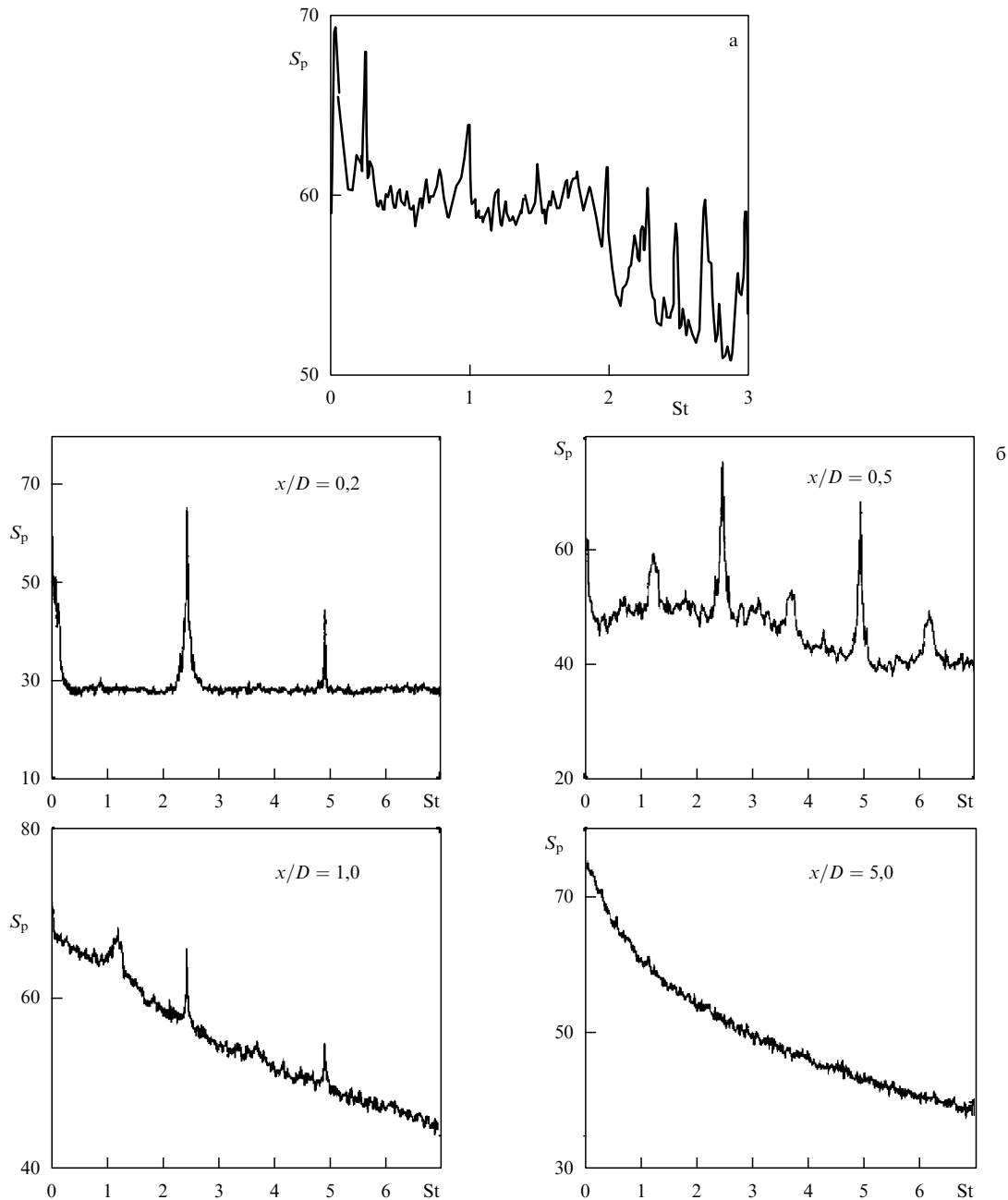


Рис. 10. Спектральные плотности пульсаций скорости в пограничном слое круглой струи в случаях низкочастотного и высокочастотного акустического воздействия с числами Струхала (а) $St_a = 0,25$ при $x/D = 0,5$ и (б) $St_a = 2,75$ при различных значениях x/D ; $Re = 25000$.

Зависимость максимумов спектральной плотности от расстояния от сопла при акустическом воздействии с числом Струхала 3,54, найденная Кибенсом [75], продемонстрирована на рис. 11. Легко видеть, что эта зависимость является ступенчатой с ярко выраженными гистерезисными явлениями, и тем самым она существенно отличается от соответствующей плавной зависимости при отсутствии акустического воздействия. Ступенчатый характер приведённой зависимости может быть интерпретирован как последовательное появление с возрастанием x/D субгармонических резонансов всё более высокого порядка. Очевидно, что переход от субгармонического резонанса одного порядка к субгармоническому резонансу другого порядка может сопровождаться гистерезисом, если в некотором диапазоне

x/D оба резонанса являются устойчивыми. Описанная интерпретация никак не связана с широко распространённым мифическим объяснением наблюдаемого поведения спектров за счёт локализации областей спаривания вихрей при акустическом воздействии (см., например, [69]). Известно [61], что в спектре любой системы (как линейной, так и нелинейной), подверженной периодическому воздействию и шуму, на фоне сплошного спектра должны присутствовать дискретные составляющие на частотах, кратных частоте воздействия. Этим и объясняется наблюдаемое поведение спектров при акустическом воздействии. Отсюда мифический характер утверждений о том, что разница между спектрами при наличии и отсутствии акустического воздействия объясняется "статистическим разбросом мест

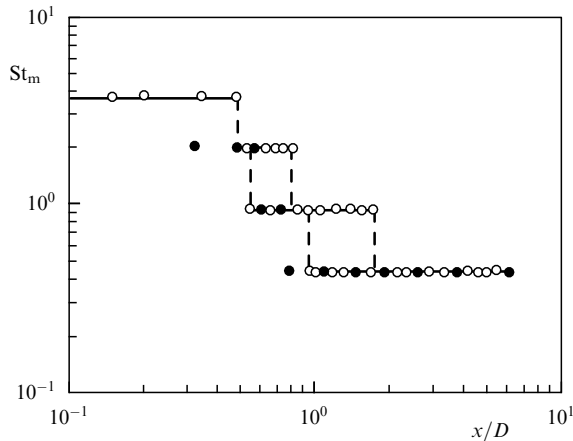


Рис. 11. Зависимость максимумов спектральной плотности от расстояния от сопла при высокочастотном акустическом воздействии с числом Струхала 3,54 вдоль оси струи (светлые кружки) и вдоль линии, проходящей через кромку сопла (темные кружки).

спаривания вихрей" и их "локализацией", становится очевидным.

Мифом является и описание перехода от ламинарного течения жидкости к турбулентному как возбуждения хаотических автоколебаний. Как уже говорилось, ламинарное течение жидкости в струе почти всегда неустойчиво к малым возмущениям. Можно показать, что эта неустойчивость является конвективной, т.е. сносовой, и поэтому не может привести к самовозбуждению турбулентности в отсутствие глобальной обратной связи. Тем не менее, как уже отмечалось, в последних изданиях книг [13, 14] утверждается на основе работ [21, 22], что турбулентность представляет собой хаотические автоколебания, т.е. система, порождающая турбулентность, может рассматриваться как *динамическая*¹³. В некоторых случаях, например в замкнутых потоках¹⁴ или струях, на пути которых имеется некоторое препятствие (плоский экран или клин), это действительно так, поскольку в таких потоках возникает глобальная неустойчивость. Но в свободных струях переход к турбулентности связан не с возбуждением автоколебаний, а с очень существенным усилением слабых входных возмущений, которые всегда присутствуют [93–96]. Поскольку в линейном приближении гидродинамические и образующиеся на неоднородностях потока акустические волны не взаимодействуют, то линейная обратная связь в струях, которая могла бы привести к самовозбуждению автоколебаний, отсутствует. Всё это означает, что турбулентные струи, по крайней мере, не очень далеко от сопла нельзя рассматривать в рамках динамической модели.

После указанных выше работ вышло значительное число статей, авторы которых связывали переход к турбулентности с рождением маломерного хаотического аттрактора, т.е. с возбуждением автоколебаний в динамических системах [97–101]. Основываясь на кон-

вективном характере неустойчивости в турбулентных струях, можно сделать вывод о том, что существование такого аттрактора является одним из мифов.

Согласно представлениям, изложенным в [83], турбулентный характер струйных течений вызван значительным усилением случайных возмущений, которые всегда присутствуют на выходе из сопла¹⁵. На некотором расстоянии от сопла усиление становится существенно нелинейным. В результате система переходит в качественно новое состояние, характеристики которого слабо зависят от источника возмущений. При этом поведение системы оказывается весьма схожим с тем, которое наблюдалось бы, если бы в системе произошёл некоторый неравновесный фазовый переход. Сказанное подтверждается наличием весьма интересной аналогии между процессами в турбулентных струях и в маятнике со случайно вибрирующей осью подвеса, испытывающим такой фазовый переход [11, 76, 93–96].

Так как на небольшом расстоянии от сопла турбулентные пульсации малы, для их расчёта можно использовать квазилинейную теорию с применением асимптотического метода Крылова–Боголюбова для распределённых систем [47]. Такая теория изложена в [83]. Заметим, что впервые линейная теория для расчёта устойчивости струйных течений была применена в работах [103–106], где для решения поставленной задачи использовались уравнения Эйлера. По-видимому, кроме очевидного упрощения решения, авторы указанных работ воспользовались утверждением, содержащимся во многих работах, о том, что процессы в струях можно рассчитывать в приближении невязкой жидкости. Как показано в [83], результаты решения подобной задачи с использованием уравнения Навье–Стокса существенно отличаются от результатов, полученных этими авторами.

Во всех классических работах по теории турбулентности, начиная от работ Рейнольдса (см. [13, 14]), решение уравнения Навье–Стокса представлялось в виде суммы средних значений и случайных отклонений от средних. Поскольку вследствие квадратичной нелинейности уравнения Навье–Стокса средние значения зависят от отклонений, возникала проблема замыкания полученных таким образом уравнений. Для того чтобы избежать этой проблемы, в работе [83] предложено представлять решение исходных уравнений в виде суммы стационарных решений (динамических составляющих) и случайных отклонений от стационарных решений (стохастических¹⁶ составляющих). Последние определяются источниками возмущений на выходе из сопла.

Решение уравнений для динамических составляющих, даже численное, весьма сложно. Поэтому мы задавали форму профиля продольной составляющей скорости исходя из экспериментальных данных и ряда физических соображений. В неё были включены некоторые неизвест-

¹³ Динамической называется система, состояние которой полностью определяется заданием начальных условий (см., например, [92]). В динамических системах тоже возможна случайность, но она должна быть связана не с внешними источниками шума, а с неустойчивостью.

¹⁴ Одним из примеров такого потока может служить течение Куэтта между двумя коаксиальными вращающимися цилиндрами.

¹⁵ Следует заметить, что случайные источники существуют во всех точках струи даже в отсутствие каких-либо внешних возмущений — так называемые естественные флуктуации [102]. Но их влияние значительно меньше, чем влияние возмущений на выходе из сопла, поэтому ими можно пренебречь.

¹⁶ Здесь и ниже "стохастические" понимается просто как синоним термина "случайные". Истинно стохастическими величины являются только в том случае, когда мы можем рассчитать для них вероятность.

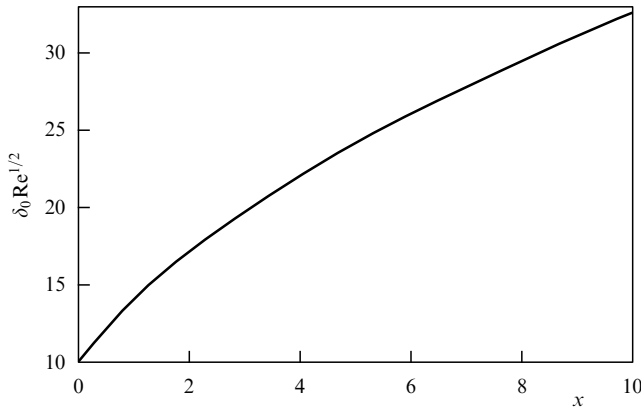


Рис. 12. Зависимость ширины пограничного слоя, отнесенной к $\sqrt{\text{Re}}$, от расстояния от сопла.

ные функции продольной координаты x , главной из которых является толщина пограничного слоя $\delta_0(x)$. Следует отметить, что профиль средней продольной скорости, подобный заданному нами, ранее использовался в работах [103–106], где решались уравнения Эйлера.

Для того чтобы найти указанные неизвестные функции, удобно использовать законы сохранения для потоков импульса и энергии. Обычно эти законы выводятся из уравнений Рейнольдса для средних значений этих потоков [70, 107] и поэтому содержат так называемую турбулентную вязкость. В [83] эти законы выведены из уравнений Навье–Стокса. В результате для толщины пограничного слоя получено

$$\delta_0(x) = \sqrt{\delta_{00}^2 + \frac{32q^2}{3\text{Re}} x}, \quad (51)$$

где $\delta_{00} = \delta_0(0)$ определяется условиями истечения из сопла, Re — число Рейнольдса, $q \approx 3$. В случае ламинарного истечения, когда пограничный слой приблизительно может быть описан функцией Блазиуса [13], величина δ_{00} пропорциональна $1/\sqrt{\text{Re}}$. Мы полагали $\delta_{00} = 1/(b_0\sqrt{\text{Re}})$, где $b_0 = 0,1$. Зависимость $\delta_0(x)\sqrt{\text{Re}}$ при $q = 3$ и указанном значении b_0 приведена на рис. 12. Заметим, что найденная нами зависимость $\delta_0(x)$ значительно отличается от зависимости, приведённой в [107], которая содержит турбулентную вязкость ν_t . Так как согласно гипотезе Прандтля [108] ν_t пропорциональна $\delta_0(x)$, то найденная в [107] зависимость оказывается линейной. Эксперименты, однако, показывают, что эта зависимость существенно отличается от линейной. Следует подчеркнуть, что учёт нелинейности в более высоких приближениях по методу Крылова–Боголюбова делает зависимость $\delta_0(x)$ более близкой к экспериментальной.

Найденные таким образом динамические составляющие скорости $U_d(y)$, $V_d(y)$ и завихренности $\Omega_d(y)$ при $x = 0$ и $x = 8$ продемонстрированы на рис. 13. Из рисунка видно, что при всех значениях y , за исключением узких областей вблизи $y = \pm 1$, $U_d(y)$, $V_d(y)$ и $\Omega_d(y)$ являются примерно постоянными, причём при $|y| < 1$ значения $V_d(y)$ и $\Omega_d(y)$ близки к нулю, тогда как при $|y| > 1$ они близки к $V_d(x, \pm\infty)$ и $\Omega_d(x, \pm\infty)$ соответственно. Заметим, что наличие при $|y| > 1$ отличной от нуля поперечной составляющей скорости, направленной

к оси струи, отражает известный факт всасывания струёй окружающей жидкости.

В работе [83] стохастические составляющие полагались малыми, т.е. пропорциональными некоторому условному малому параметру ε . Это позволяло решать уравнения для стохастических составляющих методом, подобным методу Крылова–Боголюбова в применении к распределённым системам (см. [47, 83]).

В первом (линейном) приближении для функции тока Ψ_{st1} было получено следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \Psi_{st1}}{\partial t} + U_d(x, y) \frac{\partial \Delta \Psi_{st1}}{\partial x} + V_d(x, y) \frac{\partial \Delta \Psi_{st1}}{\partial y} - \\ - \frac{\partial \Omega_d(x, y)}{\partial y} \frac{\partial \Psi_{st1}}{\partial x} + \frac{\partial \Omega_d(x, y)}{\partial x} \frac{\partial \Psi_{st1}}{\partial y} - \frac{2}{\text{Re}} \Delta \Delta \Psi_{st1} = 0. \end{aligned} \quad (52)$$

Решение уравнения (52) вследствие его линейности и того факта, что струя расширяется медленно, можно искать в виде суммы бегущих волн с частотой S , медленно изменяющимся комплексным волновым числом $Q(S, x)$ и амплитудой $f^{(S)}(\mu x, y)$:

$$\begin{aligned} \Psi_1(t, x, y) = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f^{(S)}(\mu x, y) \exp \left[i \left(St - \int_0^x Q(S, x) dx \right) \right] dS. \end{aligned} \quad (53)$$

Здесь μ — ещё один условный малый параметр, отражающий медленность расширения струи. В выражении (53) удобно положить

$$Q(S, x) = \frac{S}{v_{ph}(S, x)} + i\Gamma(S, x), \quad (54)$$

где $v_{ph}(S, x)$ — фазовая скорость гидродинамической волны с частотой S , $\Gamma(S, x)$ — коэффициент усиления этой скорости.

Представляя функции $f^{(S)}(\mu x, y)$ и $Q(S, x)$ в виде рядов по малому параметру μ и подставляя эти разложения в (53), а затем подставляя $\Psi_1(t, x, y)$ в уравнение (52) и ограничиваясь членами первого порядка по μ , получаем для функции $f(S, \mu x, y)$ следующее уравнение:

$$\begin{aligned} i(S - U_d(x, y)Q) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - Q^2 f \right) + V_d(x, y) \left(\frac{\partial^3 f}{\partial y^3} - Q^2 \frac{\partial f}{\partial y} \right) + \\ + iQ \frac{\partial \Omega_d(x, y)}{\partial y} f + \frac{\partial \Omega_d(x, y)}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} - \\ - \frac{2}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^4 f}{\partial y^4} - 2Q^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + Q^4 f \right) = 0. \end{aligned} \quad (55)$$

Уравнение (55) с граничными условиями обращения f в нуль при $y = \pm\infty$ описывает несамосопряжённую краевую задачу, в которой Q играет роль комплексного собственного значения. Следует отметить, что такие краевые задачи очень мало исследованы математиками.

Общее решение уравнения (55) может быть представлено в виде

$$f(x, y) = \sum_{j=1}^4 C_j(x) f_j(x, y),$$

где $C_j(x)$ — произвольные функции x . Из экспериментов известно, что в плоской струе вблизи сопла возмущения

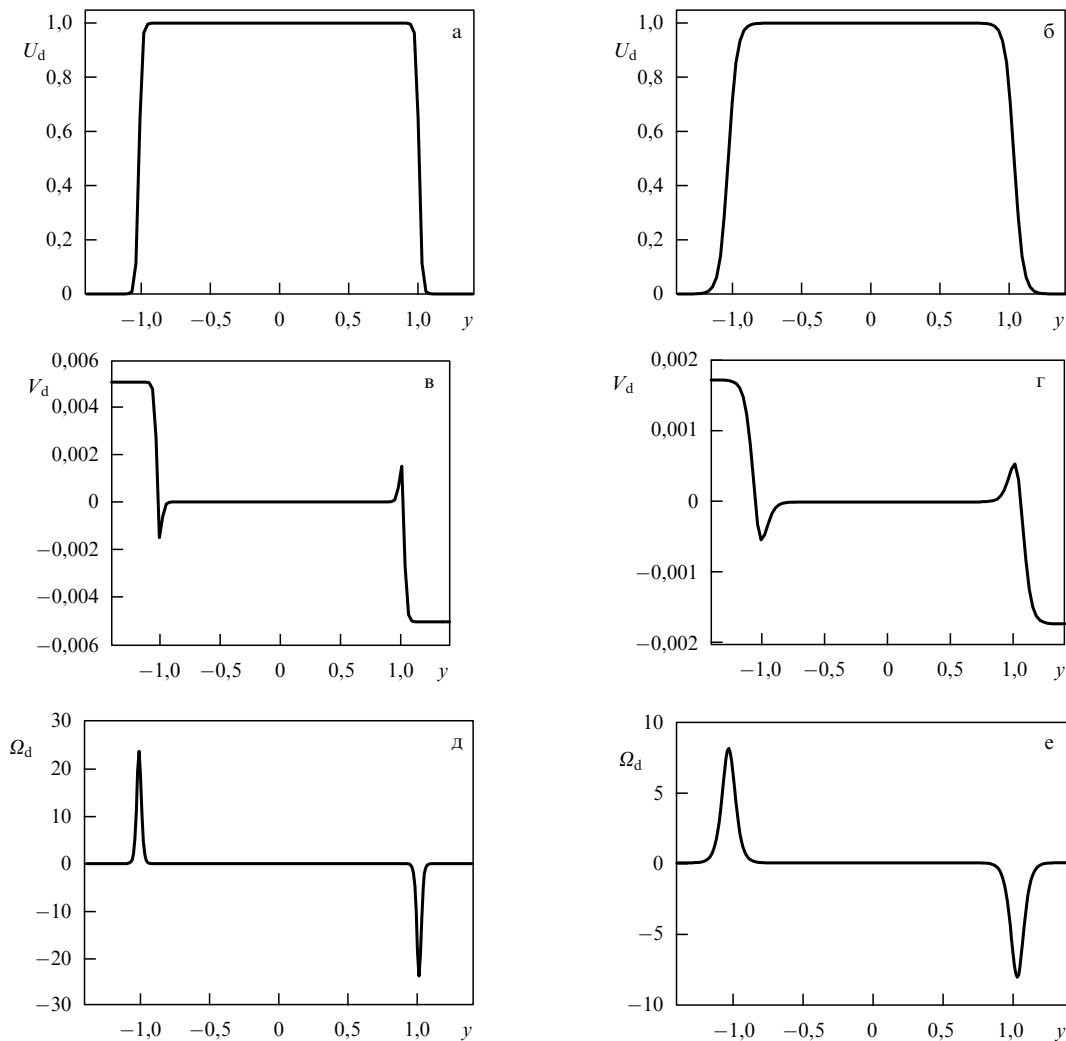


Рис. 13. Зависимости $U_d(y)$, $V_d(y)$ и $\Omega_d(y)$ для $x = 0$ и $x = 8$ при $b_0 = 0,1$, $Re = 25000$.

скорости являются чётными функциями поперечной координаты y . Поэтому функция тока должна быть нечётной функцией y . В этом случае можно рассматривать только положительные значения y .

Так как вне пограничного слоя (55) является уравнением с постоянными коэффициентами, его решения при $y \leq y_1(x)$ и $y \geq y_2(x)$, где $y_{1,2}(x)$ — внутренняя и внешняя границы пограничного слоя, могут быть найдены аналитически. Далее их следует сшить в точке поворота¹⁷ продольной скорости, определяемой функцией $\partial f(x, y)/\partial y$. Условие сшивания сводится к условию равенства нулю некоторого комплексного детерминанта, зависящего от $v_{ph}(S, x)$ и $\Gamma(S, x)$. Это условие определяет собственные значения фазовой скорости волны и её коэффициента усиления.

Задавая определённое входное возмущение, легко рассчитать его трансформацию с увеличением расстоя-

ния от сопла. В результате таких расчётов мы находим, что с увеличением расстояния от сопла спектр возмущения всё более сдвигается в низкочастотную область. Подчёркнём, что эти результаты получены в линейном приближении без учёта спаривания вихрей и обратной связи через акустическую волну.

Заметим, что при изменении числа Рейнольдса в широких пределах собственные значения v_{ph} и Γ изменяются довольно слабо. Однако при переходе к решению уравнений Эйлера вместо уравнения Навье–Стокса различие получается весьма значительным. Это связано с тем, что нечётные собственные функции уравнения Навье–Стокса при любом значении числа Рейнольдса представляют собой линейную комбинацию двух частных решений — быстрого и медленного, тогда как собственные функции уравнений Эйлера определяются только одним решением, которое является медленным. Даже поправка к решению уравнений Эйлера, определяемая числом Рейнольдса, которая была найдена, например, в работе [90], ничего по существу не меняет, так как даёт вклад только в медленную часть решения. Отсюда следует наше заключение: содержащееся во многих работах утверждение о том, что турбулентные процессы в струях могут быть рассчитаны исходя из уравнений Эйлера, является мифическим.

¹⁷ Мы называем точкой поворота некоторой комплексной функции такое значение $y = y^*$, при котором производная модуля этой функции по y меняет знак, т.е. модуль в этой точке имеет экстремум. Точки поворота могут быть разных порядков. В случае точки поворота первого порядка уравнение для модуля этой функции вблизи рассматриваемой точки поворота должно сводиться к уравнению Эйри.

6. Заключение

Рассмотрен ряд мифов, относящихся к разнообразным задачам физики. Начиная с обсуждения мифов о теплороде и эфире, мы постепенно перешли к задачам из СВЧ-электроники (магнетрон), физики плазмы (страты), нелинейной динамики (стохастический резонанс) и гидродинамики (турбулентные струи). Турбулентным струям уделено особое внимание, поскольку их теория — скопление разнообразных мифов. Конечно, мы коснулись лишь нескольких тем, наиболее нам близких, — о мифах и реальностях в физике можно написать много-томное произведение. Тема "мифы и реальность" многолика. Удивительный её аспект — превращение мифов в реальность. Примером может служить телепортация — любимая тема фантастов, которая сегодня часто упоминается под названием квантовой информации и включает в себя квантовую криптографию и квантовые вычисления [109].

Заметим, что во время подготовки данной статьи появились работы [6, 110], которые свидетельствуют о том, что мифами быстро обрастают даже новейшие физические результаты.

Список литературы

1. Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 4 (М.: Наука, 1967) с. 276
2. Witkowski N *Une Histoire Sentimentale des Sciences* (Paris: Seuil, 2003) [Витковски Н *Сентиментальная история науки* (М.: КоЛибри, 2007)]
3. Даль В И *Толковый словарь живого великорусского языка для детей* Т. 5 (М.: ОЛМА Медиа Групп, 2006) с. 42
4. Ortoli S, Witkowski N *La Baignoire d'Archimède* (Paris: Seuil, 1998) [Ортоли С, Витковски Н *Ванна Архимеда. Краткая мифология науки* (М.: КоЛибри, 2007)]
5. Hussain A K M F *Phys. Fluids* **26** 2816 (1983)
6. Лукаш В Н, Рубаков В А *УФН* **178** 301 (2008) [Lukash V N, Rubakov V A *Phys. Usp.* **51** 283 (2008)]
7. Майер Ю Р *Закон сохранения и превращения энергии. Четыре исследования. 1841–1851* (М.-Л.: Гос. техн.-теор. изд-во, 1933)
8. Esche R *Akust. Beih.* **4** 208 (1952)
9. Negishi K J. *Phys. Soc. Jpn.* **16** 1450 (1961)
10. Lauterborn W "Acoustic chaos", in *Frontiers of Nonlinear Acoustics: Proc. of the 12th ISNA* (Eds M F Hamilton, D T Blackstock) (London: Elsevier Appl. Sci., 1990) p. 64
11. Ланда П С *Нелинейные колебания и волны* (М.: Наука, 1997)
12. Reynolds O *Philos. Trans. R. Soc. London* **186** 123 (1894)
13. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1986) [Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)]
14. Монин А С, Яглом А М *Статистическая гидромеханика: теория турбулентности* Т. 1, 2 (СПб.: Гидрометеиздат, 1992) [Monin A S, Yaglom A M *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence* (Mineola, NY: Dover Publ., 2007)]
15. Рыгов С М *Труды ФИАН СССР* **2** (1) 41 (1939)
16. Ландау Л Д *ДАН СССР* **44** 339 (1944)
17. Stuart J T *Appl. Mech. Rev.* **18** (7) 523 (1965)
18. Stuart J T *Annu. Rev. Fluid Mech.* **3** 347 (1971)
19. Scott A *Active and Nonlinear Wave Propagation in Electronics* (New York: Wiley-Intersci., 1970) [Скотт Э *Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике* (М.: Сов. радио, 1977)]
20. Рабинович М И, Трубецков Д И *Введение в теорию колебаний и волн* (М.: Наука, 1984) [Rabinovich M I, Trubetskov D I *Oscillations and Waves in Linear and Nonlinear Systems* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1989)]
21. Ruelle D, Takens F *Commun. Math. Phys.* **20** 167 (1971)
22. Ruelle D *Lect. Notes Phys.* **12** 292 (1975)
23. Smale S *Lect. Notes Math.* **615** 48 (1977)
24. Swinney M L, Gollub J P (Eds) *Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence* (Berlin: Springer-Verlag, 1981) [Суинни Х, Голлаб Дж (Ред.) *Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности* (М.: Мир, 1984)]
25. Неймарк Ю И, Ланда П С *Стохастические и хаотические колебания* (М.: Наука, 1988) [Neimark Yu I, Landa P S *Stochastic and Chaotic Oscillations* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1992)]
26. Рабинович М И, Сушик М М *УФН* **160** (1) 3 (1990) [Rabinovich M I, Sushchik M M *Sov. Phys. Usp.* **33** 1 (1990)]
27. Davidson P A *Turbulence: an Introduction for Scientists and Engineers* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2004)
28. Shechtman D et al. *Phys. Rev. Lett.* **53** 1951 (1984)
29. Гратия Д *УФН* **156** 347 (1988); Gratias D *La Recherche* (178) 788 (1986)
30. Penrose R *Math. Intell.* **2** 32 (1979)
31. Shekhtman V Sh *Phys. Rev. Lett.* **53** 4183 (1984)
32. Трубецков Д И, Храмов А Е *Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков* Т. 1 (М.: Физматлит, 2003)
33. Вайнштейн Л А, Рошаль А С "Пространственный заряд в магнетронных приборах. Лекции по электронике СВЧ", в сб. *2-я зимняя школа-семинар инженеров* Кн. III (Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1972) с. 3
34. Брауде С Я *ЖЭТФ* **5** 621 (1935)
35. Брауде С Я *ЖТФ* **10** (3) 216 (1940)
36. Гринберг Г А, Волькенштейн В С *ЖТФ* **8** (1) 9 (1938)
37. Гринберг Г А *Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений* (М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948) с. 543
38. *Теория магнетрона (по Бридуэну). Сборник переводов* (М.: Сов. радио, 1946)
39. Hartree D R, Nicholson P *Rep. Mag.* **12** 23 (1943)
40. Капица П Л *Электроника больших мощностей* (М.: Изд-во АН СССР, 1962)
41. Yu S P, Kooyers G P, Buneman O J. *Appl. Phys.* **35** 2550 (1965)
42. Вайнштейн Л А, Солнцев В А *Лекции по сверхвысокочастотной электронике* (М.: Сов. радио, 1973)
43. Моносов Г Г, в сб. *Материалы международной межвузовской конференции "Современные проблемы электроники и радиобезопасности СВЧ", Саратов, 20–24 марта 2001 г.* (Саратов: Изд-во ГосУНЦ "Колледж", 2001) с. 114
44. Monossov N Y, in *Proc. of Intern. Univ. Conf. "Electronics and Radiophysics of Ultra-High Frequencies", St. Petersburg, Russia, May 24–28, 1999*, p. 97
45. Lemke R W, Genoni T C, Spencer T A *Phys. Plasmas* **6** 603 (1999)
46. Ланда П С, Мискинова Н А, Пономарев Ю В *УФН* **132** 601 (1980) [Landa P S, Miskinova N A, Ponomarev Yu V *Sov. Phys. Usp.* **23** 813 (1980)]
47. Ланда П С *Автоколебания в распределенных системах* (М.: Наука, 1983)
48. Недоспасов А В *УФН* **94** 439 (1968) [Nedospasov A V *Sov. Phys. Usp.* **11** 174 (1968)]
49. Пекарек Л *УФН* **94** 463 (1968) [Pekarek L *Sov. Phys. Usp.* **11** 188 (1968)]
50. Привалов В Е *Квантовая электрон.* **4** 2085 (1977) [Privalov V E *Sov. J. Quantum Electron.* **7** 1191 (1977)]
51. Климонтович Ю Л *Кинетическая теория электромагнитных процессов* (М.: Наука, 1980) [Klimontovich Yu L *The Kinetic Theory of Electromagnetic Processes* (Berlin: Springer-Verlag, 1983)]
52. Heisenberg W *Ann. Physik* **379** 577 (1924)
53. Ланда П С, Пономарев Ю В *Письма в ЖТФ* **1** 758 (1975) [Landa P S, Ponomarev Yu V *Sov. Phys. Tech. Phys.* **1** 331 (1975)]
54. Ланда П С, Пономарев Ю В *Радиотехника и электрон.* **21** 2337 (1976) [Landa P S, Ponomarev Yu V *Radio Eng. Electron. Phys.* **21** (11) 60 (1976)]
55. Benzi R, Suter A, Vulpiani A *J. Phys. A: Math. Gen.* **14** L453 (1981)
56. Benzi R et al. *Tellus* **34** 10 (1982)
57. Nocolis G, Nocolis G *Tellus* **33** 225 (1981)
58. Gammaitoni L et al. *Rev. Mod. Phys.* **70** 223 (1998)
59. Анищенко В С и др. *УФН* **169** 7 (1999) [Anishchenko V S et al. *Phys. Usp.* **42** 7 (1999)]
60. Ланда П С, Ушаков В Г *Письма в ЖЭТФ* **86** 356 (2007) [Landa P S, Ushakov V G *JETP Lett.* **86** 304 (2007)]

61. Стратонович Р Л *Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике* (М.: Сов. радио, 1961)
62. Понтрягин Л С, Андронов А А, Витт А А *ЖЭТФ* **3** 165 (1933)
63. Kramers H A *Physica* **7** 284 (1940)
64. Landa P S *Regular and Chaotic Oscillations* (Berlin: Springer, 2001)
65. Ланда П С *Докл. РАН* **399** 477 (2004) [Landa P S *Dokl. Phys.* **49** 706 (2004)]
66. Landa P S, Neimark Yu I, McClintock P V E *J. Stat. Phys.* **125** 589 (2006)
67. Попов Е П, Пальтов И П *Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем* (М.: Физматгиз, 1960)
68. Первозванский А А *Случайные процессы в нелинейных автоматических системах* (М.: Физматгиз, 1962)
69. Гиневский А С, Власов Е В, Каравосов Р К *Акустическое управление турбулентными струями* (М.: Физматлит, 2001) [Ginevsky A S, Vlasov Y V, Karavosov R K *Acoust Control of Turbulent Jets* (New York: Springer, 2004)]
70. Белоцерковский С М, Гиневский А С *Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей* (М.: Физматлит, 1995)
71. Scott A *Nonlinear Science: Emergence and Dynamics of Coherent Structures* 2nd ed. (Oxford: Oxford Univ. Press, 2003) [Скотт Э *Нелинейная наука. Рождение и развитие когерентных структур* (М.: Физматлит, 2007)]
72. Laurence J C, NASA Rep. No. 1292 (1956)
73. Petersen R A *J. Fluid Mech.* **89** 469 (1978)
74. Bruun H H *Proc. R. Soc. London Ser. A* **367** 193 (1979)
75. Kibens V *AIAA J.* **18** 434 (1980)
76. Landa P S et al. *Int. J. Bifurcat. Chaos* **9** 397 (1999)
77. Browand F K, Laufer J, in *Turbulence in Liquids: Proc. IV Biennial Symp. Sept. 1975* (Princeton: Science Press, 1977) p. 333
78. Laufer J, Monkewitz P *AIAA Pap.* No. 962 (1980)
79. Ho C-M, in *Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows* (Ed. T. Sebeci) (New York: Springer-Verlag, 1982) p. 521
80. Ho C-M, Huerre P *Annu. Rev. Fluid Mech.* **16** 365 (1984)
81. Власов Е В, Гиневский А С, в сб. *Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа* Т. 20 (М.: ВИНТИ, 1986) с. 3
82. Monkewitz P A *J. Fluid Mech.* **188** 223 (1988)
83. Landa P S, McClintock P V E *Phys. Rep.* **397** 1 (2004)
84. Власов Е В и др., в сб. *Промышленная аэродинамика* Вып. 1(33) (М.: Машиностроение, 1986) с. 277
85. Власов Е В и др., в сб. *Проблемы турбулентных течений* (Отв. ред. В В Струминский) (М.: Наука, 1987) с. 115
86. Ho C-M, Nosseir N S, in *Turbulent Shear Flows 2. 2nd Int. Symp., London, 1979* (Berlin: Springer-Verlag, 1980) p. 297
87. Ho C-M, Nosseir N S *J. Fluid Mech.* **105** 119 (1981)
88. Crow S C, Champagne F H *J. Fluid Mech.* **48** 547 (1971)
89. Chan Y Y *Phys. Fluids* **17** 46; 1667 (1974)
90. Plaschko P *Phys. Fluids* **26** 2368 (1983)
91. Папалекси Н Д, в кн. *Мандельштам Л И Полное собрание трудов* Т. 2 (М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947) с. 13
92. Неймарк Ю И *Динамические системы и управляемые процессы* (М.: Наука, 1978)
93. Ланда П С *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* **3** (2) 37 (1995)
94. Гиневский А С, Ланда П С *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* **3** (2) 42 (1995)
95. Landa P S *Europhys. Lett.* **36** 401 (1996)
96. Ланда П С *ЖТФ* **68** (1) 31 (1998) [Landa P S *Tech. Phys.* **43** 27 (1998)]
97. Sreenivasan K R, in *Frontiers in Fluid Mechanics* (Eds S H Davis, J L Lumley) (Berlin: Springer-Verlag, 1985) p. 41
98. Mullin T, Price T J *Nature* **340** 294 (1989)
99. Broze G, Hussain F, in *Nonlinear Dynamics of Structures* (Eds R Z Sagdeev et al.) (Singapore: World Scientific, 1991) p. 391
100. Broze G, Hussain F *J. Fluid Mech.* **263** 93 (1994)
101. Broze G, Hussain F *J. Fluid Mech.* **311** 37 (1996)
102. Климонтович Ю Л *Турбулентное движение и структура хаоса* (М.: Наука, 1990) [Klimontovich Yu L *Turbulent Motion and the Structure of Chaos* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1991)]
103. Crighton D G, Gaster M J *J. Fluid Mech.* **77** 397 (1976)
104. Plaschko P *J. Fluid Mech.* **92** 209 (1979)
105. Michalke A *Prog. Aerospace Sci.* **21** 159 (1984)
106. Gaster M J *J. Fluid Mech.* **424** 367 (2000)
107. Гиневский А С *Теория турбулентных струй и следов* (М.: Машиностроение, 1969)
108. Prandtl L *Führer durch die Strömungslehre* (Braunschweig: F. Vieweg, 1949)
109. Darling D *Teleportation: the Impossible Leap* (Hoboken, NJ: Wiley, 2005) [Дарлинг Д *Теленпортация: прыжок в невозможное* (М.: Эксмо, 2008)]
110. Максимов Е Г *УФН* **178** 175 (2008) [Maksimov E G *Phys. Usp.* **51** 167 (2008)]

Delusions versus reality in some physics problems: theory and experiment

P.S. Landa, V.A. Gusev

*Physics Department, M.V. Lomonosov Moscow State University,
Vorob'evy gory, 119991 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-495) 939-29 43. E-mail: planda@mail.ru, vgusev@bk.ru*

D.I. Trubetskov

*Nonlinear Processes Department, N.G. Chernyshevskii Saratov State University,
ul. Astrakhanskaya 83, 410012 Saratov, Russian Federation
Tel. (7-8452) 51-45 40. Fax (7-8452) 52-38 64. E-mail: dtrubetskov@yahoo.com*

The important problem of relation between theory and experiment in different physical problems is discussed. A number of examples, both widely and weakly known, are used to show that some physical theories, considered by many as correct because they corresponded to many experimental facts and to scientific level, have been found to be false. One of the more important reasons of this lies in the fact that it is very difficult to distinct the causes and consequences of phenomena observed in experiments. The best example is the study of turbulent flows, where causes and consequences are often erroneously interchanged in relation to the properties and development mechanisms of turbulence. At the same time some inverse examples are described, when phenomena that are impossible from the point of view of universally accepted theoretical concepts turn out to be a reality in special cases.

PACS numbers: **01.65. +g**, **47.27. -i**, 84.40.Fe

DOI: 10.3367/UFNr.0179.200903c.0255

Bibliography — 110 references

Received 23 May 2008, revised 15 October 2008

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **179** (3) 255–277 (2009)

Physics–Uspekhi **52** (3) (2009)