

Акустика интенсивных возмущений: нелинейные волны, физические эффекты и приложения

О. В. Руденко

Олег Владимирович Руденко, кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры волновых процессов физического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. Область научных интересов — физика нелинейных волн, акустика, взаимодействия света со звуком. Автор монографии (совместно с С. И. Соляным): Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975.

История нелинейной акустики начинается с классических исследований С. Д. Пуассона, Д. Г. Стокса, С. Ирншоу, Г. Ф. Б. Римана. Еще в середине прошлого века ими было найдено очень красивое точное решение уравнений гидродинамики в виде так называемой простой (нелинейной) волны. Оно позволяет описать распространение плоских возмущений сколь угодно большой амплитуды, но при условии, что среда непоглощающая, т. е. процесс распространения волны не сопровождается диссиляцией энергии. Как проявляются эффекты, связанные с учетом нелинейности, и насколько хорошо простая волна соответствует реальным волновым процессам?

Известно, что обычная (линейная) акустическая волна очень малой амплитуды распространяется в среде со скоростью звука и не изменяет при этом своей формы. Если источник звука генерирует, например, синусоидальную волну, то профиль ее останется синусоидальным на любом удалении от источника. В простой же волне скорость распространения различных ее участков неодинакова. Области сжатия перемещаются быстрее скорости звука; области разрежения, напротив, медленнее. В результате профиль искается: передние склоны волны станов-

ятся более крутыми, а задние — более пологими. Нелинейные процессы проявляются тем сильнее, чем больше величина возмущения — амплитуда или интенсивность волны.

Похожая картина наблюдается для больших морских волн вблизи берега. Известны примеры и из других областей физики — волны электронной плотности в приборах СВЧ, в длинных электрических линиях с нелинейными элементами, МГД-волны в плазме, взрывные волны и ряд других — обнаруживают многие особенности, присущие простым волнам.

Однако реальные возмущения часто ведут себя по-иному. Морская волна в зоне прибоя «опрокидывается»; в модулированном по скорости потоке электронов образуются «сгустки»; в продольной звуковой волне формируется разрыв — тонкий ударный фронт, в котором происходит сильное поглощение энергии. Эти явления более сложные; они требуют новых способов описания.

К сожалению, не удается найти точные решения нелинейных уравнений гидродинамики, которые помогли бы исследовать свойства разрывных звуковых волн. Нужно, правда, сделать оговорку: механика ударных волн, изучающая движение поверхностей разрыва, достаточно

развитая область, важные результаты которой были получены уже в начале нынешнего века. Проблема, однако, состояла в том, чтобы описать профиль полностью — как гладкие, так и крутые участки; это необходимо для изучения спектрального состава акустических возмущений.

Вопрос стал особенно актуальным после создания мощных источников ультразвука, когда в середине 50-х годов были проведены эксперименты по непосредственному наблюдению формы пилообразной волны и генерации акустических гармоник в жидкости¹. Конец 50-х — начало 60-х годов — это период бурного развития экспериментальной нелинейной акустики. Тогда еще не было ясности в перспективах практического использования нелинейных эффектов, однако потребность в теории и универсальном математическом аппарате уже была осознана.

РАЗВИТИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ

Сегодня кажется удивительным, что многие годы изучение интенсивных звуковых волн происходило без всякой связи с нелинейной радиофизикой. Как известно, в теории колебаний уже давно развивались приближенные методы, необходимые для расчета процессов генерации и нелинейной обработки электрических сигналов. Именно с нелинейной теорией колебаний связано начало научной деятельности Р. В. Хохлова. Им был предложен метод поэтапного упрощения так называемых укороченных уравнений, существенно расширявший круг проблем, поддающихся анализу. Были решены практически важные задачи синхронизации автогенераторов, расчета электронных приборов СВЧ, квантовых генераторов, параметрических усилителей бегущей волны. В 1960 г. Р. В. Хохлов сделал

принципиальный шаг в общей теории нелинейных волн, обобщив развитый им метод на распределенные системы². Это обобщение оказалось необычайно плодотворным. Сегодня развитие Р. В. Хохловым методы широко используются в нелинейной оптике, физике плазмы, радиотехнике и во многих других областях современной науки.

Применительно к акустике суть предложенного подхода состоит в следующем. Нелинейные волны — это волны достаточно большой (конечной) амплитуды. Однако их амплитуда все же мала по сравнению с характерными внутренними параметрами среды. Например, скорость v , с которой колеблются частицы в волне, мала по сравнению со скоростью звука c_0 . Отношение этих величин (так называемое число Маха) в экспериментах не превышает значения $10^{-4} — 10^{-2}$. Это означает, что в задаче имеется малый параметр и уравнения гидродинамики могут быть упрощены. Иначе говоря, волновое движение характеризуется двумя временными масштабами. Быстрое движение — это распространение волны. Наряду с ним происходят медленные процессы: искажение формы из-за поглощения, дисперсии, нелинейности, дифракции и ряда других причин. «Медленные» понимается в том смысле, что влияние этих процессов становится заметным лишь после того, как возмущение пройдет путь, равный многим длинам волн.

Р. В. Хохловым был указан способ отделения медленного движения от быстрого, получивший название «метод медленно изменяющегося профиля волны». С его помощью Р. В. Хохлов с сотрудниками получили класс нелинейных уравнений эволюции, образовавших математический аппарат современной нелинейной акустики³.

Остановимся на некоторых явлениях, происходящих при распространении интенсивных звуковых волн. Рассмотрим, как изменяется форма и спектральный состав сигнала, возбуждаемого источником звука на границе нелинейной среды.

¹ Экспериментальные исследования по нелинейной акустике были начаты в Московском университете группой В. А. Красильникова. Об этих работах см.: Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М., 1966; Красильников В. А. Ультразвук и нелинейные волновые процессы. — «Природа», 1968, № 1. Более поздние зарубежные исследования отражены в кн.: Beuerg R. T. Nonlinear Acoustics. USA, Naval Ship Systems Command, 1974.

² Об этих методах Р. В. Хохлов впервые написал в двух статьях: «Радиотехника и электроника», 1961, т. 6, с. 917 и 1116.

³ Эти результаты описаны в кн.: Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975.

Предположим вначале, что источник генерирует гармоническое колебание с частотой ω так что на расстоянии $x=0$ один период сигнала представляет собой отрезок «чистой» синусоиды. Сперва волна искажается как простая; если приемник помещен на небольшом расстоянии x от источника, он зарегистрирует сигнал, форма которого лишь немнога искажена. Спектр такого колебания будет содержать, кроме основной частоты ω , высшие гармоники $2\omega, 3\omega, \dots$. Измеряя амплитуды гармоник, можно экспериментально определить важные физические константы вещества — так называемые нелинейные модули упругости. При обычном статическом способе измерения этих констант, например в твердых телах (где они описывают отклонения от линейного закона упругости — закона Гука), приходится нагружать исследуемый образец давлениями в десятки тысяч атмосфер. Величина нелинейных модулей влияет на процессы теплопроводности, затухания звука, теплового расширения тел и многие другие.

Если мы отодвинем приемник на большее расстояние, форма сигнала окажется искаженной еще сильнее — она станет «пилообразной», причем передний склон (фронт волны) займет почти «вертикальное» положение. Образовавшийся фронт представляет собой ударную волну, в которой частицы среды сильно взаимодействуют друг с другом и преобразуют в тепло отобранныю у волны механическую энергию. Волна при этом затухает, причем нелинейно: амплитуда уменьшается тем быстрее, чем она больше.

Зависящее от амплитуды затухание существенно влияет, например, на распространение взрывных волн в воздухе и в воде и на волны звукового удара, возбуждаемые летящими со сверхзвуковой скоростью самолетами. Такие «удары» могут быть весьма ощутимыми, и часто с ними необходимо считаться. (По оценкам американских специалистов, в зону «удара» самолета «Конкорд», пролетающего над густонаселенными районами США, может попасть около 60 млн человек; этим аргументом широко пользуются противники эксплуатации сверхзвуковых пассажирских самолетов на внутренних трассах.) Однако волны звукового удара представляли бы гораздо большую опасность, если бы затухали по обычным законам линейной акустики.

В этой ситуации нелинейность оказа-

лась полезной. Аналогичный эффект в других условиях может быть нежелательным. Например, при передаче сигналов под водой на большие расстояния нужно повышать интенсивность излучаемого звука, чтобы приемник мог различить сигнал на фоне шумов моря. Но чем больше интенсивность, тем сильнее затухание. Как показали расчеты, на больших дистанциях амплитуда волны не зависит от своего исходного значения, т. е. нелинейная среда ограничивает уровень сигнала, который может быть передан на заданное расстояние.

Когда в нелинейную среду излучается не строго синусоидальный, а модулированный сигнал, возникает еще один интересный эффект. Спектр такого сигнала, распространяющихся в поглощающей среде. Показана зависимость от времени в бегущей системе координат $(x, t-x/c)$. Изображен один период синусоидального сигнала. С увеличением пройденного расстояния x передний фронт становится крутым, задний — пологим. Затем максимальное значение возмущения начинает уменьшаться из-за нелинейного затухания. На больших расстояниях волна теряет значительную часть своей энергии, фронт «расплывается», и волна вновь становится гармонической. Дальнейшее распространение происходит по законам линейной акустики [а].

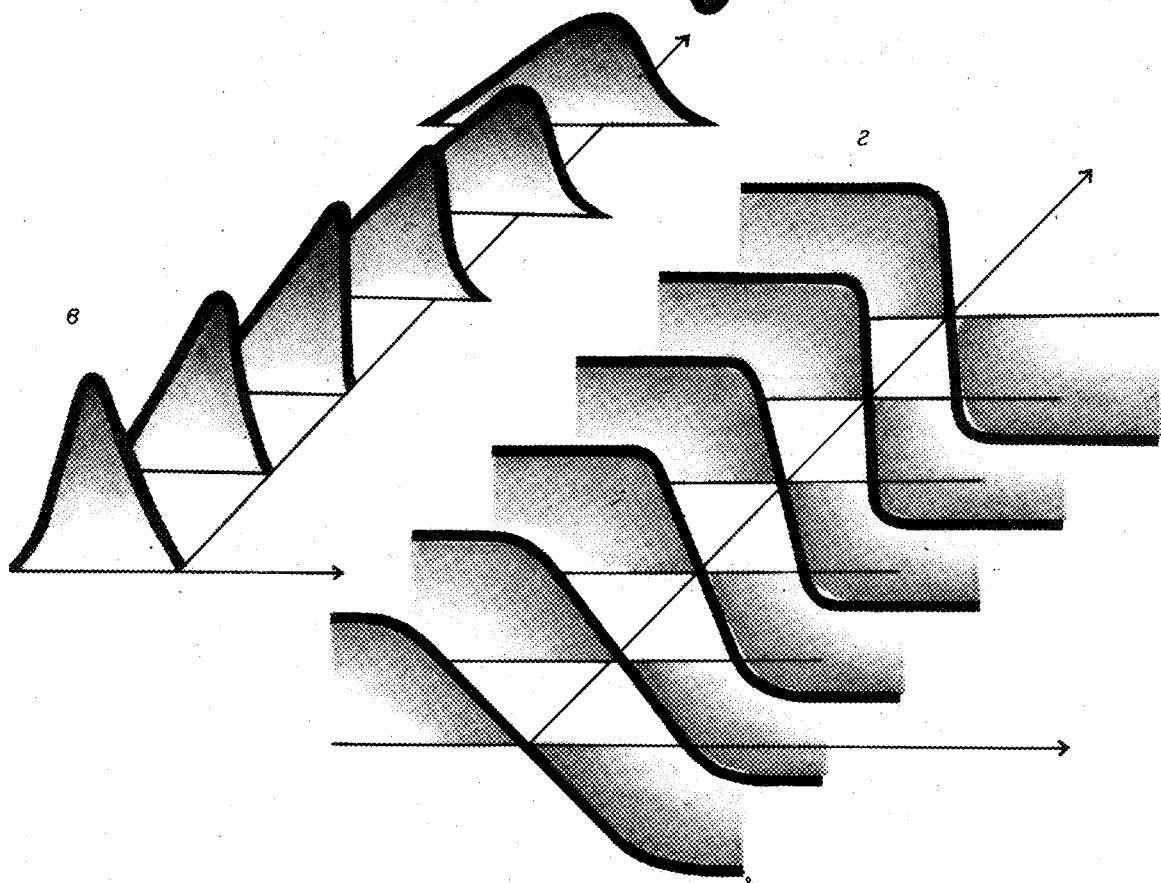
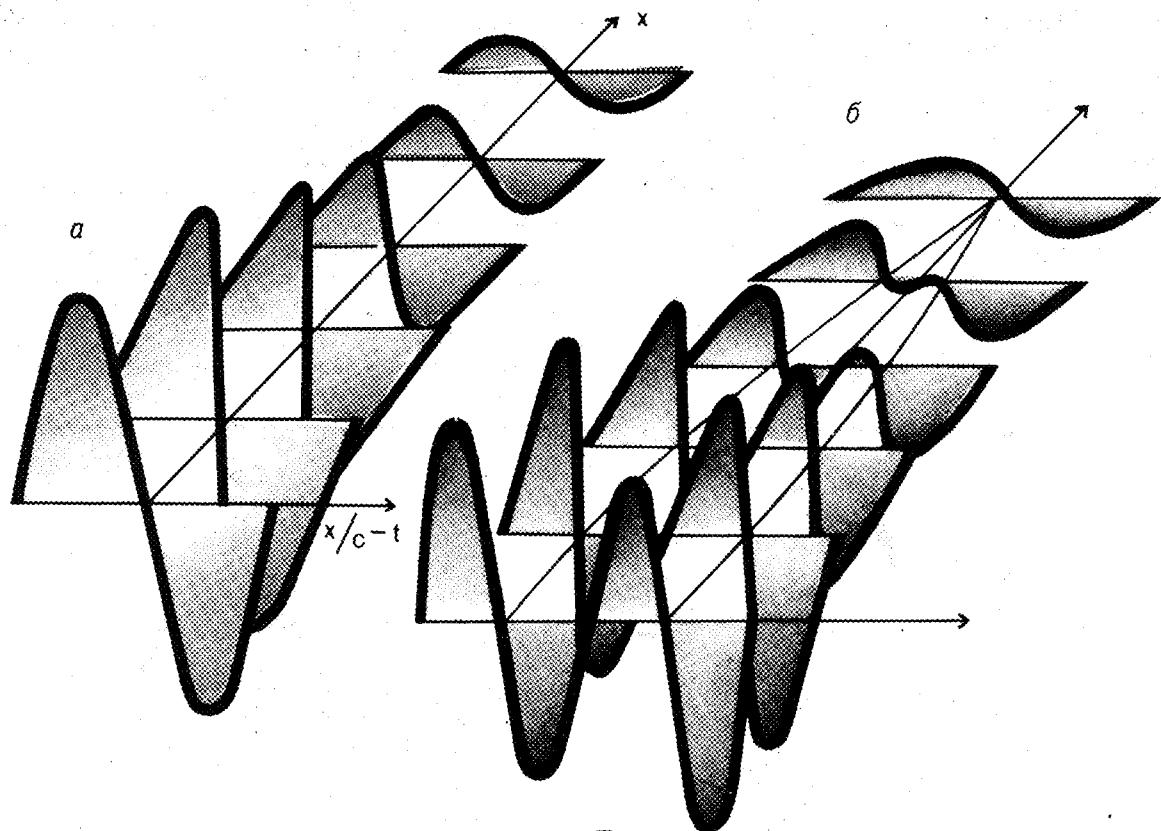
Изображено искажение двухчастотного сигнала $v=v_1 \cos \omega t + v_2 \sin 2\omega t$, где v_1 и v_2 — амплитуды скорости колебаний частиц. Поскольку $v_1 v_2$, в исходном спектре преобладает компонента с частотой 2ω . Однако на больших расстояниях период волны удваивается — энергия сигнала сосредоточивается в компоненте частоты ω . Такое явление происходит из-за того, что образующиеся ударные фронты несимметричны, движутся с разными скоростями и в конце концов сливаются [б].

Показан процесс распространения одиночного импульсного возмущения. После образования ударной волны на переднем фронте длительность импульса начинает увеличиваться, а его пиковое значение — уменьшаться. Полная площадь остается неизменной, что соответствует сохранению количества движения. На больших расстояниях возмущение стремится принять форму симметричного «колокола» [в].

Показано формирование ударной волны. Пологая «ступенька» становится, все более крутой до тех пор, пока ширина фронта не достигнет равновесного значения. Если, напротив, задан слишком крутой «скачок», он будет расплываться, стремясь принять ту же устойчивую форму [г].

заялась полезной. Аналогичный эффект в других условиях может быть нежелательным. Например, при передаче сигналов под водой на большие расстояния нужно повышать интенсивность излучаемого звука, чтобы приемник мог различить сигнал на фоне шумов моря. Но чем больше интенсивность, тем сильнее затухание. Как показали расчеты, на больших дистанциях амплитуда волны не зависит от своего исходного значения, т. е. нелинейная среда ограничивает уровень сигнала, который может быть передан на заданное расстояние.

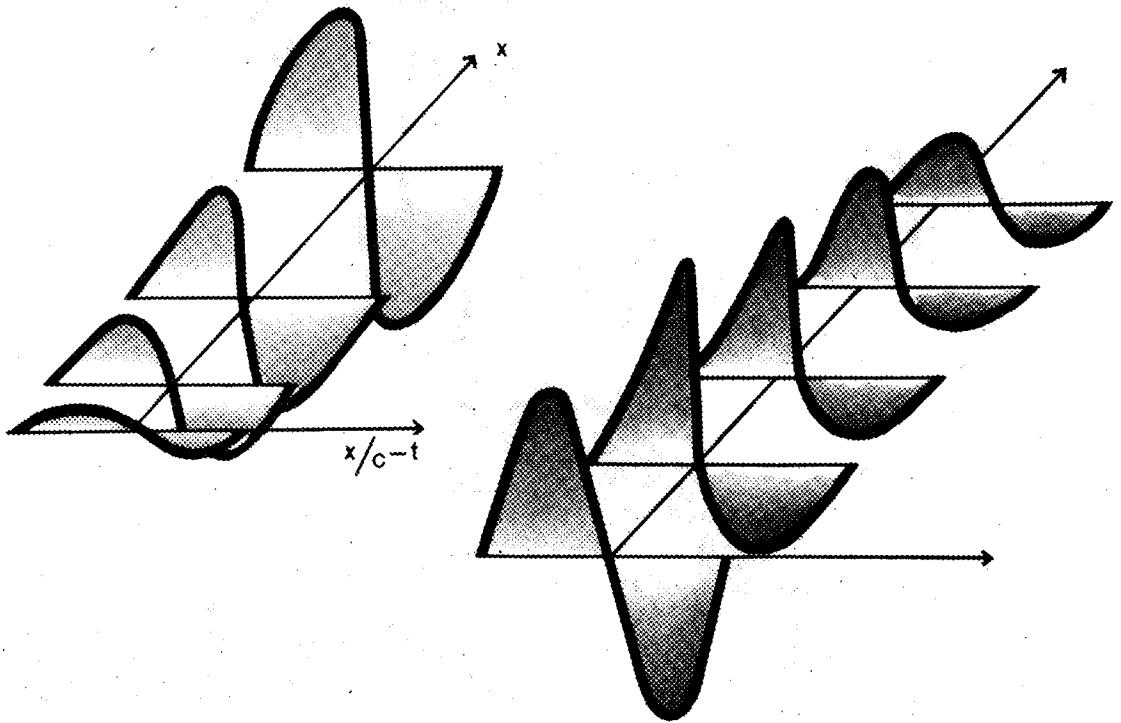
Когда в нелинейную среду излучается не строго синусоидальный, а модулированный сигнал, возникает еще один интересный эффект. Спектр такого сигна-



ла — синусоиды с изменяющейся амплитудой — содержит целый набор частот, сконцентрированный вблизи средней частоты ω . Из-за нелинейности все эти спектральные компоненты начинают взаимодействовать друг с другом и рождают низкочастотные волны, которые способны распространяться на очень большие расстояния. Удаленный приемник зарегистрирует только ту информацию, которая заключена в переменной амплитуде синусоиды; высокочастотные же колебания с частотой ω в среде поглощаются. Такая обработка электрических

сигналов — демодуляция — производится в любом радиоприемнике специальным устройством — детектором. В случае интенсивных звуковых волн роль детектора, следовательно, выполняет сама нелинейная среда.

Все описанные явления обнаруживаются в цилиндрических и сферических волнах, но здесь они протекают иначе. Например, поскольку амплитуда фокусированной волны увеличивается по мере схождения к фокусу, нелинейные искажения накапливаются быстрее, чем в плоском случае. Для расходящихся волн,



Слева показана картина формирования нелинейной волны, возбуждаемой движущимся вместе с волной источником звука. Вначале величина возмущения мала, а его форма близка к гармонической. Затем энергия волны увеличивается; при этом профиль искажается вследствие нелинейности. Наконец, когда приток энергии извне уравновесится потерями на фронте, сформируется стационарный профиль.

Справа — поведение волны, испытывающей влияние нелинейности и дифракции. Волна искажается несимметрично: длительность областей сжатия уменьшается, а областей разрежения — увеличивается. Пиковое положительное значение возмущения превышает свое исходное значение. Нулевые точки профиля распространяются немного быстрее скорости звука. Все эти явления происходят из-за различия скоростей распространения гармоник, проявляющегося вследствие ограниченности звукового пучка.

например, нелинейность проявляется в меньшей степени. Любопытен следующий факт: иногда в сходящейся волне фронт формируется дважды. Вначале волна из-за поглощения может стать волной малой амплитуды, а затем за счет схождения к фокусу вновь способна проявить свои нелинейные свойства.

Наибольший интерес представляют именно сходящиеся волны, т. к. их амплитуда может стать очень большой. Расчет давления с учетом детальной структуры волнового поля важен во многих технических приложениях, например в задаче сверхплотного сжатия вещества. Хотя сильно нелинейные поля не описываются

уравнениями нелинейной акустики, развитые здесь подходы, видимо, могут оказаться полезными и служить основой дальнейших обобщений.

До сих пор речь шла о волнах, затухающих из-за внутреннего трения и процессов теплопроводности. Но энергия, переносимая волной, может расходоваться также на изменение свойств среды. Допустим, что среда представляет собой раствор или смесь химически реагирующих веществ. Волна способна изменить характер протекания реакции, и это, в свою очередь, отразится на ее параметрах: амплитуде, форме, спектральном составе. На основе акустических измерений, таким образом, можно судить о свойствах происходящих в среде микропроцессов. Примерами таких процессов служат диссоциация, фазовые переходы, обмен энергией между поступательными и внутренними степенями свободы молекул и многие другие. Расчет их влияния на параметры волны производится с помощью уравнений нелинейной акустики, учитывающих специфику реакции.

НОВЫЕ ЗАДАЧИ: ВОЗБУЖДЕНИЕ ИНТЕНСИВНОГО ЗВУКА И ВОЛНОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В первых работах по нелинейной акустике был получен ряд принципиальных результатов. Но важно и то, что была сформирована точка зрения, развита совокупность приемов, допускающая широкие обобщения как на нерешенные проблемы акустики, так и на другие области физики.

Среди многих явлений, возникающих при взаимодействии электромагнитного излучения с веществом, важное место занимают оптико-акустические эффекты. Самый простой из них — тепловое возбуждение звука. Суть явления состоит в следующем. Электромагнитная волна, поглощаясь в слое непрозрачного вещества, может сильно (и, главное, очень быстро) нагреть этот слой, что приведет к его резкому тепловому расширению. При быстром расширении нагретый слой работает, как поршень, толкающий холодные слои и возбуждающий в них звуковой импульс. Регистрируя звук, можно экспериментально измерить коэффициент поглощения электромагнитного излучения; этот способ давно используется в оптико-акустической спектроскопии. Однако сейчас имеется возможность генерировать очень мощные акустические

сигналы, и это открывает новые перспективы. Известно, что звук хорошо распространяется в средах, непрозрачных для электромагнитных волн (например, в металлах или в воде). Часто звук оказывается единственным видом излучения, которым можно «просветить» среду для выяснения ее структурных особенностей. На имеющихся в среде неоднородных включениях хорошо рассеиваются звуковые волны, длина волн которых соответствует размеру неоднородностей. Указанный бесконтактный способ теплового возбуждения звука позволяет получать интенсивный звук очень высоких частот. В свою очередь, нелинейная генерация гармоник дает возможность продвинуться по частоте еще выше и, таким образом, исследовать очень мелкие неоднородности.

Процессы возбуждения нелинейных звуковых волн потребовали разработки специальных математических методов расчета⁴, которые теперь используются при изучении многих физических и технических проблем.

Большой интерес представляет, в частности, возбуждение интенсивных колебаний в ограниченных объемах (резонаторах). В линейном резонаторе обычно формируются стоячие волны, представляющие собой сумму двух волн, бегущих навстречу друг другу. Установившиеся колебания соответствуют равновесию между притоком энергии от источника и потерями на стенках резонатора и в его объеме. Когда потери малы, т. е. добротность резонатора велика, в нем можно накопить большую энергию даже при слабом источнике, так что условия проявления нелинейных эффектов здесь особенно благоприятны. Однако возникает вопрос: насколько большую энергию можно запастись в резонаторе и не изменятся ли его свойства под действием интенсивного звука? Как оказалось, добротность резонатора в этом случае действительно перестает характеризовать лишь его конструкцию; она становится функцией амплитуды и уменьшается с ростом интенсивности волны⁵. Нелиней-

⁴ О свойствах неоднородных уравнений нелинейной акустики см.: Карабутов А. А., Лапшин Е. А., Руденко О. В.—«ЖЭТФ», 1976, т. 71, с. 111.

⁵ О волнах большой амплитуды в резонаторах и нелинейной добротности см.: Каннер В. В., Руденко О. В., Хохлов Р. В.—«Акустический журнал», 1977, т. 23, с. 756.

ные волны в резонаторе не могут долго оставаться стоячими; почти всегда возникают бегающие ударные фронты, которые при отражении от стенок создают большие градиенты давления. Автомобилистам знакомы резкие стуки в двигателе, появляющиеся при детонационном горении рабочей смеси. Появление ударной волны в этом случае приводит к потере мощности и ускоренному износу двигателя. Сжатие, создаваемое на фронте ударной волны, может увеличить скорость сгорания топлива, что вызовет еще большее усиление волны.

В ограниченных объемах — акустических волноводах и резонаторах — появляется зависимость скорости распространения возмущений от частоты — так называемая геометрическая дисперсия. Это помогает реализовать нелинейные взаимодействия между нужными спектральными компонентами волн (например, усиливать одну волну с помощью другой). В таких системах часто возникают неустойчивости и нелинейные резонансы, которых в линейных системах не было совсем.

До сих пор мы говорили только о взаимодействии звуковых волн. Среди исследований, посвященных физике нелинейных взаимодействий, нужно отметить работы по комбинационным акустическим эффектам, т. е. взаимодействиям акустических волн с различными другими элементарными возбуждениями вещества. Примером служит вынужденное рассеяние звука на вихревых волнах. Предположим, что на жидкую или газообразную среду падает интенсивная звуковая волна. В среде из-за тепловых флуктуаций имеются различные, в том числе вихревые, неоднородности, на которых звук рассеивается. Если интенсивность рассеянной волны будет достаточной для того, чтобы вместе с падающей волной оказать заметное обратное воздействие на вихревую неоднородность, вызвавшую рассеяние, то вихрь усилится. Это повлечет за собой дальнейшее усиление рассеяния и т. д. — процесс будет развиваться лавинообразно. Такого рода процессы — вынужденные рассеяния — хорошо известны в нелинейной оптике⁶. Систематические исследования по акустическим комбинационным

эффектам были выполнены Р. В. Хохловым и Н. И. Пушкиной. Ими рассмотрены, в частности, взаимодействия звука со спиновыми волнами, с электромагнитными волнами в пьезоэлектриках, с температурными волнами в твердом теле и сверхтекучем гелием.

НЕМНОГО О ПРИЛОЖЕНИЯХ

Летом 1975 г. в Москве проходил VI Международный симпозиум по нелинейной акустике. Выступая на открытии, председатель оргкомитета Р. В. Хохлов дал обзор результатов и анализ новых направлений развития нелинейной акустики. Он обратил внимание собравшихся на резкое увеличение числа публикуемых работ и их прикладную направленность. Ранние теоретические и экспериментальные работы представляли в основном академический интерес; они были посвящены исследованиям одномерных волн со сравнительно простой формой исходного спектра, распространяющихся в средах с простыми свойствами. Накопленный арсенал методов и средств позволил перейти к изучению реальных задач, связанных с распространением дифрагирующих пучков сложного спектрального состава (в том числе шумовых волн) в неоднородных средах со сложной микроструктурой.

Важный шаг был сделан в работе Р. В. Хохлова и Е. А. Заболотской, где выведено уравнение нелинейной акустики ограниченных пучков⁷. Нелинейная волна, распространяющаяся в виде пучка, ведет себя иначе, чем идеальная плоская или сферическая волна. Как известно, ширина пучка с расстоянием постепенно увеличивается из-за дифракции, проявляющейся тем сильнее, чем больше отношение длины волны к радиусу пучка. Нелинейность рождает множество гармоник исходного сигнала. Они имеют различную длину волны, и поэтому на их поведение дифракция влияет по-разному. В частности, дифракционные фазовые сдвиги гармоник обусловливают явление несимметричного искажения гармонического сигнала — кажущуюся «самофокусировку» областей сжатия и дефокусировку областей разрежения волны. При исследовании сходящегося пучка было обнару-

⁶ О вынужденных рассеяниях в оптике, например, см.: Ахманов С. А., Коротеев Н. И. Лазерная спектроскопия рассеяния света — новые эффекты и новые методы. — «Природа», 1976, № 7.

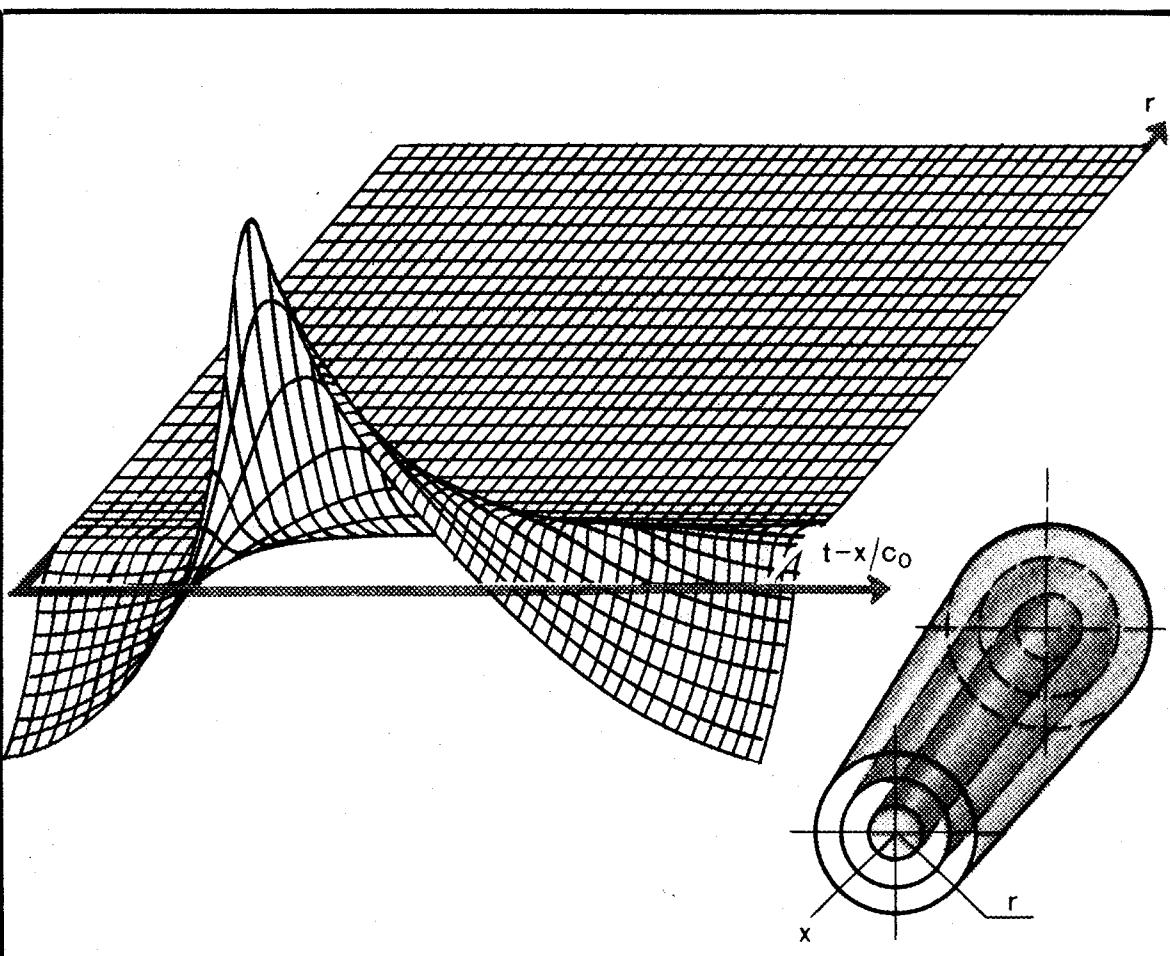
⁷ Заболотская Е. А., Хохлов Р. В. — «Акустический журнал», 1969, т. 15, с. 40.

жено, что область фокуса сильно «рас-
тянута» в пространстве. Это происходит из-за «нелинейно-хроматических» абер-
раций, т. е. из-за различной фокусировки спектральных компонентов, возникших в среде в результате нелинейных взаимодействий⁸.

Пожалуй, наиболее важный класс задач, решенный с помощью уравнений нелинейной акустики ограниченных пучков,— это задачи расчета гидроакустических приборов нового типа, так называемых

параметрических излучателей и приемников звука. Расскажем о них подробнее.

Пусть источник излучает две интенсивные волны близких частот ω_1 и ω_2 . В результате их взаимодействия в нелинейной среде рождается низкочастотная волна $\Omega = \omega_1 - \omega_2$. Она способна распространяться на большое расстояние, т. к. затухает гораздо слабее волн ω_1 и ω_2 (напомним, что коэффициент затухания звука пропорционален



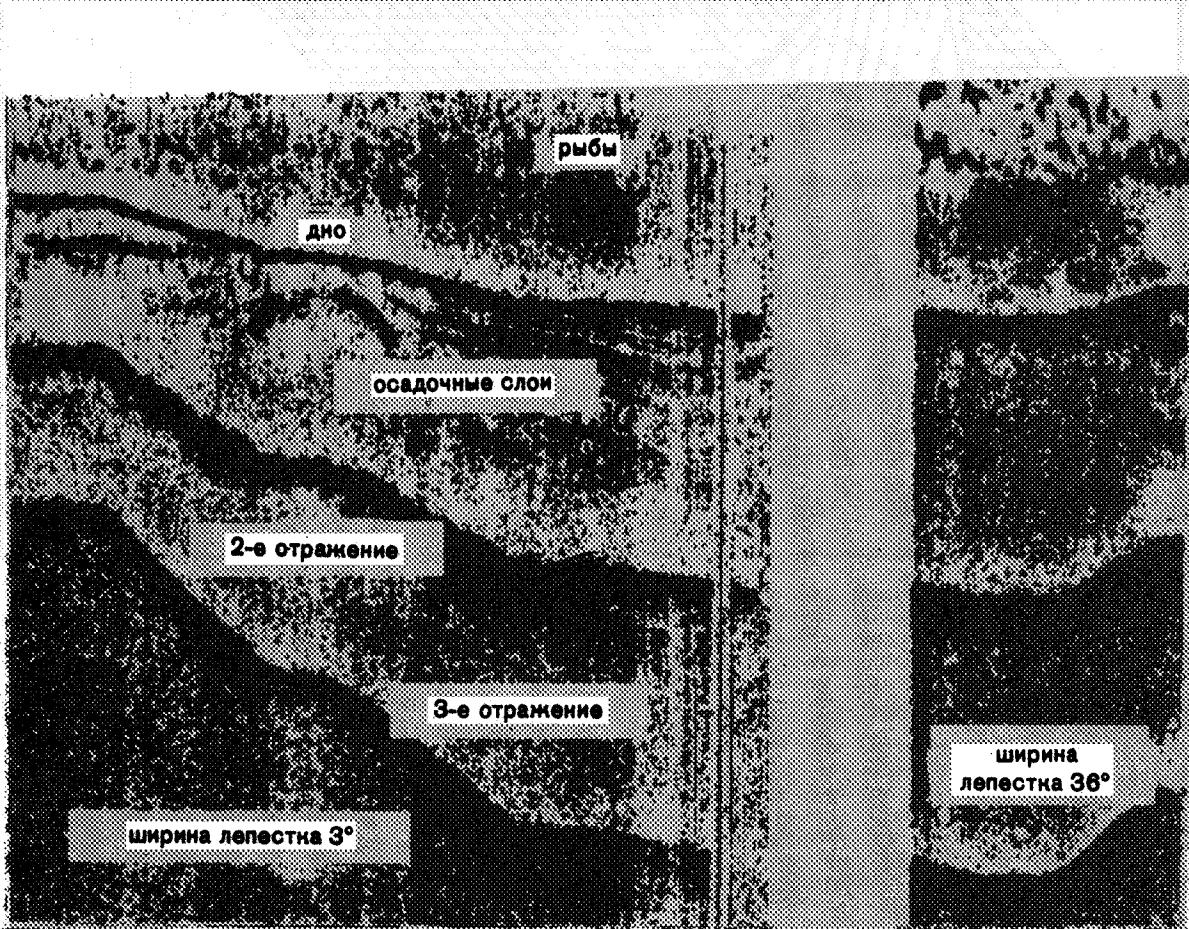
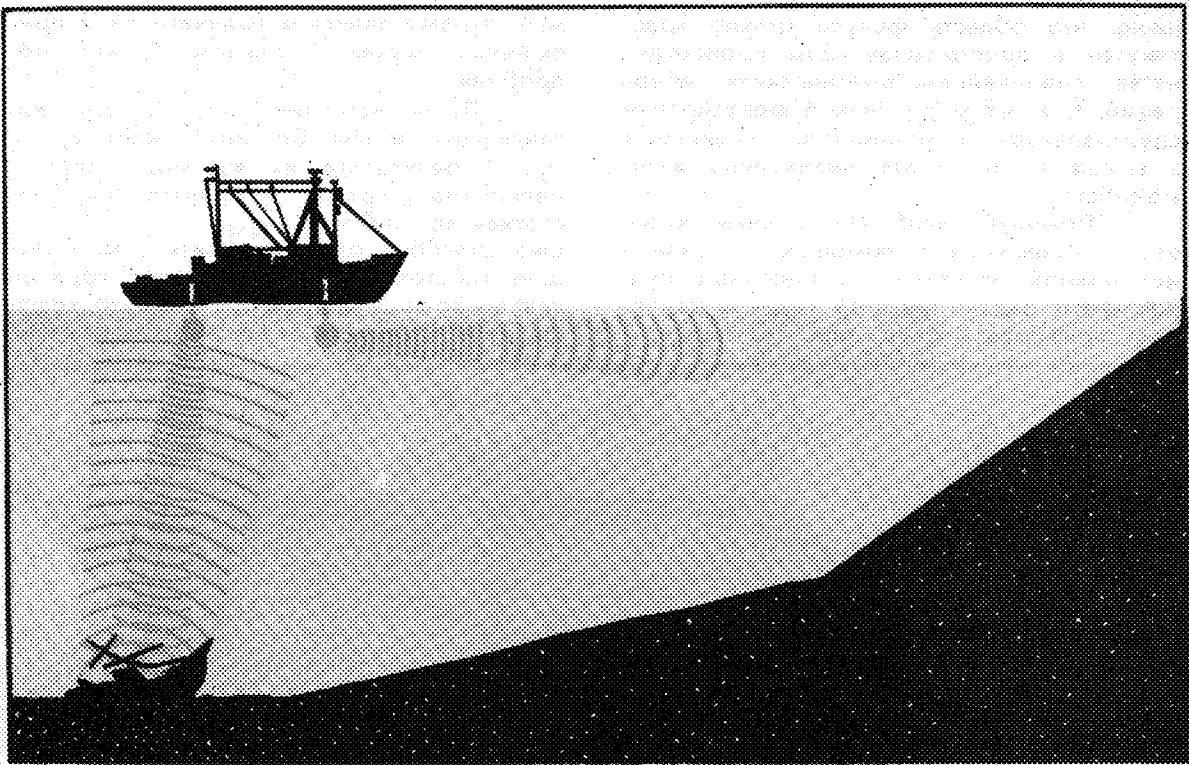
Поверхность, изображающая форму интенсивной волны в сфокусированном пучке. Поперечная координата (текущий радиус пучка r) направлена в глубь рисунка. Направление координат (x , r) показано на фигуре, изображающей сфокусированный пучок [справа].

⁸ Большое количество данных по генера-
ции акустических гармоник в дифрагирую-
щих квазиплоских и сходящихся пучках полу-
чено численным интегрированием авторами работы: Бахвалов Н. С., Жи-
лейкин Я. М., Заболотская Е. А., Хохлов Р. В.—«Акустический журнал»,
1978, т. 24, с. 21.

квадрату частоты). Но в чем преимуще-
ство нелинейного способа излучения низ-
кочастотных сигналов?

Когда волна Ω генерируется обыч-
ным источником (например, колеблющим-
ся диском радиуса a), она уже на малых
расстояниях превращается в сферически
расходящуюся. Угловая ширина ее диа-
грамм направленности $\Phi_{лин}$ обратно про-
порциональна числу длин волн Δ , уклады-
вающихся на поверхности источника:

$$\Phi_{лин} \sim \Delta/a, \text{ где } \Delta = 2\pi c_0 / \Omega.$$



Схема, иллюстрирующая различные режимы работы параметрического излучателя. В воду обычным способом излучается модулированный сигнал высокой частоты. Область, занятая высокочастотным пучком, выполняет роль параметрической антенны, формирующей узконаправленный низкочастотный сигнал. Этот сигнал используется для исследования дна, донных отложений и поиска предметов, засыпанных слоем ила. (Из сб.: Акустика морских осадков. М., 1977.)

Эхограммы дна и структуры осадочных слоев под донной поверхностью, полученные с помощью параметрического (слева) и обычного (справа) эхолотов на частоте 12 кГц. Заметно преимущество параметрического эхолота в четкости полученного изображения. (Из сб.: Акустика морских осадков. М., 1977.)

Поскольку значение λ велико, для получения высокой направленности нужно иметь излучатели очень больших размеров, что не всегда выполнимо.

Если же волна ω возбуждается нелинейным способом, роль источника играет вся область пространства длиной L , занятая высокочастотным полем Φ_1, ω_2 — так называемая бестелесная параметрическая антenna. Ширина ее диаграммы направленности определяется корнем из числа "длин волн, укладывающихся на длине области взаимодействия:

$$\Phi_{\text{нел}} \sim \sqrt{\Lambda/L}.$$

Во многих экспериментах с параметрическими излучателями угол $\Phi_{\text{нел}}$ был порядка $1-5^\circ$, т. е. диаграмма была чрезвычайно узкой.

Такие излучатели обладают и другими преимуществами: компактностью устройства (роль антенны играет сама нелинейная среда), возможностью плавной перестройки частоты Ω в широких

пределах. Они находят разнообразные применения. Узкая диаграмма с подавленными «боковыми лепестками» позволяет передавать сигналы в мелководных водоемах и в прибрежной зоне, не опасаясь помех из-за отражений от свободной поверхности и дна. Широкополосность параметрических излучателей позволяет перестраивать частоту и добиваться максимума отражения от объекта на его резонансной частоте. Так осуществляется поиск и классификация затонувших предметов, даже если они засыпаны слоем ила — низкочастотные волны способны проникать в морские осадки.

Использование для расчетов параметрических излучателей приближенных уравнений, полученных методом Хохлова, позволило исчерпывающим образом описать все режимы работы устройств с учетом дифракции и затухания всех взаимодействующих волн, а также технических особенностей, связанных с приложениями⁹.

За последние годы сформировалось еще одно новое направление — статистическая нелинейная акустика, изучающая распространение случайно модулированных сигналов. Существует много источников интенсивного шума, оказывающего вредное влияние на конструкции и организмы. Были исследованы закономерности распространения интенсивных шумов, их взаимодействия с регулярными сигналами и возможности активного воздействия на шумовые спектры. В частности, оказалось возможным, подействовав интенсивным ультразвуковым сигналом на широкополосный шум, перекачать часть его энергии в неслышимый диапазон частот. В настоящее время у нас в стране и за рубежом широко ведутся экспериментальные исследования по нелинейной динамике шумовых спектров.

Сейчас нелинейная акустика переживает новый период подъема. Можно указать на ряд проблем гидро- и авиационной акустики, физики твердого тела, геофизики и многих других областей науки и техники, где учет и использование акустических нелинейных явлений открывает перспективы получения новых результатов, изучения новых явлений и их практического использования.

⁹ Пучковая теория параметрических излучателей развита в работе: Новиков Б. К., Руденко О. В., Солуян С. И. — «Акустический журнал», 1975, т. 21, с. 591.