

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. Ломоносова**

Физический факультет, кафедра акустики

На правах рукописи
УДК 551.463.21 : 534

ШУРУП Андрей Сергеевич

**МОДЕЛИ АКТИВНО-ПАССИВНОЙ
АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ
НЕОДНОРОДНОГО ДВИЖУЩЕГОСЯ ОКЕАНА**

Специальность: 01.04.06 – акустика

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физ.- мат. наук, проф.
Буров Валентин Андреевич

Москва, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Глава 1. Современное состояние проблемы акустического мониторинга океана (по материалам научных публикаций)	16
Глава 2. Роль выбора базиса в гидроакустических задачах.....	46
2.1. Дискретизация исходных уравнений, введение базиса.....	46
2.2. Виды базисов, используемых в гидроакустических задачах. Мозаичный базис, его свойства	50
2.3. Взаимосвязь между мозаичным базисом и базисами других типов	54
2.4. Примеры применения полосчатого и клетчатого базисов в томографических схемах.....	72
2.5. Краткие выводы к главе 2.....	78
Глава 3. Решение комбинированной обратной задачи (рефракционная неоднородность и течение) в полосчатом базисе	79
3.1. Обоснование возможности одновременного томографического восстановления скалярно-векторных неоднородностей.....	79
3.2. Восстановление океанических неоднородностей при лучевом описании акустического поля.....	82
3.3. Введение итераций в процесс восстановления.....	91
3.4. Восстановление океанических неоднородностей методами дифракционной томографии	94
3.5. Сравнение результатов томографического восстановления в волновой и лучевой задачах	99
3.6. Восстановление комбинированной неоднородности.....	99
3.7. Краткие выводы к главе 3.....	103
Глава 4. Использование в пассивной томографии океана низкочастотных шумов в качестве источника сигнала	105
4.1. Соотношение между функцией Грина и функцией взаимной когерентности шумового поля для одной моды.....	105
4.2. Оценка необходимого времени корреляционного накопления шумового сигнала в задачах акустической томографии.....	114

4.3. Выделение мод шумового поля океана.....	118
4.4. Краткие выводы к главе 4.....	125
Глава 5. Использование коротких искривленных вертикальных антенн в акустической томографии океана.....	127
5.1. Определение времен распространения модовых сигналов из анализа матрицы взаимной когерентности шумового поля.....	128
5.2. Использование коротких антенн.....	141
5.3. Учет кривизны профиля антенны.....	145
5.4. Случай детерминированных сигналов. Сравнение с общепринятым способом фильтрации мод.....	149
5.5. Краткие выводы к главе 5.....	152
Основные результаты и выводы.....	153
Список литературы.....	155

Введение

В настоящее время проблема мониторинга больших регионов мирового океана является по-прежнему крайне актуальной. Как известно, океан определяющим образом влияет на сезонную изменчивость климата. Так, например, возмущение системы океан-атмосфера в экваториальной зоне Тихого океана оказывает влияние на климат всего земного шара и играет ключевую роль в формировании погоды и климата на земле, поэтому трудно переоценить важность мониторинга океанических структур, необходимого для понимания и предсказания поведения сложной взаимосвязанной системы океан-атмосфера.

Акустическая томография океана в настоящее время рассматривается как основной метод получения информации о структуре, временной и пространственной изменчивости больших (порядке сотен и тысяч километров) акваторий мирового океана. Никакое излучение, кроме акустических волн, не способно распространяться на такие расстояния в морской воде. Основы акустической томографии океана были заложены Уолтером Манком и Карлом Вуншем в 1979 году [1]. В предложенном ими методе для измерения физических свойств океана использовалась идея томографического подхода, заключающаяся в восстановлении параметров объекта на основе измерений интегральных характеристик (сечений) [2]. В случае океана в основе этих измерений лежит оценка времени распространения акустического сигнала или значения других характеристик принимаемых полей, прошедших сквозь исследуемый регион в различных направлениях [3], например, их вертикальной структуры.

Первые масштабные исследования океана были проведены в ходе Срединноокеанического динамического эксперимента (MODE 1973г.). Данные этих исследований заставили ученых пересмотреть некоторые устоявшиеся представления о циркуляции океана как сумме крупных,

равномерных, достаточно медленных течений, таких как Гольфстрим и Кюросио. Оказалось, что около 90% кинетической энергии океана приходится на так называемые мезомасштабные структуры (океанские аналоги атмосферных циклонов и антициклонов), достигающие в размерах 100 км и существующие на протяжении порядка 100 дней (атмосферные системы обычно имеют в поперечнике 1000 км и живут от 3 до 5 дней). Традиционные точечные методы измерений малопригодны для изучения этой изменчивости. Для того чтобы надежно охватить измерениями мезомасштабное поле, приборы нужно устанавливать через каждые 50 км. Чтобы покрыть акваторию 1000 на 1000 км, необходимо поставить 400 заякоренных станций (во всем мире исследователи за год устанавливают примерно 50 таких станций). Вести измерения можно и с научно исследовательских судов, но тогда приходится останавливаться через каждые 50 км, чтобы опустить за борт приборы. Кроме того, чтобы «обозреть» океан на площади 1000 на 1000 км требуется 10 судов, занятых исключительно сбором данных [4]. Таким образом, огромные расходы на такое детальное картирование океана делают его крайне дорогим и непрактичным. Следует, однако, отметить, что в последнее время уровень развития техники позволяет создавать автономные, относительно дешевые дрейфующие и «ныряющие» зонды-датчики [5] температуры, солености и давления, которые уже позволили осуществить картирование многих частей океана [6]. Однако информация, получаемая с помощью этих датчиков не может дать необходимую развивающуюся во времени картину в тех случаях, когда необходим динамический мониторинг океана в реальном времени. В этом случае необходимо использование методов акустической томографии океана.

Несмотря на очевидную научную, прикладную и экономическую ценность акустической томографии океана, ее использование, к сожалению, не вышло за рамки отдельных экспериментов. Многолетние исследования различных групп как в России, так и за рубежом (в первую очередь США, Франции, Японии) выявили ряд принципиальных трудностей как

фундаментального так и технического характера, присущих томографии океана среди которых можно выделить следующие:

1. Распространение звука в водной среде определяется свойствами неизвестных неоднородностей, и обратная задача восстановления этих неоднородностей является нелинейной, плохо обусловленной, т.е. некорректной. В результате возникает задача развития математических методов описания акустического поля и решения обратной задачи томографии океана, представляющую из себя многоканальную обратную задачу рассеяния. Необходим анализ возможностей восстановления, в результате решения этой задачи, океанических неоднородностей томографическими методами.

2. При решении задачи восстановления океанической неоднородности необходимо отработать эффективные методы описания исследуемой акватории, т.е. осуществить выбор базисных элементов, по которым раскладываются исследуемые гидрологические параметры – рефракционные неоднородности, течения, вихри. Выбор метода представления исследуемых неоднородностей в выбранном базисе может усложнить или упростить проблемы, возникающие при решении прямой задачи распространения акустического поля и порождаемые свойствами самого базиса, например, искусственно введёнными границами базисных элементов.

3. Проведение экспериментов по томографии океана в настоящее время сдерживается во многом техническими сложностями, связанными с развёртыванием длинных (как правило, перекрывающих подводный звуковой канал) антенных систем, проблемами точного позиционирования (на всех глубинах) гидрофонов антенны и сложностями, связанными с излучением низкочастотного сигнала. Это приводит к удорожанию томографического эксперимента и, в конечном счёте, к тому факту, что томография осуществляется на уровне отдельно взятых научно-исследовательских проектов без особых перспектив выхода на «повседневное» использование в качестве инструмента исследования и мониторинга больших акваторий.

В настоящее время видна тенденция к замедлению интенсивного технического развития томографии с одновременным усилением фундаментальной стороны исследований. При этом дальнейшее применение разработок видится, прежде всего, в удешевлении технических средств и разработке новых методов исследований.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что **актуальным** на настоящем этапе является теоретическое развитие физических, математических и алгоритмических подходов к разработке всех аспектов томографической схемы с целью максимального упрощения требований к проведению натурного эксперимента с разумными ограничениями на его сложность и стоимость. В представленной работе предпринята попытка в той или иной степени разработать новые подходы к решению задачи акустического мониторинга океана, которые, хотя бы отчасти, позволят создать достаточно гибкую новую схему акустической томографии океана, отвечающую поставленным выше условиям.

Таким образом, **целью данной диссертационной работы** является разработка новых подходов к построению томографической схемы, упрощающих параметрическое описание восстанавливаемых неоднородностей в выбранном базисе при сохранении и развитии возможности восстановления картины линейных течений, вихрей, совместно с восстановлением рефракционных характеристик среды в едином подходе, учитывающем необходимые условия для достаточно полного восстановления океанических неоднородностей томографическими методами; создание практических алгоритмов обработки сигналов, работоспособных в далеких от идеальных условиях реального эксперимента, учитывающих конечную длину антенны и неконтролируемую кривизну ее профиля, а также численное моделирование их работоспособности; развитие новых подходов, позволяющих отказаться от использования дорогостоящих низкочастотных

излучателей при использовании в качестве источника звука собственных шумов моря.

Для достижения сформулированной цели были поставлены следующие **задачи** работы:

1. Разработка нового базиса для параметрического описания неоднородностей, упрощающего и совершенствующего методы решения томографической задачи.
2. Теоретический анализ возможности томографического восстановления комбинированных скалярно-векторных (рефракция и течение) неоднородностей среды в применении к задачам гидроакустики.
3. Разработка численной модели томографического восстановления скалярных, векторных и комбинированных скалярно-векторных неоднородностей в океане с использованием нового базиса. Разработка итерационных схем восстановления.
4. Исследование возможности оценки функции Грина – основного источника информации в томографических экспериментах – из функции взаимной когерентности шумов моря для каждой из учитываемых мод на основе теоретического рассмотрения и численных модельных экспериментов процессов пассивной томографии океана.
5. Разработка алгоритма выделения мод короткими вертикальными антеннами, искривленными неизвестным образом по глубине.

Научная новизна работы заключается в создании на основе разработанных математических и физических представлений в существенной степени новой схемы акустической томографии океанических неоднородностей всех типов, не накладывающей жёстких требований на проведение натурного эксперимента, типичных для «традиционной» томографии океана. В работе:

1. Разработан новый мозаичный базис, который является удобной конструкцией для построения матрицы возмущений и решения обратной задачи томографирования комбинированной скалярно-векторной неоднородности.
2. Развита теоретический аппарат, позволяющий сравнить возможности описания океанических неоднородностей с использованием различных базисов.
3. Исследован вопрос достаточно полного томографического восстановления скалярно-векторных неоднородностей при различном описании акустического поля. Найдены условия возможности восстановления распределения векторных неоднородностей без дополнительных измерений скорости течений на периметре исследуемой акватории.
4. Проведен теоретический анализ обсуждающейся в литературе возможности оценки функции Грина из функции взаимной когерентности шумового поля (в данном случае океана) для целей модовой томографии. Получены численные оценки времени накопления шумового сигнала, необходимого для достоверного определения функции Грина. Предложен способ сокращения времени накопления до приемлемых (для целей томографии) значений.
5. Теоретически разработана и численно промоделирована схема томографического восстановления скалярных, векторных и комбинированных скалярно-векторных неоднородностей при волновом и лучевом представлении акустического поля. В основу томографической схемы положен полосчатый базис. Разработана итерационная схема восстановления скалярных и векторных неоднородностей.
6. Разработана схема обработки акустических полей, принимаемых короткими, искривленными неизвестным образом антеннами, позволяющая получить информацию о модовой структуре океана.

Проведена серия модельных экспериментов, подтверждающая работоспособность предложенного подхода.

Достоверность представленных результатов диссертации подтверждается численным моделированием, показавшим соответствие полученных результатов теоретическим расчетам и исходным данным при решении прямой задачи, имитирующей экспериментально измеряемые величины.

Научная и практическая значимость работы:

1. Разработанный и исследованный в работе мозаичный базис может быть использован при решении широкого класса обратных задач (как двумерных, так и трехмерных) томографического восстановления неоднородностей (скалярных, векторных и комбинированных скалярно-векторных) при различном представлении акустического поля (волны, лучи, «вертикальные моды – горизонтальные лучи»).
2. Разработанный алгоритм выделения мод короткими искривленными антеннами может быть использован в томографических исследованиях как больших, так и мезомасштабных акваторий океана.
3. Практическое значение имеет предложенная и проверенная численным моделированием возможность оценки функции Грина в модовом представлении из функции взаимной когерентности шумов за разумные времена накопления шумового сигнала. Полученные результаты могут быть использованы в пассивной томографии океана.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Использование базисов мозаичного типа в томографических задачах имеет преимущества по сравнению с использованием традиционных базисов, так как упрощает решение прямой задачи при построении матрицы возмущений и развивает возможности восстановления

- океанических неоднородностей, сохраняя при этом точность и полноту описания, соответствующую традиционным подходам.
2. Полное томографическое восстановление комбинированных скалярно-векторных неоднородностей при учете условия несжимаемости жидкости не требует дополнительных измерений скорости течений на границе исследуемой области.
 3. Мозаичный базис автоматически учитывает условие несжимаемости жидкости и дает возможность восстановления комбинированных скалярно-векторных неоднородностей в едином подходе.
 4. Соотношение между функцией Грина и функцией взаимной когерентности шумового поля непосредственно следует из интеграла Кирхгофа. Время накопления океанического шумового поля, необходимое для определения функции Грина в томографических экспериментах, составляет от одного до нескольких часов при справедливости адиабатического приближения и использовании вертикальных антенн с векторными приемниками.
 5. Решение системы линейных уравнений относительно квадратов модулей коэффициентов распространения мод позволяет определить модовый состав акустического поля, принимаемого короткими (не перекрывающими весь звуковой канал) искривленными подводными течениями антеннами, и реализовать модовую томографию океана в активном и пассивном режимах.

Апробация работы

Материалы диссертации докладывались на Международной Конференции Студентов и Аспирантов по Фундаментальным наукам «Ломоносов-2004»; на X школе-семинаре акад. Л.М. Бреховских «Акустика океана», совмещённой с XIV сессией Российского акустического общества (Москва, 2004); на XVI (Москва, 2005), XIX (Нижний Новгород, 2008) и XX

(Москва, 2008) сессиях Российского акустического общества; на 8-ой (Carvoeiro, Portugal, 2006) и 9-ой (Paris, France, 2008) Европейских конференциях по подводной акустике; на научных семинарах кафедры акустики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Публикации

Основные результаты диссертации изложены в 14 работах, приведенных в списке литературы (из них 6 – в рецензируемых журналах). В настоящее время находится в печати (в издательстве Акустического Журнала) одна статья, посвященная определению модового состава акустического поля [7].

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Список цитируемой литературы включает 205 наименования, общий объем работы составляет 173 страницы, включая 154 страниц текста и 28 рисунков.

В **первой главе** дается обзор работ по теме исследования, кратко описывается современное состояние проблемы акустического мониторинга океана. Перечислены и кратко проанализированы основные используемые схемы акустической томографии океана, обсуждаются подходы и методы решения прямой и обратной задач. Описываются типы рассматриваемых неоднородностей в океане и специфика их восстановления методами акустической томографии. Кратко затрагиваются вопросы точности позиционирования элементов протяженных по вертикали акустических антенн и существующие методы решения этих проблем. Особое внимание уделяется новым подходам в задачах акустического мониторинга океана, в том числе возможности использования шумов моря в качестве источника звука.

Во **второй главе** описываются различные методы параметрического описания океанических неоднородностей как рефракционного, так и

кинетического типов, восстанавливаемых томографическими методами. Помимо общеизвестных базисов, используемых в океанологических задачах (таких как задание значений параметров неоднородностей в узлах сетки или в непересекающихся фигурах, плотно покрывающих рассматриваемую область), рассматривается новый подход, основанный на разложении неоднородностей по так называемым «нестандартным» (неортогональным и переполненным) базисам, которые можно условно назвать мозаичными. Одним из используемых базисов такого типа является полосчатый базис, представляющий собой набор параллельных полос, поворачиваемых с равномерным угловым шагом в интервале от 0 до π . В случае использования цилиндрического варианта мозаичного базиса, исследуемая область покрывается равномерно (с перекрытиями) базисными элементами в форме цилиндров (в двумерном случае – кругов). Использование базисов мозаичного типа существенно смягчает требования на математическую сторону проблемы: не требуется безызбыточная полнота и ортогональность базиса, проще становится построение матрицы возмущений, описание всех типов неоднородностей, включая векторные, становится единым. Для сравнения возможности восстановления океанических неоднородностей с помощью различных базисов использован теоретический аппарат, основанный на конечномерном аналоге теории союзных фундаментальных элементов Шмидта. Исследуется качество восстановления в базисах в виде множества полос и клеток в зависимости от соотношения между количеством и составом базисных элементов. Приведены примеры восстановления океанических неоднородностей с использованием рассматриваемых базисов и результаты их сравнения.

В **третьей главе** рассматривается модельное восстановление двумерных комбинированных океанических неоднородностей (рефракционного и кинетического типа) в томографических экспериментах при лучевом и волновом описании акустического поля. Иллюстрируется возможность полного восстановления двумерных течений на основе только

данных рассеяния. Для реализации схемы используется мозаичный базис, с элементами в виде множества пересекающихся полос, свойства которого подробно исследованы во второй главе. Приводятся результаты моделирования восстановления неоднородностей рефракционного, кинетического и комбинированного рефракционно-кинетического типов. Рассматривается итерационное восстановление распределения рефракционной неоднородности и вектора скорости течения. При решении томографической задачи в лучевом представлении учитываются как временные задержки распространения звукового сигнала вдоль луча, вносимые неоднородностью, так и влияние неоднородности на траекторию лучей. Обсуждается обобщение полосчатого базиса на случай трехмерной схемы томографического восстановления океанических неоднородностей в представлении «вертикальные моды – горизонтальные лучи». В этом случае, при решении задачи томографирования трехмерной скалярной неоднородности, каждая базисная полоса в вертикальном (глубинном) направлении характеризуется заданным профилем скорости звука.

В четвертой главе рассматривается возможность построения схемы модовой томографии океана без применения дорогостоящих низкочастотных излучателей. Для этого используется широко обсуждаемый в литературе последних лет метод оценки функции Грина из результатов измерения функции взаимной когерентности шумового поля, принимаемого в множестве точек наблюдения. Соотношение между функцией Грина и функцией когерентности шума выводится из интеграла Гельмгольца-Кирхгофа. Предлагается уменьшение времени накопления шумового сигнала, необходимого для достоверного определения функции Грина, за счет использования вертикальных многоэлементных антенн, содержащих векторные приемники. Решение томографической задачи основано на восстановлении модовой структуры акустического поля, следующем из анализа собственных векторов и собственных значений матрицы взаимной когерентности принятого шумового поля.

В **пятой главе** рассматривается возможность определения модовой структуры океана по данным измерений с коротких (не перекрывающих весь океанический волновод) гидроакустических антенн, искривленных неизвестным образом подводными течениями, что соответствует условиям реального эксперимента. Разработан метод определения времен приходов сигналов по модам разных номеров на основе системы линейных уравнений относительно неизвестных квадратов модулей коэффициентов распространения мод. Для серии модельных экспериментов оценена точность восстановления профиля мод для разной длины антенны и кривизны ее профиля. Рассматривается применение предлагаемого подхода в случае использования в качестве источника звука как шумового поля океана, так и детерминированных сигналов. Проводится сравнение с общепринятым методом фильтрации мод.

В **заключении** сформулированы основные выводы и результаты работы.

В диссертации принята двухзначная нумерация формул и рисунков. Обращение к формулам осуществляется в виде (2.3), что означает третью формулу во второй главе. Обращение к рисункам производится по тому же принципу, только с указанием на «рисунок». Например, при указании (рис. 3.2), подразумевается второй рисунок третьей главы диссертационной работы.

Личный вклад автора

Автор принимал непосредственное участие на всех этапах исследований, изложенных в диссертационной работе: в разработке теории, выполнении предварительных оценок, подготовке программного обеспечения, проведении численных экспериментов и подготовке публикаций результатов. Все работы по математическому моделированию проведены им лично.

Глава 1. Современное состояние проблемы акустического мониторинга океана (по материалам научных публикаций)

Томография представляет собой процесс восстановления пространственных функций, описывающих исследуемый регион, по значениям их линейных или нелинейных интегральных преобразований [2, 8–11] и [12, с. 9]:

$$\int_{\mathfrak{R}} M(\mathbf{y}, \mathbf{r})g(\mathbf{r})d\mathbf{r} = f(\mathbf{y}), \quad (1.1)$$

где \mathbf{y} и \mathbf{r} – пространственные координаты; $f(\mathbf{y})$ – экспериментально измеряемые данные, определяемые параметрами среды $g(\mathbf{r})$; $\mathfrak{R}(\mathbf{r})$ – область, влияющая на характер распространения сигнала, информация о геометрии которой содержится в структуре ядра $M(\mathbf{y}, \mathbf{r})$ интегрального преобразования. Так, в случае лучевого рассмотрения томографическая задача восстановления скалярных неоднородностей сводится к решению интегрального уравнения типа [13]

$$\int_{L_i} g(\mathbf{r})dl = f_i, \quad (1.2)$$

где dl – элемент траектории луча L_i , характеризуемой параметром i . Первое решение проблемы восстановления неоднородности $g(\mathbf{r})$ на основе интегрального соотношения (1.2) дано Радоном [14] для случая прямолинейных лучевых траекторий L_i , форма которых не зависит от параметров исследуемой среды. В дальнейшем полученные результаты были обобщены для медицинских целей при использовании рентгеновского излучения. Однако практическое восстановление внутренней структуры объекта по всей совокупности результатов рентгеновского просвечивания было невозможным, пока не появились быстродействующие ЭВМ и не были разработаны методы восстановления, альтернативные обращению Радона, реализуемые с помощью ЭВМ [15]. В результате появился так называемый алгоритм обращения методом свертки и обратного проецирования, который

практически полностью заменил методы, основанные на двумерном преобразовании Фурье и итерационные методы реконструкции [2]. Однако оказалось [8], что обращение данных с помощью свертки применимо только к некоторым частным схемам просвечивания, использующим параллельные и веерные (расходящиеся) пучки с заданными свойствами. Развитие предложенных подходов было дано в статьях Хорна [9], где описан метод получения различных алгоритмов восстановления для произвольных многолучевых схем просвечивания объекта. В основе каждого алгоритма лежит линейный оператор общего вида (1.1), ядро которого определяется геометрией схемы сканирования. Практическая реализация алгоритмов, рассмотренных Хорном, требует не намного больше вычислений, чем методы свертки, которые применимы только в частных случаях. Разработанные для рентгеновского излучения схемы обращения данных наблюдения составляют основу так называемой «классической» скалярной томографии и позволяют осуществить восстановление двумерных неоднородностей в случае прямолинейных лучевых траекторий при достаточном количестве проекционных данных. Результаты, полученные для рентгеновского излучения, были обобщены и развиты на случай акустических сигналов в работах Деванея [16, 17].

Основываясь на успехах медицинской томографии У. Манк и К. Вунш [3] предложили метод определения физических свойств океана на основе акустической томографии. Предложенный подход обладает существенными отличиями от медицинской рентгенодиагностики, связанными со специфическими условиями работы в океане, в первую очередь, обусловленными использованием в качестве основного инструмента томографического исследования совокупности глубоководных антенн со всеми проблемами их размещения, энергообеспечения и контроля расположения их элементов. Кроме этого, применение к томографии океана методов обращения данных наблюдений, разработанные для рентгеновской томографии, сильно усложняется, поскольку в океане траектории лучей не

являются прямолинейными, более того, их форма зависит от вида восстанавливаемой неоднородности, что делает задачу нелинейной. Помимо этого, на практике значения интегралов (1.2) можно вычислить только для конечного числа пар «источник-приемник» (i – номер такой пары, включающий в себя номер источника и номер приемника), т.е. вдоль конечного набора лучей $\{L_i\}$. Относительно малое количество данных наблюдения, получаемых в экспериментах по томографии океана по сравнению с медицинской томографией ограничивает возможности применения методов обращения, разработанных для медицинских целей, однако богатая априорная информация об акватории помогает частично смягчить эти проблемы. Отмеченные особенности проведения томографического эксперимента в океане требуют поиска новых подходов к реконструкции внутренней структуры океана по просветным данным. Глава 2 настоящей диссертационной работы посвящена разработке новых методов параметрического описания океанических неоднородностей с помощью базиса мозаичного типа [18]. Предлагаемый подход развивает итерационный метод реконструкции изображений [2], разработанный для медицинской томографии, когда рассматриваемая двумерная область разбивается на плоские фигуры с постоянными внутри них значениями параметров восстанавливаемых неоднородностей. По сравнению с известным подходом, использование мозаичного базиса упрощает математическую сторону решения томографической задачи, позволяет осуществить полную реконструкцию течений и скалярных неоднородностей в едином подходе, а также обобщить полученные результаты на случай трехмерной схемы.

Задача томографического восстановления параметров океанической среды состоит из решения прямой и обратной задач. При решении прямой задачи определяется влияние тестовых возмущений на распространяющиеся сигналы, когда характеристики среды считаются известными или восстановленными на предыдущем итерационном шаге. Решение обратной задачи может быть сформулировано как поиск параметров (позволяющих

осуществить достаточно полное описание восстанавливаемых неоднородностей), минимизирующих тем или иным способом выбранную невязку между принятыми полями (или их характеристиками) и полями, полученными в результате решения прямой задачи. Таким образом, процедура томографического восстановления океанических неоднородностей приводит к необходимости решения прямой задачи как внутренней задачи в процессе итерационного восстановления, а также в модельных целях для верификации разработанных томографических схем. При решении прямой задачи необходимо выбрать метод описания акустического поля в океане, исходя из условий проводимого эксперимента.

Для описания распространения акустических сигналов на большие расстояния применяется лучевой подход [19–23]. Решение прямой задачи в лучевом приближении сводится к решению уравнения эйконала [24], что позволяет рассчитать траекторию луча и время пробега сигнала вдоль луча при наличии неоднородностей как рефракционного, так и векторного типов. В работе [25] приведен вывод основных уравнений, описывающих распространение звука в неоднородных движущихся нелинейных средах в высокочастотном приближении. Получены точные аналитические решения уравнений эйконала и переноса при произвольной стратификации свойств среды и произвольных распределениях давления на поверхности источника интенсивного звука. В линейном приближении уравнения эйконала для двумерной неоднородной движущейся среды сводятся к системе четырех дифференциальных уравнений [26], решение которой стандартными методами позволяет найти траекторию луча и время распространения сигнала вдоль него. Однако лучевое описание не всегда с требуемой точностью оказывается применимым для решения тех или иных гидроакустических задач [27, 28], так как этот подход не учитывает вертикальной структуры распространяющегося поля, заменяя его картиной рефракции лучей в вертикальной плоскости, что является грубым приближением, особенно в случае использования низких (≤ 100 Гц) частот.

Иной подход предполагает модовое представление акустического поля. В подводной акустике это описание звуковых волн впервые применено в работах [29, 30]. Впоследствии Пирс [31] обобщил разработанную теорию на случай среды, свойства которой медленно меняются в горизонтальных направлениях, предполагая при этом, что взаимодействием между модами можно пренебречь. Основные результаты вычислений показали, что различные моды распространяются по разным путям в горизонтальной плоскости; интенсивность поля вдоль этих горизонтальных лучей удовлетворяет уравнению переноса в двумерном пространстве. Измеряя характеристики мод (их фазовые или групповые скорости), также можно получить информацию о структуре неоднородностей в океане [32], как и при измерениях времен распространения зондирующих импульсов, распространяющихся вдоль разных лучевых траекторий [33]. Известно, что различным лучам, приходящим на приемник, соответствуют интерференционные максимумы групп мод, имеющих близкие номера [12]. С увеличением расстояния между источником и точкой наблюдения количество интерферирующих мод в каждой группе уменьшается и, начиная с некоторого расстояния, отдельные импульсы, приходящие на приемник, могут соответствовать не лучам, а отдельным модам [34]. Это расстояние определяется как характеристиками самого волновода, так и свойствами излучаемого сигнала [13]. В настоящее время общие вопросы, связанные с соотношением лучевого и модового описания поля в волноводах изучены достаточно полно [35–37].

В результате обобщения и объединения модового и лучевого описания распространения акустического сигнала в океане был развит комбинированный подход «вертикальные моды – горизонтальные лучи» [38], который учитывает как траекторию распространения лучей в горизонтальной плоскости, так и вертикальную модовую структуру сигнала. Использование такого представления позволяет свести полноразмерную трехмерную задачу томографии океана к набору независимых (при условии применимости

адиабатического приближения) двумерных задач. В этом случае для каждой из мод в горизонтальной плоскости используются лучевые представления, а для описания глубинной структуры поля – профили рассматриваемых вертикальных мод, которые со своими фазовыми скоростями распространяются вдоль этих лучей.

Среди задач акустической томографии океана особое место занимают задачи восстановления карты океанических течений по данным акустических измерений. При решении задачи томографического восстановления векторных неоднородностей (течений разного рода), используются соотношения, аналогичные (1.1). В этом случае вместо скалярных функций $g(\mathbf{r})$ рассматриваются распределения восстанавливаемого вектора скорости потока $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ [39–43]:

$$\int_{L_i} \frac{1}{c_0^2(\mathbf{r})} (\mathbf{v}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{r})) dl = \tilde{f}_i, \quad (1.3)$$

$$-\int_{\mathfrak{R}} \frac{2k_0^2(\mathbf{r})}{c_0(\mathbf{r})} G(\mathbf{y}, \mathbf{r}) (\mathbf{v}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r})) U_0(\mathbf{r}, \mathbf{y}') d\mathbf{r} = \Delta \tilde{U}(\mathbf{y}, \mathbf{y}'),$$

где единичный вектор $\boldsymbol{\tau}$ является касательным к траектории луча L_i , а вектор \mathbf{n} ортогонален волновому фронту; $k_0(\mathbf{r}) = \omega/c_0(\mathbf{r})$ – волновое число, $c_0(\mathbf{r})$ – фоновое значение скорости звука, ω – частота сигнала; \mathbf{y} и \mathbf{y}' – точки расположения приемника и источника, соответственно, $G(\mathbf{y}, \mathbf{r})$ – функция Грина для фоновой («невозмущенной») среды, $U_0(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$ – падающее поле. Величины \tilde{f}_i и $\Delta \tilde{U}$ являются измеряемыми в эксперименте параметрами акустического сигнала, характеризующими разность возмущений времен распространения сигнала при встречном озвучивании и возмущение акустического поля, вызванные наличием неоднородности, соответственно.

Океанические течения, как уже отмечалось выше, являются более стабильными образованиями, нежели аналогичные им атмосферные явления. Эти течения могут существовать довольно значительное время и практически

без изменений, по сравнению с атмосферными явлениями. Скорость течений сравнительно невелика. Обычное значение этой скорости ≤ 0.5 м/с, но иногда она может достигать 1.5-2.0 м/с. Вертикальные профили течений, как и профили других гидрофизических полей, не являются гладкими, а имеют тонкую структуру, т.е. разбивается на слои с примерно одинаковыми скоростями внутри слоя и большими градиентами модуля скорости на границах этих слоев [44]. Отношение скоростей океанических течений к скорости распространения звука в воде обычно $\sim 10^{-3}$, что примерно в тридцать раз меньше типичного значения отклонения фазовой скорости звука $|c - c_0|/c_0 \sim 0.03$, где c_0 – среднее значение скорости c . Тем не менее, движение океанических вод может существенно влиять на характер распространения звука [45, 46].

Во-первых, для достаточно большого расстояния от источника, это движение дает существенный вклад в набег фазы вдоль луча и, следовательно, приводит к изменению картины интерференции при распространении звука. Дополнительный набег фазы может быть оценен как $\Delta\phi \sim -2\pi f R v_R / c^2$. Здесь R – расстояние между источником и приемником, v_R – среднее (вдоль трассы) значение компоненты скорости движения $v(z)$ в направлении от источника к приемнику, f – частота излучаемого звука. Считая, например, что дополнительный набег фазы следует учитывать при $|\Delta\phi| \geq \pi/8$, можно получить $R \geq c^2 / 16 f v_R$. Таким образом, начиная с этих расстояний, движение водных масс дает существенный вклад в фазу звукового поля. При $v_R = 0.3$ м/с, $f = 100$ Гц, $R \geq 4.7$ км.

Во-вторых, движение океанических вод может привести к существенному изменению амплитуды звукового поля. Если в точку наблюдения приходят несколько лучей, и набег фазы вдоль хотя бы одного из них зависит от v_R , то амплитуда суммарного поля также зависит от v_R .

В-третьих, если $|\partial v/\partial z| \geq |\partial c/\partial z|$, то движение водных масс может привести к качественному изменению характера модового распространения звука.

В работе [47] показано, что основное влияние на амплитуду и фазу звукового поля оказывает изменение распределения скорости звука, связанное с прохождением вихря через звуковую трассу. Помимо этого, движение воды в самом вихре может также приводить к вариациям интенсивности, превышающим 10-12 Дб, и к дополнительному набегу фазы, значительно превосходящему π . Таким образом, становится ясной необходимость учета эффектов, связанных с вихревым движением водных масс.

Взаимодействие волн с вихрями принадлежит к числу наиболее значимых и сложных в изучении гидродинамических процессов, во многом определяющих характер распространения волн в турбулентных и других вихревых течениях [48–50]. Среди различных проблем теории распространения волн в вихревых потоках важное значение имеет исследование рассеяния волн, как на единичном вихре, так и на системах локализованных вихрей. В работе [51] рассматривается рассеяние акустических волн на трехмерной вихревой структуре – вихре Хилла. При рассмотрении рассеяния звука на вихре, авторы не ограничиваются борновским приближением, как это сделано в работах [52, 53], а учитывают пертурбационные поправки к амплитуде рассеяния. Предложенная методика позволяет также найти корректные выражения для полного сечения рассеяния, которая, как показано в работе, может достигать в практически интересных случаях десятков квадратных метров.

Таким образом, характеристики акустического сигнала, прошедшего через океаническую среду, определяются не только параметрами рефракционных неоднородностей (например, отклонениями скорости звука $\Delta c(\mathbf{r})$), но и наличием в среде потоков жидкости со скоростью $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ [54–57]. Это влияние позволяет применить томографические методы для

реконструкции комбинированных скалярно-векторных неоднородностей [58–60]. Изначально решение задачи акустического мониторинга океанической среды рассматривалось для лучевого представления поля в простой времяпролетной схеме [61–63]. Впоследствии были разработаны методы дифракционной томографии, использующей в качестве исходных данных амплитуды и фазы рассеянного акустического поля [39–42].

Полная трехмерная задача томографии океана во многих случаях может быть сведена тем или иным путём к набору двумерных задач, в которых наборы двумерных функций позволяют восстановить параметры исследуемых трёхмерных неоднородностей. В большинстве подобных рассмотрений задача сводится к восстановлению двумерных распределений (карт). Например, в представлении звукового поля «вертикальные моды – горизонтальные лучи» [38] в случае отсутствия взаимодействия между модами могут рассматриваться независимые двумерные карты лучей, по которым в горизонтальной плоскости распространяются вертикальные моды со своими фазовыми скоростями. Важным упрощением при решении комбинированной скалярно-векторной томографической задачи является тот факт, что океанические течения можно считать горизонтальными, так как в большинстве случаев вертикальная составляющая скорости у них во много раз меньше горизонтальной [44, 64], и ею можно пренебречь.

Разработанные к настоящему времени схемы томографического восстановления двумерных комбинированных неоднородностей (рефракционного и кинетического типа) основываются на разделении эффектов их влияния и дальнейшем раздельном восстановлении $\Delta c(\mathbf{r})$ и $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ [39–42]; $\mathbf{r} = \{x, y\}$ – радиус-вектор в плоскости (x, y) . Реконструкция неоднородности скорости звука $\Delta c(\mathbf{r})$ проводится стандартными методами решения обратной задачи рассеяния, в частности применением алгоритмов скалярной томографии [12, 43, 65]. Вопрос о восстановлении кинетических неоднородностей $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ (вихрей, течений) является частным вопросом о восстановлении векторных полей. Один из разработанных ранее подходов

[41, 42] томографического восстановления векторных неоднородностей $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ основан на теореме Гельмгольца [66, с. 59–60], согласно которой любое векторное поле, если оно конечно, однозначно, непрерывно и обращается в ноль на бесконечности, может быть единственным образом представлено в виде суммы градиента скалярного $\Phi(\mathbf{r})$ и ротора векторного $\Psi(\mathbf{r})$ потенциалов:

$$\begin{cases} \mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}^{\text{irrot}}(\mathbf{r}) + \mathbf{v}^{\text{sol}}(\mathbf{r}); \\ \mathbf{v}^{\text{irrot}}(\mathbf{r}) = \text{grad } \Phi(\mathbf{r}), \mathbf{v}^{\text{sol}}(\mathbf{r}) = \text{rot } \Psi(\mathbf{r}), \text{div } \Psi(\mathbf{r}) = 0. \end{cases} \quad (1.4)$$

После чего вопросы, связанные с восстановлением полного поля $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, рассматриваются отдельно для каждой компоненты $\mathbf{v}^{\text{irrot}}(\mathbf{r})$, $\mathbf{v}^{\text{sol}}(\mathbf{r})$. Сложности этого подхода заключаются в том, что реконструкция той или иной компоненты накладывает свои требования на данные, необходимые для их восстановления. Так, в работах [41, 67], показано, что соленоидальная составляющая $\mathbf{v}^{\text{sol}}(\mathbf{r})$ может быть однозначно восстановлена в лучевой томографической схеме из данных рассеяния, в то время как полная информация о безвихревой компоненте $\mathbf{v}^{\text{irrot}}(\mathbf{r})$ в данных рассеяния не содержится [43]. Таким образом делается вывод, что лучевая задача томографического восстановления произвольного векторного поля $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ из данных рассеяния является недоопределенной. Существенное упрощение, позволяющее осуществить полное восстановление $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, возможно при рассмотрении течения несжимаемой жидкости в отсутствие источников в рассматриваемой области $\text{div } \mathbf{v}(\mathbf{r}) = 0$. В этом случае скалярный потенциал $\Phi(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$ и может быть определен при известных значениях скорости течения на границе рассматриваемой области. Соотношения между $\Phi(\mathbf{r})$ и граничными значениями $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ получены в работах [41, 67]. После восстановления функций $\Phi(\mathbf{r})$ и $\Psi(\mathbf{r})$, поле скорости течения $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ оценивается как $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \text{grad } \Phi(\mathbf{r}) + \text{rot } \Psi(\mathbf{r})$. Таким образом, в [41, 67] делается вывод, что векторное поле $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ может

быть полностью восстановлено в рассматриваемой области при использовании проекционных данных рассеяния, граничных значений $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ и при выполнении условия несжимаемости жидкости. Выводы, полученные для лучевой задачи, обобщаются на случай волновой (дифракционной) томографии [42, 68]. Использование полученных результатов для построения томографической схемы, приводит к существенным трудностям, так как становятся необходимыми дополнительные измерения скорости течений на границе рассматриваемой акватории. Кроме этого, если предположить, что соленоидальное поле в большинстве своем представляет вихревое движение океанической среды, а потенциальное – глобальные течения (Гольфстрим, Куроисио), то, следовательно, представляется необходимым разрабатывать разные «измерительные» схемы для этих видов потоков.

Несколько иной подход к решению двумерной задачи томографического восстановления течения $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ предложен в работах [69–71]. В отличие от достаточно общего подхода, основанного на разложении Гельмгольца (1.4), авторы изначально ограничиваются рассмотрением вихревого течения несжимаемой жидкости $\text{div } \mathbf{v}(\mathbf{r}) = 0$, $\text{rot } \mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{\Omega}(\mathbf{r})$, $\mathbf{\Omega}(\mathbf{r})$ – вектор вихря, не касаясь вопросов, связанных с восстановлением потенциальной компоненты течений. При решении томографической задачи используется соотношение между пространственным спектром восстанавливаемого поля скоростей $\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{k})$ и спектральными амплитудами вектора вихря $\tilde{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{k})$ [51, 72]:

$$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{k}) = i[\mathbf{k} \times \tilde{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{k})] / k^2, \quad i - \text{мнимая единица}, \quad k = |\mathbf{k}| - \text{волновое число}.$$

Независимо от результатов, представленных в [41, 67], в работах [69–71] показано, что Фурье-образ данных рассеяния позволяет оценить пространственный спектр $\tilde{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{k})$. Полное поле $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ в этом случае оценивается через обратное Фурье-преобразование его спектральных компонент $\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{k})$, определяемых на основании $\tilde{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{k})$. Предложенный подход несколько упрощает рассмотрение задачи, по сравнению с работами [41, 67], так как

предполагает непосредственное восстановление скорости $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, а не ее скалярного $\Phi(\mathbf{r})$ и векторного $\Psi(\mathbf{r})$ потенциалов. Однако для произвольного случая движущейся среды (например, когда компоненты $v_x(\mathbf{r})$, $v_y(\mathbf{r})$ вектора $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ являются независимыми функциями) однозначная связь между спектрами $\tilde{\Omega}(\mathbf{k})$ и $\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{k})$ может не выполняться. Кроме этого остается открытым вопрос о возможности реконструкции безвихревого течения ($\Omega(\mathbf{r}) = 0$) несжимаемой жидкости. Попытка ответить на поставленные вопросы была осуществлена в работах [39, 73, 74], где при рассмотрении волнового описания акустического поля было установлено, что «невзаимность» процесса рассеяния звуковой волны потоком представляет дополнительную информацию, которая может быть использована для разделения спектральных компонент вектора скорости $\tilde{v}_x(\mathbf{k})$ и $\tilde{v}_y(\mathbf{k})$. Следовательно, становится возможным произвести полную реконструкцию поля скоростей произвольного потока методами дифракционной томографии. Важно, что в отличие от результатов работ [42, 68], в предлагаемом подходе дополнительных измерений на границе акватории не требуется. Однако в этом случае проведение томографического эксперимента также усложняется, поскольку для определения $\tilde{v}_x(\mathbf{k})$ и $\tilde{v}_y(\mathbf{k})$ даже в двух точках в пространстве Фурье необходимо произвести четыре типа измерений [39]. Кроме этого, остается открытым вопрос о возможностях и ограничениях применения лучевой томографии при восстановлении течений различного типа. Существующая неоднозначность в определении требований, накладываемых на процесс томографического восстановления потенциальной и соленоидальной компоненты океанических течений при различном описании акустического поля, требует дополнительного рассмотрения этого вопроса. В Главе 3 настоящей диссертационной работы показано, что учет условия несжимаемости жидкости позволяет осуществить полную реконструкцию как вихревого, так и безвихревого течения в лучевой и дифракционной

томографии без дополнительных измерений скорости течения на границе исследуемой области [75–77].

При реализации схем акустической томографии больших (с линейными размерами порядка сотен километров) акваторий океана необходимо использование низкочастотных излучателей, так как только звук низкой частоты может распространяться на такие расстояния, слабо затухая. Использование низкочастотных излучателей в условиях открытого океана сопряжено с существенными техническими сложностями, связанными с энергообеспечением, постановкой и позиционированием таких громоздких источников звука, а их высокая стоимость влечет за собой непомерное удорожание томографического эксперимента. Значительное упрощение и удешевление эксперимента возможно при реализации методов пассивной томографии с применением шумов океана в качестве источника звука. Как известно из квантовой теории поля [78, с. 97], двухточечная корреляционная функция, усредненная по основному состоянию поля (вакуумное среднее), есть функция Грина этого поля. Этот факт не так давно был «переоткрыт» в контексте решения акустических задач [79] в применении к определению функции Грина твердого тела из функции когерентности (т.е. функции корреляции для комплексных сигналов) диффузного шумового поля тепловых флуктуаций. Было показано, что пространственно-временная структура функции Грина для двух разнесенных в пространстве точек может быть оценена из выборочной функции взаимной когерентности шумового поля, принятого в этих точках. Возможность такой оценки доказана теоретически и экспериментально подтверждена в ультразвуковых измерениях [79–82], а также в сейсмологии [83–85] при измерении естественных шумов. Был также разработан подход, в котором использовались источники сигнала, специальным образом расположенные относительно точек приема, для которых определялась функция Грина. Диффузное шумовое поле в этом случае формировалось при прохождении излученного сигнала через многократно рассеивающую среду [86–88].

Вопрос о возможности восстановления функции Грина из функции взаимной когерентности шумового поля применительно к задачам акустики океана исследуется в работах [89–97]. При теоретическом рассмотрении, было получено выражение для функции когерентности шума поверхностных и распределенных в пространстве некоррелированных источников [90, 91]. При выводе учитывались наличие профиля скорости звука и наличие дна, что является важным при определении корреляционных свойств шума. Итоговые выражения получены в модовом представлении акустического поля. На основе сравнения полученных результатов с хорошо известным выражением поля точечного источника в волноводе авторы делают вывод [91], что функция Грина может быть оценена с помощью функции взаимной когерентности шумового поля. Полученные выражения могут быть использованы при численном моделировании шумового поля в океане, для исследования его корреляционных свойств. Следует, однако, отметить, что выражение для функции когерентности получено при учете влияния поглощающего дна, т.е. справедливо для случая мелкого моря. Кроме этого, вывод о взаимосвязи функции Грина и функции когерентности шумового поля, основанный только на сопоставлении их модового представления, не является полным и требует дальнейшего рассмотрения. Развитие полученных результатов дано в работе [93], где авторы отходят от случая волноводного распространения сигналов и рассматривают задачу в достаточно общем случае трехмерной однородной среды с затуханием. Введение в рассмотрение затухания приводит к появлению в итоговых соотношениях амплитудного множителя вида $1/\omega^n$, характеризующего зависимость поглощения от частоты $\sim \omega^n$. Показано, что производная по времени от функции когерентности случайных шумовых полей пропорциональна сумме запаздывающей и опережающей функции Грина, что отличается от предыдущих результатов, где рассматривалась функция когерентности, а не ее производная. Полученное уточнение является важным, так как позволяет правильно оценить фазу сигнала из производной функции когерентности, что

важно для целей томографии. Таким образом, в модовом представлении получены аналитические выражения для функции взаимной когерентности шумового поля при различном расположении шумовых источников в океаническом волноводе. Сравнение полученных результатов с выражением поля точечного источника в виде суммы мод позволяет сделать вывод о наличии тесной взаимосвязи между функцией Грина и функцией взаимной когерентности шумов. При обобщении полученных результатов на трехмерных случай показано, что оценку функции Грина дает производная по времени функции взаимной когерентности шумового поля. Более строгое теоретическое доказательство рассматриваемого соотношения приводится в [96] для лучевого описания акустического поля. Используется простой метод мнимых источников для однородного распределения источников шума в волноводе Пекериса. Показано, что основной вклад в функцию когерентности дают шумовые поля, приходящие на оба приемника. В этом случае время прохождения сигнала между точками приема совпадает со значением временной задержки, когда модуль производной функции взаимной когерентности шумового поля достигает максимума. Продемонстрированная таким образом возможность оценки времени распространения сигнала между разнесенными приемниками может быть использована для целей пассивной томографии океана. При этом время накопления сигнала должно быть достаточно большим, чтобы после усреднения по этому промежутку времени, вклад других некогерентных сигналов стал мал.

Вопрос о времени накопления сигнала, необходимого для достижения требуемого значения отношения амплитуды сигнала к шуму на выходе корреляционной системы, рассматривается в [94] для случая поверхностного шума. Авторы учитывают, что амплитудное отношение сигнал/помеха пропорционально отношению площади поверхности, занимаемой источниками, сигнал от которых проходит через оба приемника, к остальной площади поверхности расположения шумовых источников, и равно $\sqrt{k_0 R}$, где

R – расстояние между приемниками, k_0 – волновое число на центральной частоте f_0 рассматриваемого диапазона частот шириной Δf . Вклад удаленных источников не учитывается, так как введено затухание $\sim \exp(-\alpha R)$, α – коэффициент поглощения. Кроме этого учитывается сферическая расхожимость ($\sim 1/k_0 R$) волнового фронта, т.е. волноводное распространение звука не учитывается, а рассматривается поле точечного источника вблизи точки излучения. В итоге получено выражение для выходного значения амплитудного отношения сигнал/помеха: $S_{\text{out}}/N_{\text{out}} \approx \sqrt{T\Delta f} \exp(-\alpha R)/\sqrt{k_0 R}$, где T – время накопления шумового сигнала. Полученное соотношение позволяет оценить необходимое время накопления T по требуемому значению $S_{\text{out}}/N_{\text{out}}$ и другим известным параметрам задачи. Так, для использованных в статье [94] значений $\Delta f = 350$ Гц, $f_0 = 525$ Гц, $R \approx 30$ м и полагая при этом, что экспоненциальный множитель соответствует ослаблению амплитуды сигнала 0.8 Дб на длину волны, для достижения значения $S_{\text{out}}/N_{\text{out}} \approx 30$ требуемое время накопления составляет $T \approx 20$ мин, что приводит к выводу о возможности использования пассивных методов на небольших расстояниях, например, для самосинхронизации и самолокализации донной антенны [94]. Однако для томографии океана, реализуемой на расстояниях в сотни километров, принципиальным становится учет волноводного распространения звука, что приводит к необходимости более детального рассмотрения вопроса об оценке необходимого времени накопления шумового сигнала и способов его уменьшения в этом случае.

В работе [92] получено выражение для вариации производной функции когерентности, характеризующее ее флуктуации вокруг среднего значения и являющееся характеристикой степени близости производной выборочной функции когерентности к функции Грина. Полученные выражения не зависят от конкретного представления функции Грина (разложение по модам или лучевое описание) и от области применения (ультразвуковой эксперимент

или подводная акустика). При выводе предполагалось изотропное распределение импульсных случайных шумовых источников в пространстве и ограниченность функции Грина во временной области, что справедливо для любых физических систем с затуханием. Для простого случая белого шума и конечной частотной полосы Δf показано, что вариация функции когерентности пропорциональна произведению энергий сигналов, принимаемых в двух точках, и обратно пропорциональна времени накопления T и полосе частот Δf , что совпадает с хорошо известным результатом [98]. Вариация производной функции когерентности в этом случае имеет аналогичную зависимость, с той лишь разницей, что энергия сигнала, принятого одним из приемников заменяется производной функции автокогерентности этого сигнала по времени. Полученные результаты качественно совпадают с оценками отношения $S_{\text{out}}/N_{\text{out}}$ работы [94], но относятся к более общему случаю объемного шума, произвольного вида функции Грина и справедливы для различных частотных диапазонов. Однако количественное соотношение между отношением сигнал/помеха на выходе корреляционной системы и параметрами задачи в работе [92] не приводится.

Большинство теоретических результатов, полученных в [92–96], были подтверждены экспериментально. Так в [91] рассматривался прием шумового поля океана четырьмя вертикальными гидроакустическими антеннами, заякоренными на дне вдоль прямой линии. Шумовой сигнал принимался в течение $T \approx 20$ минут. Расстояние R между антеннами составляло 1700, 700 и 1100 метров. Рассматривался частотный диапазон $\Delta f = 70\text{--}130$ Гц, глубина волновода в среднем по трассе составляла 1800 метров. Вычисление функции когерентности шумовых полей позволило качественно оценить пространственно-временную структуру акустического поля, совпадающую со случаем, если бы это поле излучалось рассматриваемыми приемными антеннами. Однако времена приходов отдельных сигналов не удалось определить с требуемой точностью, так как время накопления было мало. Действительно, для рассматриваемого

эксперимента, использование соотношения $S_{\text{out}}/N_{\text{out}} \approx \sqrt{T\Delta f} \exp(-\alpha R)/\sqrt{k_0 R}$ [94], при минимальном расстоянии между антеннами $R = 700$ м, и значениях параметров $\Delta f = 60$ Гц, $f_0 = 100$ Гц, $S_{\text{out}}/N_{\text{out}} = 30$, в предположении, что экспоненциальный множитель соответствует малому ослаблению амплитуды сигнала (0.001 Дб на километр), позволяет оценить требуемое время накопления $T \approx 73$ минуты, что существенно превышает использованное в эксперименте значение. В [92] авторы используют данные шумовых измерений донной антенной для вычисления вариации функции когерентности, после чего полученные результаты сравниваются с теоретическими данными. Время усреднения при вычислении функции когерентности менялось от 1 до 33 минут. Рассматривался частотный диапазон 300-530 Гц. Глубина залегания антенны составляла 21 метр, а расстояние между источниками изменялось от 2 до 28 метров. Отношение экспериментального значения вариации функции когерентности к теоретическому значению для $R = 28$ м, $T = 33$ мин близко к единице. Полученные результаты экспериментально подтверждают возможность оценки функции Грина из функции взаимной когерентности шума как для случая глубокого моря (глубина ~ 1800 м), так и для мелкой воды (глубина ~ 20 м) при соответствующем выборе полосы частот для заданного расстояния между приемниками.

Практическое использование связи функции Грина и функции когерентности шумового поля было осуществлено в натурном эксперименте [94] для целей самолокализации (определения расстояния между всеми парами приемников) и самосинхронизации донной акустической антенны. Предложенный метод был применен для 131-метровой антенны, состоящей из 64 элементов. Использовались 11-минутные записи шумов океана в полосе частот 150-700 Гц. Для каждой пары приемников вычислялась производная функции когерентности, что позволило определить времена распространения сигнала между приемниками в прямом и обратном направлениях для

самолокализации и самосинхронизации элементов донной антенны. В статье также приведены результаты сравнения теоретических и экспериментальных значений сигнал/помеха. Показано соответствие теории и эксперимента для рассматриваемых условий.

Таким образом, теоретически доказана и экспериментально подтверждена возможность оценки функции Грина из функции взаимной когерентности шумового поля океана. Полученные результаты позволяют говорить о возможности построения полной трехмерной схемы пассивной томографии океана. Главы 4 и 5 настоящей диссертационной работы посвящены исследованию вопросов реализации модовой томографии океана, основанной на использовании в качестве принимаемого на развитые вертикальные антенны сигнала низкочастотного поля шумов. Ранее эти вопросы в известной нам литературе другими авторами систематически и достаточно подробно не обсуждались. Принципиальным для данной задачи является время накопления шумового поля, необходимое для достоверного определения функции Грина, и возможность выделения модовой информации на основе измерения матрицы когерентности шумового поля, принятого гидроакустическими антеннами [99, 100].

Проведение экспериментов по томографии океана в настоящее время сдерживается во многом техническими сложностями, связанными, в том числе с развёртыванием длинных (как правило, перекрывающих подводный звуковой канал) антенных систем, что в свою очередь приводит к проблемам точного позиционирования их гидрофонов. Так, например, при реализации модовой томографии океана [101–103], необходимо осуществить селекцию мод [104–107] принимаемого акустического поля для чего, могут применяться вертикальные гидроакустические антенны, перекрывающие весь волновод по глубине. Решение задачи облегчается при известной модовой структуре океанического волновода. В этом случае селекция мод осуществляется с помощью метода, называемого пространственной фильтрацией мод, использующего свойство ортогональности мод как

собственных функций волновода [29, 30]. Согласно этому свойству интеграл по вертикальной координате от произведения двух мод равен нулю, если моды различные, и конечной величине, если моды одинаковые. Однако на практике вертикальные антенны являются дискретными (что приводит к замене интегрирования по вертикали на суммирование) и часто не перекрывающими весь волновод по глубине, что снижает фильтрующие свойства антенн. В случае мелкого моря ситуация осложняется тем, что профили мод зависят от структуры дна [108]. Они могут быть вычислены, как это сделано, например, в [109], но для этого необходимо знать параметры океанического волновода, в том числе и слоистую структуру дна, что существенно осложняет рассмотрение. Однако в том случае, когда в волноводе распространяется много мод, решение задачи их селекции существенно упрощается, благодаря тому, что волны, идущие под скользящими углами к донной поверхности, почти полностью отражаются. Как показано в работе [110], в этом случае можно пренебречь акустическим полем в дне, выбрав в качестве истинных профили мод, соответствующие волноводу с импедансным дном. Импеданс дна для разных мод может быть определен при сравнении экспериментально выделяемых и теоретически рассчитанных мод. Из приведенного исследования [110] следует, что с помощью вертикальной цепочки гидрофонов, перекрывающей значительную часть океанического волновода, можно надеяться выделить моды низких номеров без экспериментального измерения или вычисления параметров дна.

В работах [111, 112] рассматривается влияние дискретной структуры вертикальной антенны, а также отношения ее апертуры к толщине водного слоя на степень концентрации излучаемой антенной акустической мощности в одну моду для случая идеального волновода. Возможность возбуждения малого количества мод вертикальной антенной является важной при реализации методов низкочастотной маломодовой импульсной томографии [113–115]. Показано [112], что даже в случае, когда антенна перекрывает весь волновод, не вся акустическая энергия излучается в одну нормальную волну.

Это объясняется нарушением ортогональности дискретизованных мод и связанной с этим заменой интегрирования по апертуре суммированием. Этот эффект можно ослабить, уменьшая расстояние между гидрофонами. Но чтобы избежать акустического взаимодействия между соседними элементами антенны, ее шаг обычно берется равным или превышающим половину длины волны излучаемого поля. Обратимость свойств линейной антенны относительно излучения и приема сигнала в идеальном волноводе позволяет обобщить полученные результаты на случай выделения мод при приеме акустического поля дискретной цепочкой гидрофонов.

Селекцию мод можно также осуществлять, используя то, что моды разных номеров распространяются с разными скоростями и могут быть разделены по времени прихода, начиная с определенного расстояния от источника [108]. В этом случае использование протяженных по вертикали антенных систем не требуется. Временное разделение мод возможно при использовании в качестве приемника одиночного гидрофона [116, 117]. В работе [116] предложен метод определения модового состава широкополосного сигнала, линейно модулированного по частоте (со скоростью частотной модуляции ~ 30 Гц/с, в частотном диапазоне от 100 Гц до 350 Гц), принимаемого отдельным гидрофоном вертикальной антенны на расстоянии 20 км от источника. Полученные результаты обобщены в [117] на случай работы всей вертикальной цепочки, что позволило определить вертикальную направленность модообразующих лучей, выделяемых каждым гидрофоном, в натурном эксперименте. Следует, однако, отметить, что для временного разделения модовых сигналов (в тех случаях, когда разделение возможно [43]) необходимо применение широкой полосы зондирующего сигнала, что, в свою очередь, приводит к необходимости учета кроме межмодовой также и внутримодовой дисперсии. Известно [108], что компенсация внутримодовой дисперсии в принципе возможна. Однако в натурном эксперименте океанический волновод обладает слишком большим числом параметров, определяющих значение внутримодовой дисперсии,

чтобы ее можно было оценить заранее. Для компенсации внутримодовой дисперсии авторы [110, 117] используют приближение в виде идеального волновода Пекериса, что позволило определить примерный модовый состав принимаемого сигнала. Полученные результаты позволяют надеяться на возможность компенсации внутримодовой дисперсии при распространении широкополосного сигнала в волноводе с неизвестными параметрами, при сравнении экспериментальных данных с теоретическими моделями.

Использование в океанических экспериментах вертикальных антенн протяженностью несколько сотен и даже тысяч метров осложнено неизбежным искривлением их профиля под воздействием подводных течений, которые существуют во всех слоях океана и имеют в ряде случаев высокие скорости до 2-2.5 м/с [118]. Отклонения гидрофонов от строго вертикального положения может достигать нескольких длин волн принимаемого сигнала, что приводит к существенным ошибкам в определении характеристик регистрируемых полей [119–122], искажению диаграмм направленности линейных антенн [123, 124]. Теоретическая оценка влияния течений на профиль вертикальной антенны осуществлена в [123, 125]. Получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать искривление антенны в зависимости от профиля скорости течения. Важным в работе [123] является обсуждение вопроса об оптимальном выборе параметров антенны, позволяющим повысить ее устойчивость к воздействию течений. Полученные в [123, 125] соотношения могут быть использованы при реализации схем модовой томографии по данным с искривленных антенн, так как снижение степени искривления антенн облегчает применение рассматриваемых ниже методов.

Проблема контроля кривизны антенного профиля изначально решалась техническими методами: заякорение и распределение плавучестей и грузов вдоль антенны [1, 12, 43], применение дополнительных приемно-излучающих модулей, контролирующих положение антенны в пространстве [126–129], использование датчиков наклона, фиксирующих отклонения

элементов антенны от строго вертикального положения [130, 131]. В [132] был поставлен и решен вопрос об алгоритмической компенсации искривления антенного профиля без использования дополнительных аппаратных средств. Разработанный так называемый четырехчастотный алгоритм может быть положен в основу томографической схемы, использующей в качестве исходных данных возмущения произведений четырех реализаций акустического поля, принятого гидрофонами искривленных антенн, на разных частотах [133]. В Главе 5 настоящей диссертационной работы также предлагается алгоритмический метод нейтрализации влияния кривизны антенного профиля (с учетом конечной длины антенны), что позволяет отказаться от использования дополнительных аппаратных средств, увеличивающих стоимость и усложняющих проведение натурального эксперимента. Однако аппаратные методы, приводящие к снижению степени искривления антенн, продолжают оставаться полезными и в этом случае, но их использование становится теперь не столь обязательным. Информация, получаемая при обработке полей с помощью рассматриваемого в Главе 5 подхода, может быть использована для реализации общепринятых схем модовой томографии океана [12, 43], основанных на измерении возмущений времен распространения или фазы модовых импульсов.

С момента проведения первого полномасштабного эксперимента по акустической томографии океана Манком [1] подходы к мониторингу океанической среды претерпели значительное изменение и развитие. Так, например, в работах [134–136] рассматривается динамическая томография, которая отличается от традиционной томографии тем, что источники и/или приемники звуковых сигналов не являются заякоренными, но опускаются с борта корабля и перемещаются по исследуемой акватории. При совместном использовании мобильного источника звука и заякоренной томографической сети приемников создаются многочисленные акустические трассы в дополнение к существующим стационарным. В результате горизонтальное

разрешение поля температуры значительно улучшается. Таким образом, этот способ технически более удобен и дает больший объем информации.

В 1994г. в западной части Средиземного моря исследовательскими группами из разных стран Европы и США проводился международный эксперимент «THETIS-2», направленный на исследование возможности использования акустической томографии океана для изучения долгосрочных изменений геофизических характеристик вод западного Средиземноморья. Измерения велись по схеме с использованием заякоренных и подвижных преобразователей и зондирующих сигналов на основе М-последовательностей. Данные измерения проводились в июне-июле 1994г. с борта НИС «Академик Сергей Вавилов». Целями эксперимента являлись практическая реализация динамического подхода, оценка его точности на основе реальных данных, анализ сравнительных достоинств двух подходов к акустической томографии океана (традиционной и динамической) и возможности их интеграции.

Проведенное исследование позволило сделать ряд выводов:

- Показано, что динамическая томография реализуема на практике; на основе полученных данных восстановлено двумерное поле скорости звука в среде.
- Дрейф судна не является препятствием для обработки акустических данных.
- Для реконструкции среды по данным динамических измерений можно использовать метод разностной томографии, который не требует точного знания абсолютных координат приемника.
- Временная изменчивость среды может быть успешно восстановлена по данным динамических измерений.
- При использовании мобильных приемных систем необходимо снизить уровень собственных шумов научно-исследовательских судов и обеспечить большой динамический диапазон приемника, т.к. в одной и

той же точке могут приниматься сигналы как близлежащих, так и удаленных источников.

В целом, как отмечают авторы, традиционная акустическая томография океана более подходит для длительных наблюдений сезонной и межгодовой временной изменчивости океанографических характеристик, осредненных по большой акватории, в то время как динамическая томография обладает преимуществами при зондировании мезомасштабных неоднородностей. Взаимо-дополняющие свойства двух подходов предполагают, что они могут эффективно комбинироваться в рамках единой системы наблюдений. Обобщение динамических методов на схемы, рассматриваемые ниже, является перспективной задачей дальнейших исследований.

Реализация традиционной схемы акустической томографии Манка основана на сопоставлении экспериментальных времен приходов звуковых сигналов по лучам (или модам в случае их временного разделения) с численно рассчитанными временами. Т.е. на том или ином шаге реализации томографического эксперимента в принимаемом сигнале необходимо выделить и идентифицировать отдельные моды или лучи [137]. В тех случаях, когда это сделать не удастся (например, для пологих канальных лучей, имеющих близкие времена распространения или при наличии перемешивающего слоя [138]) традиционные методы томографирования сталкиваются с существенными трудностями. Преодоление ряда возникающих сложностей возможно при использовании методов согласованного поля и согласованной невзаимности [139–143]. В общем случае идею метода согласованного поля можно сформулировать как решение обратной задачи путем сведения ее к набору прямых задач. Определение неизвестных физических параметров среды распространения по методу согласованного поля осуществляется в два этапа. На первом этапе среда распространения описывается с помощью некоторого набора параметров и на ЭВМ моделируется распространение звука для выбранного диапазона возможных значений этих параметров. Следует отметить, что в

число неизвестных могут быть включены параметры, характеризующие не только поле скорости звука в воде и поле течений, но и параметры грунта, положение приемно-излучающих систем в пространстве и любые другие, определяющие характеристики принимаемых сигналов. На втором этапе результаты численного моделирования сопоставляются с экспериментальными данными. Метод согласованного поля построен на допущении, что чем ближе расчетные и экспериментальные звуковые поля, тем ближе модель среды, использованная в соответствующем расчете, к реальной среде распространения. В работах [141–143] в целях акустической диагностики течений в океане рассматривается метод согласованной невзаимности, являющийся естественным обобщением метода согласованного поля на случай задачи реконструкции скорости потока и основанный на согласовании предсказываемой теорией и экспериментально измеренной невзаимности акустических полей при распространении звука вдоль и против течения. Хорошие результаты дает согласование невзаимности фазы поля. В целом, метод согласованной невзаимности представляется перспективным инструментом акустической томографии течений. Основной областью его применения может стать зондирование мелкого моря, где реконструкция течений по традиционной лучевой томографической методике сталкивается с серьезными трудностями при выделении и идентификации отдельных модовых или лучевых приходов сигнала. Полученные результаты указывают на возможность использования для диагностики параметров океана не только «стандартный» набор экспериментальных данных (время распространения сигналов вдоль отдельных лучей или в виде отдельных мод, фаза и амплитуда принимаемого поля), но и любую их комбинацию (невзаимность фазы поля [143], произведение четырех реализаций акустического поля на разных частотах [132]), линейно связанную с восстанавливаемыми параметрами среды. Учет нелинейных взаимосвязей возможен [144], но усложняет рассмотрение. Фактически центральным вопросом является метод поиска минимума

невязки между экспериментально измеренными и теоретически рассчитанными данными, позволяющий найти решение с минимальными временными и вычислительными затратами.

Томографическое изучение океана подразумевает многоракурсное облучение исследуемой области с последующим восстановлением двумерной или трехмерной картины распределения параметров среды. Однако возможны другие методы оценки, не требующие проведения большого объема измерений и вычислений. Так в работе [145] анализируется возможность восстановления параметров морской среды, основанная на наблюдении частотно-временной интерференционной структуры принимаемого поля. Возмущение, вызывающее изменение дисперсионных характеристик канала (например, возмущение водной среды фоновыми внутренними волнами [146, 147]), вызывает и изменение в интерференционной структуре распространяющегося звукового поля. В частности это приводит к смещениям интерференционной картины по частоте в условиях временной изменчивости среды. Данное явление может быть использовано для мониторинга возмущений в океанической среде путем наблюдения частотных смещений интерференционных максимумов, так как они хорошо наблюдаемы и легко измеряемы в эксперименте. Так в работах [148, 149] приведены экспериментальные результаты по наблюдению влияния приливных колебаний на смещение частотного спектра широкополосного сигнала, распространяющегося в мелком море. Показано, что регистрация частотных смещений интерференционных максимумов поля, формируемых группой мод, позволяет осуществить диагностику приливных возмущений, в предположении их регулярности. В работе [150] развита корреляционная теория частотных смещений интерференционной структуры и продемонстрирована возможность ее использования для диагностики случайных крупномасштабных неоднородностей. Возможность мониторинга фоновых внутренних волн (которые являются одним из важных факторов изменчивости акустических свойств водной среды) на основе анализа

частотных смещений интерференционной структуры продемонстрирована в [145]. Наибольшая устойчивость и точность алгоритма достигается в случае, когда интерференционная картина формируется совокупностью мод с близкими номерами. Предлагаемый метод мониторинга возмущений океанической среды (вызывающих изменение дисперсионных характеристик волновода) привлекателен своей простотой и информативностью. Важно, что он не требует разрешения сигналов, приходящих по отдельным модам или лучам и представляется перспективным на небольших расстояниях, когда в условиях многомодового распространения интерференционные эффекты затрудняют или делают невозможным установление однозначной связи параметров среды с наблюдаемыми изменениями характеристик звукового поля. Следует, однако, отметить, что рассматриваемый мониторинг не является томографией; обобщение этого подхода на томографические задачи не вполне очевидно и нуждается в дальнейшем исследовании.

Развитие томографических методов исследования океана требует выявления факторов, ограничивающих возможности реализации томографических схем. Так, например, в 1980-ые годы вопрос о характере лучевой структуры поля в подводных волноводах (которая является определяющей при реализации схем лучевой томографии океана) считался изученными достаточно полно. Однако в начале 1990-ых годов выяснилось, что существует фактор, ранее не принимавшийся во внимание, который в значительной мере определяет структуру акустического поля на длинных трассах. Речь идет о лучевом хаосе, наблюдаемом в подавляющем большинстве неадиабатических моделей переменного по трассе волновода [151–153]. В том случае, когда фоновый показатель преломления зависит от продольной координаты, даже небольшие его дополнительные локальные флуктуации могут вызвать существенные изменения траектории лучей [154–157]. Классическая схема лучевой томографии океана, использующая свойство устойчивости лучевых траекторий, не применима в условиях лучевого хаоса. Методы пассивной томографии, основанные на достаточно

длительном накоплении и корреляции принимаемых шумовых сигналов, также не применимы в условиях развитого хаоса, так как рассмотрение достаточно большого времени усреднения в этом случае приводит к обнулению корреляций. Следует, однако, отметить, что на относительно коротких трассах (грубо говоря, до 1000 км) влиянием хаотического поведения лучевых траекторий можно пренебречь [152]. При этом основной вклад в возмущение времени распространения определяется флуктуациями скорости звука вдоль невозмущенного луча. Более того, как показал обширный экспериментальный материал [43, 64, 158, 159], накопленный к настоящему времени, на трассах длиной 3-5 тысяч километров, где лучевой хаос хорошо развит, наблюдается неожиданно высокая стабильность начальной части принятого сигнала, формируемого крутыми лучами [160]. Благодаря эффекту кластеризации хаотических лучей с одинаковыми идентификаторами $\pm M$ (\pm – знак выхода луча из источника, M – количество точек поворота лучевой траектории) звуковые импульсы, распространяющиеся вдоль лучей с относительно большими углами скольжения, сравнительно легко разрешаются и идентифицируются [152]. Кроме этого, времена их приходов могут быть с высокой точностью рассчитаны в рамках простейшей модели среды без учета флуктуаций скорости звука, вызывающих хаотическое поведение лучевых траекторий [1]. Тем не менее, возможность возникновения лучевого хаоса в переменных по трассе океанических волноводах ограничивает возможности применения классических схем томографии океана, что с одной стороны выдвигает ряд новых требования к выбору модели, описывающей исследуемый регион, при решении прямой задачи, с другой стороны стимулирует развитие новых подходов к дистанционному исследованию океанической среды.

В настоящее время акустические методы остаются основным инструментом мониторинга океанических акваторий больших размеров. Точечные методы измерения параметров морской воды с помощью автономных «ныряющих» станций [161] и спутниковые наблюдения

взволнованной поверхности океана [162] не позволяют получить столь полную информацию о пространственно-временной изменчивости океана, какая может быть получена томографическими методами. При этом использование данных локальных измерений и спутниковых наблюдений как априорной информации позволяют улучшить качество томографических оценок. Основными факторами, сдерживающими развитие акустической томографии океана, по-видимому, можно считать техническую сложность и высокую стоимость ее практической реализации. В связи с этим основное развитие методов томографического исследования океана видится в создании принципиально новых схем с минимальными требованиями на сложность и стоимость практической реализации морских экспериментов.

Глава 2. Роль выбора базиса в гидроакустических задачах

На том или ином этапе решения томографической задачи, связанной в математическом плане с решением интегральных уравнений типа (1.2), осуществляется их дискретизация. При этом восстанавливаемые характеристики среды представляются в виде взвешенной линейной комбинации конечного числа эталонных базисных возмущений. При решении конкретной задачи томографирования большое значение имеет адекватный задаче выбор таких базисных функций, которые используются для описания восстанавливаемой функции распределения параметров неоднородностей. В этом случае интегральные уравнения типа (1.2) сравнительно просто сводятся к системам линейных алгебраических уравнений, согласованным с решаемой задачей определения неизвестных коэффициентов разложения функций $g(\mathbf{r})$ по выбранным базисам. Базисом, адекватным решаемой задаче, может считаться тот, который позволяет описать в данной ситуации поле $g(\mathbf{r})$ достаточно точно с минимальными требованиями на количество оцениваемых коэффициентов разложения, на алгоритмическую часть процесса восстановления, а так же на практическую реализацию процесса сбора и обработки данных при заданной их точности.

Далее рассматриваются способы параметрического описания океанических неоднородностей в различных базисах, преимущества и недостатки этих подходов, а также предлагается метод сравнения возможности восстановления океанических неоднородностей с помощью различных базисов.

2.1. Дискретизация исходных уравнений, введение базиса

В случае линейной лучевой схемы акустической томографии система уравнений типа (1.2), вычисленных для конечного числа приемно-передающих антенн, имеет вид:

$$-\int_{L_i} \frac{\Delta c(\mathbf{r})}{c_0^2(\mathbf{r})} dl = \Delta t_i, \quad (2.1)$$

где неизвестными являются отклонения $\Delta c(\mathbf{r})$ скорости звука в среде $c(\mathbf{r})$ от известного фонового значения $c_0(\mathbf{r})$: $\Delta c(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c_0(\mathbf{r})$. Интегрирование производится по криволинейным (в общем случае) лучевым траекториям; при этом полагается, что возмущение $\Delta c(\mathbf{r})$ практически не влияет на траекторию лучей. Измеряемый параметр Δt_i соответствует разности времен распространения сигнала по лучу L_i в опорной (невозмущенной) и возмущенной средах. Восстановление параметров гидрологии в рамках линейной лучевой томографии описывается в работах [1, 3, 43].

Предполагается, что известен набор (возможно, избыточный) базисных функций $\Theta_j(\mathbf{r})$, $j=1 \dots J$, не обязательно ортогональных, но обладающих полнотой, достаточной для описания восстанавливаемых функций с требуемой точностью, т.е. распределение $\Delta c(\mathbf{r})$ может быть представлено в виде:

$$g(\mathbf{r}) \equiv \Delta c(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^J x_j \Theta_j(\mathbf{r}), \quad (2.2)$$

и система (2.1) принимает вид $\sum_{j=1}^J A_{ij} x_j = \Delta t_i$. Для удобства далее используется запись в матричной форме в обозначениях Дирака: $| \rangle$ – для вектора-столбца, $\langle |$ – для вектора-строки. В этой форме рассматриваемая система уравнений имеет вид:

$$A |X\rangle = |\Delta T\rangle, \quad (2.3)$$

где $A_{ij} = -\int_{L_i} \Theta_j(\mathbf{r}) c_0^{-2}(\mathbf{r}) dl$ – элементы матрицы возмущений. Вектор-столбец $|\Delta T\rangle$ состоит из значений относительных временных задержек сигналов Δt_i , а вектор $|X\rangle$ – из неизвестных коэффициентов разложения x_j восстанавливаемой неоднородности (2.2) по базису $\Theta_j(\mathbf{r})$.

При восстановлении вектора скорости потока неоднородность описывается векторной функцией $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}(\mathbf{r})$. Тогда $\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^J x_j \Theta_j(\mathbf{r})$, где $\{\Theta_j\}$ – совокупность векторных базисных функций. Неизвестные $|X\rangle$ по-прежнему находятся из системы типа (2.3); при рассмотрении первого уравнения в (1.3) элементы матрицы возмущений приобретают вид $A_{ij} = \int_{L_i} \frac{1}{c_0^2(\mathbf{r})} (\Theta_j(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\tau}(\mathbf{r})) dl$. Матричные элементы A_{ij} представляют собой разность значений измеряемой величины в присутствии базисной скалярной или векторной неоднородности на заданном фоне (однородном или неоднородном) и в ее отсутствии для заданной конфигурации i приемоизлучающей системы.

В общем случае решение обратной задачи сводится к нахождению оценки коэффициентов разложения, минимизирующей тот или иной функционал. Так, например, если число уравнений в системе (2.3) меньше числа неизвестных, то система имеет бесконечное число решений. Для выделения единственного из них можно потребовать, чтобы искомое решение $|\hat{X}\rangle$ обладало минимальной нормой. В этом случае решение имеет вид [11]

$$|\hat{X}\rangle = A^+ (AA^+)^{-1} |\Delta T\rangle, \quad (2.4)$$

где знак «+» обозначает эрмитово сопряжение. Если же система линейных уравнений переопределена, то МНК-решение минимизирует норму невязки $|r\rangle = |\Delta T\rangle - A|\hat{X}\rangle$ и имеет вид

$$|\hat{X}\rangle = (A^+ A)^{-1} A^+ |\Delta T\rangle. \quad (2.5)$$

В более общем случае минимизируемый функционал F может быть записан в виде [43] $F = \gamma^2 \langle \hat{X} | \hat{X} \rangle + \langle r | r \rangle$, где регуляризирующий коэффициент γ^2

контролирует уровень требований к минимизации нормы решения по сравнению с нормой невязки. Тогда решение имеет вид:

$$|\hat{X}\rangle = (A^+ A + \gamma^2 E)^{-1} A^+ |\Delta T\rangle, \quad (2.6)$$

где E – единичная матрица. Выбор значения γ^2 может осуществляться несколькими способами. Например, по характерному спаду спектра собственных значений матрицы $A^+ A$ в области их минимальных значений или из анализа зависимости значения нормы невязки $|r\rangle$ от величины γ^2 . При этом, как правило, существует область значений коэффициентов γ^2 , для которых точность решения (2.6) слабо зависит от γ^2 . В этом случае выбор регуляризующего коэффициента не требует высокой степени точности и может осуществляться эмпирически. Далее значения γ^2 определяются по максимальному собственному значению матрицы $A^+ A$. При этом увеличение или уменьшение используемых значений γ^2 в два раза не приводит к существенному изменению точности получаемых в этом случае решения (2.6).

Принципиальным при получении решения, как показано в [1], является использование априорной информации. Универсальным алгоритмом решения системы (2.3) для произвольного соотношения между числом неизвестных и числом уравнений, учитывающим априорную информацию о восстанавливаемых неоднородностях, является метод регуляризации по А.Н.Тихонову [163]. Подробно вопрос об использовании априорной информации рассматривался в [11, 12].

Схема решения интегральных уравнений типа (1.1), основанная на получении системы (2.3) и их обращении, конечно, не является единственно возможной [2, 8, 39–42]. Однако в томографии океана преимущественно используется метод с разложением восстанавливаемых параметров океанических неоднородностей (2.2) по базису $\Theta_j(\mathbf{r})$. При таком способе необходимо выбрать наиболее подходящую систему базисных функций

$\Theta_j(\mathbf{r})$. Традиционным является использование множества ортогональных нормированных функций. Такой подход позволяет использовать хорошо разработанный аппарат представления неоднородности в виде конечного ряда. Так, например, в [164, 165] предложена одна из возможных аппроксимаций, имеющая в двумерном случае, $\mathbf{r} = (x, z)$, вид

$$\Delta c(x, z) = \sum_m \sum_{p'} [a_{mp'} \cos(\frac{2\pi p' x}{R}) + b_{mp'} \sin(\frac{2\pi p' x}{R})] \phi_m(z). \quad \text{Здесь зависимость}$$

вариации $\Delta c(\mathbf{r})$ от горизонтальной координаты x на расстоянии вплоть до R аппроксимируется конечным рядом Фурье, а зависимость от вертикальной компоненты z – разложением по набору функций $\phi_m(z)$, в качестве которых можно выбрать, например, так называемые эмпирические ортогональные функции [139]. Несмотря на то, что теория аппроксимации функций конечным рядом Фурье хорошо известна и позволяет осуществить такое описание с наперед заданной точностью, этот метод является не вполне эффективным при описании локализованных неоднородностей типа океанических вихрей, так как требует оценки большого числа неизвестных [12].

2.2. Виды базисов, используемых в гидроакустических задачах. Мозаичный базис, его свойства

Дискретизованное описание распределения скорости звука ее значениями в узлах сетки

Часто используемой является дискретизация значений исследуемого распределения скорости звука в узлах, например, прямоугольной координатной сетки [166, 167]. В этом случае при расчете траекторий лучей поле скорости звука в произвольной точке акватории может аппроксимироваться, например, линейной по пространственным координатам функцией на основе значений скорости в ближайших опорных точках. Помимо интерполяции в прямоугольной координатной сетке представляет интерес использование трехточечной интерполяции. Тогда задание параметров акватории осуществляется в углах треугольников,

плотно покрывающих рассматриваемую акваторию. Через три точки (не лежащие на одной прямой), в которых известны значения некоторой функции, можно провести единственную плоскость, на которой лежат интерполированные значения этой функции. При построении лучей в таких плоскостях, траектории представляют собой отрезки дуг окружностей. Однако и в этом простейшем случае необходимы дополнительные вычисления, связанные с определением вида уравнения плоскости и параметров дуг. Таким образом, при точечной дискретизации расчет матрицы возмущений A связан с определенными техническими трудностями, вызванными необходимостью многократного применения алгоритма аппроксимации. Определение характеристик акустических полей в океанических волноводах, параметры которых заданы в узлах сетки, можно найти в работах В.Ю. Завадского [168, 169].

Клетчатый базис

Необходимость в дополнительных расчетах, свойственных точечной дискретизации, отпадает, если вся рассматриваемая акватория разбивается на неперекрывающиеся ячейки, плотно покрывающие рассматриваемую область, где базисные значения рассматриваемой неоднородности (скорости звука) полагаются постоянными. В качестве таких ячеек в двумерном случае обычно выбираются фигуры с углами, например, прямоугольники [13, 170, 171]. Далее базис такого типа будет условно называться «клетчатым». В этом случае при расчете элементов матрицы возмущений, траектории лучей внутри и вне базисных элементов являются прямолинейными, что, в отличие от дискретного задания параметров океанической среды, облегчает построение матрицы возмущений. Преломление лучей на границах рассчитывается с помощью закона Снеллиуса. Однако такой способ выбора базисных элементов также приводит к техническим трудностям уже при решении прямой задачи, предшествующей томографическому восстановлению искомых неоднородностей. Действительно, после задания распределения

гидрологических параметров в начальном приближении и положения пары «источник-приемник» происходит поиск, например, методом вилки, путей распространения звука (траекторий лучей, мод), соединяющих такие пары. При этом неизбежно возникают ситуации, в которых лучи попадают (с машинной точностью) в углы базисных фигур, что делает невозможным применение закона Снеллиуса для расчёта их дальнейшей траектории. Ситуация еще больше усложняется в волновом представлении звукового поля, так как возникает ложная задача дифракции на углах. Необходимо дополнительно определить правило, по которому следует поступать в таком случае, хотя ясно, что данная трудность имеет не физическую, а модельную природу. Аналогичная трудность может возникнуть и при построении лучей для варианта точечной дискретизации, описанной ранее, если луч оказывается в непосредственной близости от узла сетки.

Мозаичный базис

Преодоление отмеченных трудностей предложено в работах [172, 173], где используется иной подход, основанный на разложении неоднородностей по так называемым «нестандартным» базисам, которые можно условно назвать мозаичными. Одним из используемых базисов такого типа является базис (называемый далее «полосчатым»), представляющий собой набор параллельных полос, равномерно покрывающих рассматриваемую область и поворачиваемых с равным угловым шагом в интервале от 0 до π (рис. 2.1). В

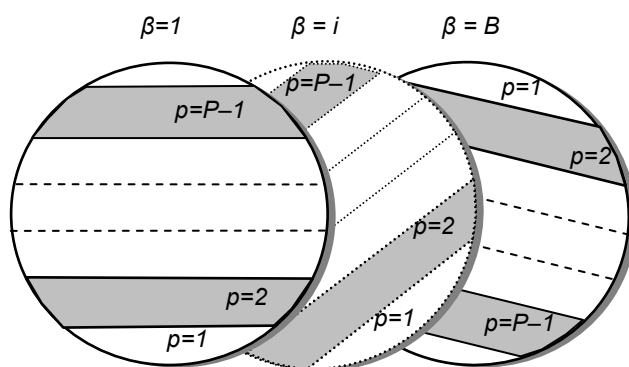


Рис. 2.1а

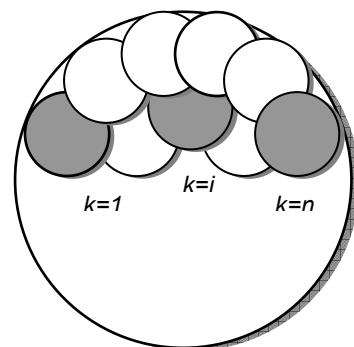


Рис. 2.1б

Рис. 2.1. Полосчатый (а) и цилиндрический (б) базисы.

пределах каждой полосы значение соответствующего возмущения (скорости звука или течения) постоянно. Использование полосок освобождает метод от трудностей, присущих схемам, в которых регион разбивается на элементы, содержащие углы.

Другим примером мозаичного базиса является базис, состоящий из цилиндров (в двумерном случае – кругов), которые, пересекаясь, полностью покрывают рассматриваемую область. В этом случае не возникает сложностей, вызванных наличием углов у базисных элементов, а построение матрицы возмущений становится особенно простым при волновом описании акустического поля, так как решение задачи дифракции цилиндрической волны (рассматриваемой при волноводном распространении звука в океане) на базисном цилиндре имеет аналитическое решение [174, 175]. Применение цилиндрического базиса при решении задачи томографического восстановления скалярных неоднородностей рассмотрено в работах [172, 173].

Применение «полосчатого» базиса и других подобных базисов имеет ряд полезных особенностей. Так, в отличие от схемы с заданием значений скорости звука в узлах сетки, в предложенном варианте интегралы берутся для поля внутри однородных полос базиса, что существенно упрощает процедуру построения матрицы возмущений: преломление лучей или изменение волнового вектора происходит только на границе полосы, что легко рассчитывается. Итоговая же траектория луча не является прямолинейной и зависит от исследуемой неоднородности, что иногда бывает существенно в задачах томографии океана. Кроме того, использование предлагаемого базиса в численных томографических экспериментах [172, 173, 176] показало, что обычные строгие требования на базис, такие как его безызбыточная полнота и ортогональность, можно существенно ослабить. Так, в отличие от описанных ранее методов представления распределения скорости звука, введённый базис не является ортогональным. Этот базис избыточен: общее количество полос с учетом их

различной ориентации превышает количество независимых параметров, описывающих неоднородность с требуемой точностью. Неортогональность базиса не играет роли в рассматриваемых задачах, поскольку алгоритм восстановления не использует скалярного произведения базисных функций.

Удобно, что рассматриваемый базис допускает его единообразное использование для восстановления течений и решения комбинированных рефракционно-кинетических задач. Эффективность использования базисов мозаичного типа для восстановления как рефракционных, так и кинетических неоднородностей при различном представлении акустического поля (волновом и лучевом) показана в [173, 177]. Дополнение полосчатого базиса функциями Карунэна-Лоэва (эмпирическими ортогональными функциями по глубине) в трехмерных задачах рассмотрено в [178].

2.3. Взаимосвязь между мозаичным базисом и базисами других типов

Каждый из описанных выше базисов неоднократно использовался в задачах акустической томографии океана [12, 43, 167, 173, 177]. Однако остается открытым вопрос о взаимосвязи и сравнении между собой результатов восстановления океанических неоднородностей с использованием разных базисов. Ниже предпринята попытка осуществить такое сопоставление. В качестве примера рассматривается задача сравнения полосчатого базиса с хорошо известным и неоднократно применяемым методом разбиения исследуемой акватории на непересекающиеся ячейки (для простоты рассмотрения – квадратные) с постоянными внутри них значениями соответствующих базисных функций. В качестве аппарата, позволяющего сравнить результаты описания одной и той же функции $g(\mathbf{r})$ с помощью различных базисных коэффициентов разложения, заданных на двух множествах (множестве клеток и полос), используется дискретный аналог теории союзных фундаментальных элементов Шмидта (СФЭШ) [179].

Пусть имеется множество полос $N \equiv \{N_n\}_{n=1, \dots, N}$ и множество клеток $K \equiv \{K_k\}_{k=1, \dots, K}$; N и K – общее число базисных полос и клеток,

соответственно. Базисные функции клеток $\Phi_k(\mathbf{r})$ и базисные функции полос $\Pi_n(\mathbf{r})$ определяются следующим образом:

$$\Pi_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \Pi_n^0 = \text{const}, & \mathbf{r} \in N_n; \\ 0, & \mathbf{r} \notin N_n \end{cases}; \quad \Phi_k(\mathbf{r}) = \begin{cases} \Phi_k^0 = \text{const}, & \mathbf{r} \in K_k, \\ 0, & \mathbf{r} \notin K_k \end{cases}, \quad (2.7)$$

где N_n и K_k – области задания n -ой базисной полосы и k -ой базисной клетки. Представление неоднородности в рассматриваемых двух базисах имеет вид

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N g_n^{\text{band}} \Pi_n(\mathbf{r}); \quad \mathbf{g}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K g_k^{\text{cell}} \Phi_k(\mathbf{r}), \quad (2.8)$$

где $|\mathbf{g}^{\text{band}}\rangle \equiv \begin{pmatrix} g_1^{\text{band}} \\ g_2^{\text{band}} \\ \dots \\ g_N^{\text{band}} \end{pmatrix}$, $|\mathbf{g}^{\text{cell}}\rangle \equiv \begin{pmatrix} g_1^{\text{cell}} \\ g_2^{\text{cell}} \\ \dots \\ g_K^{\text{cell}} \end{pmatrix}$ – вектор-столбцы, состоящие из

безразмерных коэффициентов разложения неоднородности по соответствующему базису.

Поскольку базис в виде множества полос избыточен, то коэффициенты разложения по этому базису $|\mathbf{g}^{\text{band}}\rangle$ определяются на основе заданных коэффициентов разложения по клетчатому базису $|\mathbf{g}^{\text{cell}}\rangle$ неоднозначно. Наоборот, значения $|\mathbf{g}^{\text{cell}}\rangle$ пересчитываются из $|\mathbf{g}^{\text{band}}\rangle$ (найденных каким-либо образом) однозначно благодаря безызбыточности и полноте клетчатого базиса. Тогда для сравнительного анализа двух базисов удобно ввести оператор Q , переводящий представление неоднородности на множестве полос N в представление на множестве клеток K :

$$Q |\mathbf{g}^{\text{band}}\rangle = |\mathbf{g}^{\text{cell}}\rangle. \quad (2.9)$$

Оператор Q выражается в виде матрицы размером $(K \times N)$.

Далее рассматриваются два самосопряженных по построению оператора Q^+Q и QQ^+ . Каждый оператор имеет свои совпадающие области определения и значений. Эти области разные для каждого из операторов:

Q^+Q переводит представление векторов из N в N , а QQ^+ – из K в K (рис. 2.2). Оба оператора имеют набор неотрицательных собственных значений ($\{\lambda_n^{\text{band}}\}$ и $\{\lambda_k^{\text{cell}}\}$, соответственно), которые могут быть расположены в порядке возрастания, и отвечающий им набор ортонормированных собственных векторов $\{|\varphi_n\rangle\}$ и $\{|\psi_k\rangle\}$:

$$\begin{aligned} \lambda_n^{\text{band}} |\varphi_n\rangle &= Q^+Q |\varphi_n\rangle, \quad n = \overline{1, N}, \quad 0 \leq \lambda_1^{\text{band}} \leq \lambda_2^{\text{band}} \leq \dots \leq \lambda_N^{\text{band}}; \\ \lambda_k^{\text{cell}} |\psi_k\rangle &= QQ^+ |\psi_k\rangle, \quad k = \overline{1, K}, \quad 0 \leq \lambda_1^{\text{cell}} \leq \lambda_2^{\text{cell}} \leq \dots \leq \lambda_K^{\text{cell}}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Введенные таким образом конечномерные матрицы и векторы являются дискретным аналогом функций, имеющих общее название – союзные фундаментальные элементы Шмидта (СФЭШ) [180, с. 43].

Если размерности множеств клеток и полос совпадают, т.е. $N=K$, то оба оператора Q^+Q и QQ^+ имеют совпадающий набор неотрицательных собственных значений $\lambda_k^{\text{band}} = \lambda_k^{\text{cell}}$ для любых номеров k . Однако условие $N=K$ не гарантирует однозначность и устойчивость перехода (2.9), и следует предположить, что $N > K$. В этом случае $\lambda_k^{\text{band}} = \lambda_k^{\text{cell}} = \lambda_k$, где $k = n = \overline{1, K}$.

Собственные значения оператора Q^+Q (размерность которого $N \times N$ больше размерности $K \times K$ оператора QQ^+) с номерами $n = K, K+1, \dots, N$ равны нулю. Это означает, что существуют конфигурации совокупности базисных полос, имеющие нулевые коэффициенты разложения по базисным клеткам. Такая ситуация связана с избыточностью полосчатого базиса. Итак, области спектров собственных значений операторов Q^+Q и QQ^+ , соответствующих номерам $k = \overline{1, K}$, совпадают и могут быть

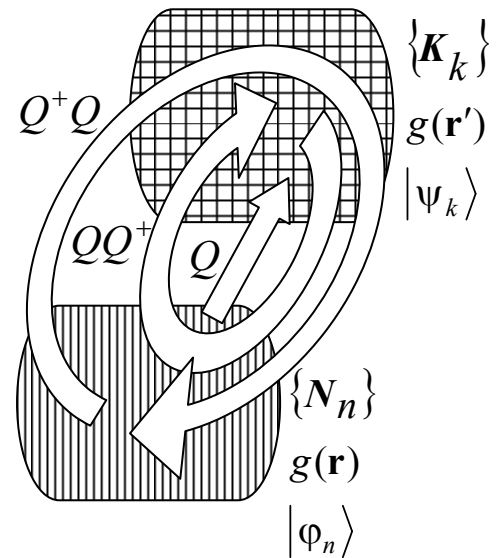


Рис. 2.2. Операторы перехода между представлениями неоднородности $g(\mathbf{r})$ при разложении по множеству полос $\{N_n\}$ и по множеству клеток $\{K_k\}$.

записаны для рассматриваемого случая в виде последовательности

$$0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_K. \quad (2.11)$$

Можно показать, что СФЭШ удовлетворяют следующим соотношениям [180]:

$$\mu_k |\psi_k\rangle = Q |\varphi_k\rangle, \quad \mu_k |\varphi_k\rangle = Q^+ |\psi_k\rangle, \quad k = \overline{1, K}, \quad (2.12)$$

где значения μ_k , называемые характеристическими числами оператора Q , связаны с λ_k из (2.11) соотношением

$$\mu_k^2 = \lambda_k. \quad (2.13)$$

Справедливо разложение Шмидта оператора Q по системе СФЭШ:

$$Q = \sum_{k=1}^K \mu_k |\psi_k\rangle \langle \varphi_k|. \quad \text{Обусловленность оператора } Q \text{ (а следовательно и } Q^+)$$

можно оценить параметром

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}}, \quad (2.14)$$

где $\lambda_{\max} = \lambda_K$ и $\lambda_{\min} = \lambda_1$ – максимальное и минимальное значения последовательности (2.11). Сравниваемые представления $|g^{\text{band}}\rangle$ и $|g^{\text{cell}}\rangle$

функции распределения неоднородности могут быть разложены по базисам

$$|\varphi_k\rangle \text{ и } |\psi_k\rangle \text{ соответственно: } |g^{\text{band}}\rangle = \sum_{k=1}^K d_k^{\text{band}} |\varphi_k\rangle; \quad |g^{\text{cell}}\rangle = \sum_{k=1}^K d_k^{\text{cell}} |\psi_k\rangle, \text{ где}$$

$$d_k^{\text{band}} = \langle \varphi_k | g^{\text{band}} \rangle, \quad d_k^{\text{cell}} = \langle \psi_k | g^{\text{cell}} \rangle \text{ в силу ортогональности собственных}$$

векторов, соответствующих разным ненулевым собственным значениям.

Учет (2.9) и (2.12) приводит к соотношениям

$$d_k^{\text{cell}} = \langle \psi_k | g^{\text{cell}} \rangle = \langle \psi_k | Q | g^{\text{band}} \rangle = \mu_k \langle \varphi_k | g^{\text{band}} \rangle = \mu_k d_k^{\text{band}}, \text{ откуда}$$

$$|g^{\text{band}}\rangle = \sum_{k=1}^K \frac{d_k^{\text{cell}}}{\mu_k} |\varphi_k\rangle; \quad |g^{\text{cell}}\rangle = \sum_{k=1}^K \mu_k d_k^{\text{band}} |\psi_k\rangle. \quad (2.15)$$

Из (2.15) следует, что представление неоднородностей в полосчатом базисе будет адекватно по полноте описания представлению тех же

неоднородностей в клетчатом базисе, если спектр собственных значений (2.11) не содержит нулевых членов.

Следует сравнить величины погрешностей, возникающих при томографическом восстановлении неоднородности в случае ее описания в двух рассматриваемых базисах. Пусть известен вектор-столбец $|\Delta T\rangle$ экспериментальных данных, например, временных задержек акустических сигналов, вызванных возмущением гидрологических параметров исследуемой акватории. Оператор D^{band} переводит эти данные в представление неоднородности $|g^{\text{band}}\rangle$, вызвавшей те же возмущения времен распространения сигналов, при разложении по базисным полоскам:

$|g^{\text{band}}\rangle = D^{\text{band}} |\Delta T\rangle$. Из (2.4) следует, что матрица перехода имеет вид

$$D = A^+ (AA^+)^{-1} \quad (2.16)$$

в случае, когда количество данных $|\Delta T\rangle$ меньше количества N неизвестных $|X\rangle = |g^{\text{band}}\rangle$. Если данных не меньше, чем N , то, согласно (2.6),

$$D = (A^+ A + \gamma^2 E)^{-1} A^+ . \quad (2.17)$$

Здесь $D = D^{\text{band}}$, а матрица возмущений в (2.3) $A = A^{\text{band}}$ соответствует представлению неоднородности в полосчатом базисе $\Theta_n(\mathbf{r}) = \Pi_n(\mathbf{r})$. Так как реальные экспериментальные данные известны всегда с некоторыми ошибками $|\delta T\rangle$, то это приводит к возникновению ошибок $|\delta g^{\text{band}}\rangle$ восстановления коэффициентов разложения неоднородности по базисным полоскам:

$$|\delta g^{\text{band}}\rangle = D^{\text{band}} |\delta T\rangle, \quad (2.18)$$

что, в свою очередь, ведет к возникновению ошибок восстановления коэффициентов разложения по клеткам, при переходе от полосчатого базиса к клетчатому:

$$|\delta g^{\text{cell}}\rangle = Q |\delta g^{\text{band}}\rangle. \quad (2.19)$$

Тогда дисперсия суммарной ошибки в случае разложения неоднородности в клетчатом базисе, полученного переходом от разложения в полосчатом базисе, составляет:

$$|\delta g^{\text{cell}}|^2 = \langle \delta g^{\text{cell}} | \delta g^{\text{cell}} \rangle = \langle \delta g^{\text{band}} | Q^+ Q | \delta g^{\text{band}} \rangle. \quad (2.20)$$

Из соотношения (2.15) следует, что устойчивость процедуры перехода от одного базиса к другому определяется обусловленностью оператора Q , а точнее говоря, поведением всего его спектра. Результаты восстановления распределения неоднородности, полученные в полосчатом и в клетчатом базисах, будут адекватны по полноте описания наблюдаемых эффектов (2.15) и не будут сильно отличаться в смысле ошибки восстановления (2.20), если ранг оператора $Q^+ Q$ равен числу базисных клеток K (для рассматриваемого случая $N > K$), а спектр характеристических чисел μ_k оператора Q не содержит сильно отличающихся по модулю членов.

Представляет интерес анализ не только дисперсии суммарной ошибки (2.20), но и ковариационной матрицы этих ошибок. Из (2.18) и (2.19) следует, что ковариационная матрица ошибок восстановления в случае представления неоднородности в клетчатом базисе, при пересчете ошибок (2.18), записывается в виде:

$$\begin{aligned} \Gamma^{\text{cell}} &\equiv \overline{|\delta g^{\text{cell}}\rangle\langle\delta g^{\text{cell}}|} = Q \overline{|\delta g^{\text{band}}\rangle\langle\delta g^{\text{band}}|} Q^+ = \\ &= Q D^{\text{band}} \overline{|\delta T\rangle\langle\delta T|} (D^{\text{band}})^+ Q^+ \end{aligned}, \quad (2.21)$$

где черта сверху означает усреднение по множеству реализаций. Далее предполагается, что ошибки в исходных данных представляют собой белый шум с единичной амплитудой, т.е.: $\overline{|\delta T\rangle\langle\delta T|} \sim E$, а элементы корреляционной матрицы $\overline{|\delta T\rangle\langle\delta T|}$ имеют размерность квадрата размерности данных ΔT_i . В этом случае (2.21) принимает вид (с точностью до размерного множителя):

$$\Gamma^{\text{cell}} = Q D^{\text{band}} (D^{\text{band}})^+ Q^+. \quad (2.22)$$

С другой стороны, при томографическом восстановлении неоднородности можно сразу рассматривать переход от данных рассеяния $|\Delta T\rangle$ к представлению неоднородности в виде разложения $|g^{\text{cell}}\rangle$ по клетчатому базису с помощью оператора D^{cell} : $|g^{\text{cell}}\rangle = D^{\text{cell}}|\Delta T\rangle$. Поскольку клетчатый базис безызбыточен, то количество данных не должно быть меньше количества K неизвестных $|X\rangle = |g^{\text{cell}}\rangle$. Поэтому $D = D^{\text{cell}}$ имеет вид (2.17), где матрица возмущений в (2.3) $A = A^{\text{cell}}$ соответствует представлению неоднородности в клетчатом базисе $\Theta_k(\mathbf{r}) = \Phi_k(\mathbf{r})$. Тогда ковариационная матрица ошибок задается соотношением (с точностью до размерного множителя):

$$\begin{aligned} \Gamma_0^{\text{cell}} &\equiv \overline{|\delta g^{\text{cell}}\rangle\langle\delta g^{\text{cell}}|} = D^{\text{cell}}(D^{\text{cell}})^+ = \\ &= (A^+ A + \gamma^2 E)^{-1} A^+ A \left((A^+ A + \gamma^2 E)^{-1} \right)^+, \quad A = A^{\text{cell}}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Сравнение качества восстановления неоднородностей с помощью рассматриваемых базисов, с точки зрения сравнения ошибок восстановления, может быть проведено на основании матриц ошибок (2.22) и (2.23). Если значения элементов матриц (2.22) и (2.23) не будут сильно отличаться, то, следовательно, ошибки (2.23) представления неоднородностей в клетчатом базисе при прямом переходе от данных рассеяния к разложению по базисным функциям клеток и ошибки (2.22) при пересчете через полосчатый базис, а также корреляция этих ошибок сравнимы. Тогда описание неоднородностей в полосчатом базисе будет мало уступать прямому разложению по базисным клеткам.

Для иллюстрации рассматривается следующая модельная задача. Пусть исследуемая акватория разбита равномерно на $K1 \times K1$ квадратов, обеспечивающих необходимую точность описания неоднородностей при заданном количестве приемопередающих устройств. Каждый из квадратов характеризуется индексами (m, h) , которым соответствует обобщенный

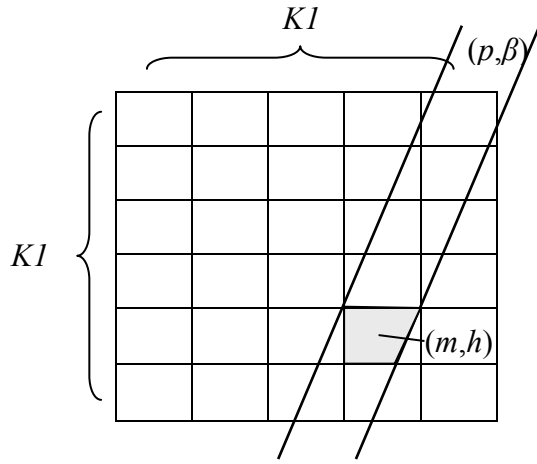


Рис. 2.3а

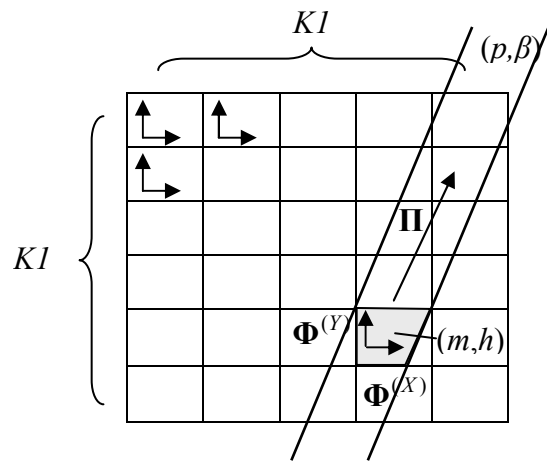


Рис. 2.3б

Рис. 2.3. Пересечение базисной полосы, характеризуемой номером p и углом поворота β , с базисным квадратом (m, h) в случае скалярной (а) и векторной (б) задач.

индекс $(m-1)K1+h$, где $m, h = \overline{1, K1}$. Сколько нужно полос и углов их поворота в полосчатом базисе, чтобы гарантировать восстановление параметров акватории с точностью, близкой случаю клетчатого базиса? Для ответа на данный вопрос следует построить матрицу оператора перехода Q . С этой целью область исследования покрывается полосами, равномерно поворачиваемыми с равным угловым шагом (рис. 2.3а). Полосе с номером $p = \overline{1, P}$, повернутой под углом с номером $\beta = \overline{1, B}$, соответствует обобщенный индекс $(\beta-1)P+p$. Общее число полос $N = B \times P$, где P – число одинаково ориентированных полос, B – количество углов их поворота. Элементы матрицы оператора перехода Q определяются следующим образом:

$$Q_{(m-1)K1+h, (\beta-1)P+p} = \frac{1}{\Phi_{(m-1)K1+h}^0 \Pi_{(\beta-1)P+p}^0} \cdot \frac{1}{S_{\Phi}} \int \Phi_{(m-1)K1+h}(\mathbf{r}) \bullet \Pi_{(\beta-1)P+p}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (2.24)$$

где $\frac{1}{\Phi_{(m-1)K1+h}^0} \cdot \frac{1}{S_{\Phi}} \Phi_{(m-1)K1+h}(\mathbf{r})$ – ортонормированные базисные функции (2.7),

соответствующие клеткам с номерами (m, h) и площадью клетки S_{Φ} ;

$\frac{1}{\Pi_{(\beta-1)P+p}^0} \Pi_{(\beta-1)P+p}(\mathbf{r})$ – нормированные базисные функции, соответствующие

полосам с номерами (p, β) . Знак « \bullet » означает скалярное произведение, когда

$\Phi_{(m-1)K1+h}(\mathbf{r})$ и $\Pi_{(\beta-1)P+p}(\mathbf{r})$ – векторзначные функции. Интегрирование в (2.24) по всей области рассмотрения сводится к интегрированию по области пересечения данной базисной полосы с данной базисной клеткой. Фактически, вычисление интеграла (2.24) в случае рассмотрения скалярных функций $\Phi_{(m-1)K1+h}(\mathbf{r})$ и $\Pi_{(\beta-1)P+p}(\mathbf{r})$, т.е. при решении рефракционной задачи, сводится к простому определению площади пересечения $S_{(m-1)K1+h, (\beta-1)P+p}$ базисного квадрата (m, h) и полосы (p, β) (серая область на рис. 2.3а): $Q_{(m-1)K1+h, (\beta-1)P+p} = S_{(m-1)K1+h, (\beta-1)P+p} / S_{\Phi}$. Если же рассматривается описание векторного поля скоростей течений или вихрей, то в (2.24) необходимо учитывать взаимную ориентацию базисных векторов. В этом случае в каждой клетке задаются два независимых базисных вектора $\Phi_{(m-1)K1+h}^{(X)}$ и $\Phi_{(m-1)K1+h}^{(Y)}$, ориентированных во взаимно перпендикулярных направлениях, – вдоль оси Ox и Oy , соответственно (рис. 2.3б). В полоске же задается одно направление базисного вектора $\Pi_{(\beta-1)P+p}(\mathbf{r})$ – вдоль оси данной полосы, которое меняется при изменении угла поворота. Теперь под интегралом в (2.24) стоит не простое произведение скалярных функций, а скалярное произведение базисных векторов, что и обозначено символом «•». Площадь пересечения базисного квадрата и полосы умножается на вес – величину этого скалярного произведения:

$$Q_{(m-1)K1+h, (\beta-1)P+p}^{(X)} = \frac{S_{(m-1)K1+h, (\beta-1)P+p}}{S_{\Phi}} \cos(\Phi_{(m-1)K1+h}^{(X)} \cdot \Pi_{(\beta-1)P+p}(\mathbf{r})),$$

$$Q_{(m-1)K1+h, (\beta-1)P+p}^{(Y)} = \frac{S_{(m-1)K1+h, (\beta-1)P+p}}{S_{\Phi}} \cos(\Phi_{(m-1)K1+h}^{(Y)} \cdot \Pi_{(\beta-1)P+p}(\mathbf{r})).$$

Перед непосредственным вычислением матрицы Q представляет интерес оценить допустимые соотношения между параметрами сравниваемых базисов, позволяющих получить удовлетворительные результаты моделирования. Так, число базисных элементов неортогонального избыточного полосчатого базиса должно превышать число квадратов (удвоенное число – в случае векторной задачи):

$$P \times B > K. \quad (2.25)$$

Кроме этого, в [173] отмечалось, что качество восстановления в полосчатом базисе сильно зависит от полноты покрытия базисными полосками области восстановления при их повороте на соседний угол. Это накладывает дополнительное ограничение на число полос и углов, имеющее вид $B > \pi P/2$. При переходе от полос к клеткам, размер которых известен, последнее ограничение переписывается в виде:

$$B > \pi\sqrt{K}/2. \quad (2.26)$$

Условие (2.26) означает, что для адекватного описания неоднородности рассматриваемыми базисами периферийная часть базисной полоски при ее повороте на соседний угол не должна сдвигаться на расстояние, большее размера базисного квадрата. Другими словами, в матрице (2.24) должны отсутствовать нулевые строки. Таким образом, для заданного количества квадратов условие (2.25) позволяет оценить общее число базисных полос P и углов их поворота B . При выполнении соотношения (2.26) можно ожидать, что спектр характеристических чисел оператора перехода Q будет приемлемым для обеспечения сравнимой устойчивости восстановления в анализируемых базисах.

В случае векторнозначных базисных функций необходимо рассматривать вдвое большее число элементов полосчатого базиса. Тогда ограничения (2.25)–(2.26) остаются справедливыми, однако $K = 2(K1)^2$ вместо $K = (K1)^2$ в скалярной задаче. Кроме этого, при рассмотрении векторных полей необходимо учитывать ту особенность, что в приближении несжимаемой жидкости вектор скорости $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ должен удовлетворять уравнению непрерывности

$$\operatorname{div} \mathbf{v}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.27)$$

С физической точки зрения это означает, что требуется равенство количества несжимаемой жидкости, втекающей и вытекающей из базисного элемента в виде полоски или клетки с центром в точке $\mathbf{r} = \{x, y\}$. Базисный вектор

полоски $\Pi_{(\beta-1)P+p}(\mathbf{r})$ характеризует параллельный поток жидкости, локализованный в полоске, и заведомо удовлетворяет уравнению непрерывности. Соотношение (2.27) накладывает дополнительные требования на коэффициенты разложения $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ по базисным векторам клеток $\Phi_k(\mathbf{r}) \equiv \{ \Phi_{(m-1)K1+h}^{(X)}(\mathbf{r}), \Phi_{(m-1)K1+h}^{(Y)}(\mathbf{r}) \}$:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{g}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K g_k^{\text{cell}} \Phi_k(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^{K1} \sum_{h=1}^{K1} \left[g_{(m-1)K1+h}^{\text{cell}(X)} \Phi_{(m-1)K1+h}^{(X)}(\mathbf{r}) + g_{(m-1)K1+h}^{\text{cell}(Y)} \Phi_{(m-1)K1+h}^{(Y)}(\mathbf{r}) \right];$$

$$\text{div } \mathbf{v}(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^{K1} \sum_{h=1}^{K1} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(g_{(m-1)K1+h}^{\text{cell}(X)} \Phi_{(m-1)K1+h}^{(X)}(\mathbf{r}) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(g_{(m-1)K1+h}^{\text{cell}(Y)} \Phi_{(m-1)K1+h}^{(Y)}(\mathbf{r}) \right) \right].$$

Согласно (2.7) неоднородность вида $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ аппроксимируется кусочно-постоянными значениями внутри клеток. Поэтому дискретным аналогом соотношения (2.27) для объема с центром \mathbf{r} в фиксированной клетке (m, h) является (полагается $\Phi_k^0 = \Phi^0 \equiv \text{const}$):

$$\left(g_{(m-2)K1+h}^{\text{cell}(X)} - g_{(m)K1+h}^{\text{cell}(X)} \right) + \left(g_{(m-1)K1+h-1}^{\text{cell}(Y)} - g_{(m-1)K1+h+1}^{\text{cell}(Y)} \right) = 0. \quad (2.28)$$

Номера клеток и соответствующая ориентация в них базисных векторов пояснены на рис. 2.4. Перебор всех клеток (m, h) , за исключением пограничных, определяет совокупность уравнений связи (2.28), реализующих

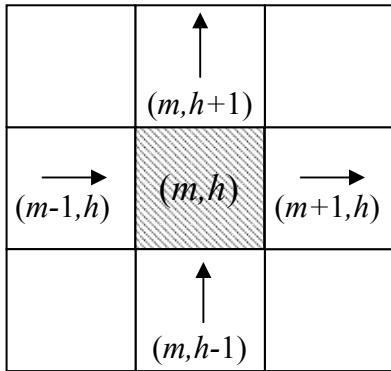


Рис. 2.4. Нумерация базисных клеток при формулировке условия непрерывности в фиксированной клетке (m, h) . Ориентация используемых базисных векторов изображена стрелками.

условие непрерывности. Количество этих уравнений составляет $K_H = (K1 - 2)^2$. В операторном виде уравнения (2.28) записываются как

$$H |g^{\text{cell}}\rangle = |O\rangle, \quad (2.29)$$

где матрица H имеет размерность $(K_H \times K)$; $|O\rangle$ – столбец из нулей размерности $(K_H \times 1)$.

Таким образом, основные соотношения (2.9)

$Q |g^{\text{band}}\rangle = |g^{\text{cell}}\rangle$ в количестве K дополняются K_H соотношениями (2.29), которые можно

включать с весовым коэффициентом $\vartheta \geq 0$. Это приводит к следующей общей системе уравнений: $\begin{pmatrix} E \\ \vartheta H \end{pmatrix} |g^{\text{cell}}\rangle = \begin{pmatrix} Q \\ O' \end{pmatrix} |g^{\text{band}}\rangle$; E – единичная матрица размерности $(K \times K)$; O' – матрица из нулей размерности $(K_H \times N)$. Отсюда $|g^{\text{cell}}\rangle = (E + \vartheta^2 H^+ H)^{-1} Q |g^{\text{band}}\rangle$, т.е.

$$|g^{\text{cell}}\rangle = Q^H |g^{\text{band}}\rangle; Q^H = (E + \vartheta^2 H^+ H)^{-1} Q. \quad (2.30)$$

Из (2.30) следует, что при учете уравнения непрерывности матрица Q в (2.9) и (2.19)–(2.22) заменяется матрицей Q^H . Матрица D^{band} по-прежнему находится из (2.16) или (2.17) при $A = A^{\text{band}}$. В случае восстановления непосредственно в клетчатом базисе, совместное рассмотрение уравнений $A^{\text{cell}} |g^{\text{cell}}\rangle = |\Delta T\rangle$ и $\vartheta H |g^{\text{cell}}\rangle = |O\rangle$ приводит к соотношению $|g^{\text{cell}}\rangle = D_H^{\text{cell}} \begin{pmatrix} \Delta T \\ O \end{pmatrix}$. Матрица $D_H^{\text{cell}} = \left((A_H^{\text{cell}})^+ A_H^{\text{cell}} + \gamma^2 E \right)^{-1} (A_H^{\text{cell}})^+$ рассчитывается

из (2.17), где $A = A^{\text{cell}}$ заменяется на $A = A_H^{\text{cell}} = \begin{pmatrix} A^{\text{cell}} \\ \vartheta H \end{pmatrix}$. Тогда выражение (2.23) приобретает вид (с точностью до размерного множителя)

$$\Gamma_0^{\text{cell}} \equiv \overline{|\delta g^{\text{cell}}\rangle \langle \delta g^{\text{cell}}|} = D_H^{\text{cell}} E_H (D_H^{\text{cell}})^+, \text{ где матрица } E_H \equiv \overline{\begin{pmatrix} \delta T \\ O \end{pmatrix} \langle \delta T \ O|} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

При вычислении интегралов (2.24) задавались единичные амплитуды $\Pi_n^0 = 1 \text{ м/с}$, $\Phi_k^0 = 1 \text{ м/с}$ базисных функций (2.7) сравниваемых представлений при всех k и n . Для построенной матрицы перехода Q (Q^H – в векторном случае) определялся спектр характеристических чисел μ_k (2.13) и обусловленность α (2.14). При выбранном количестве базисных квадратов $(K1)^2 = 36$ анализировались зависимости $\mu_k(P, B)$ и $\alpha(P, B)$ для различного соотношения между числом базисных полос P и числом углов их поворота B . Рассматривались лишь те сочетания параметров P и B , которые удовлетворяли требованиям (2.25), (2.26). Это позволило проиллюстрировать

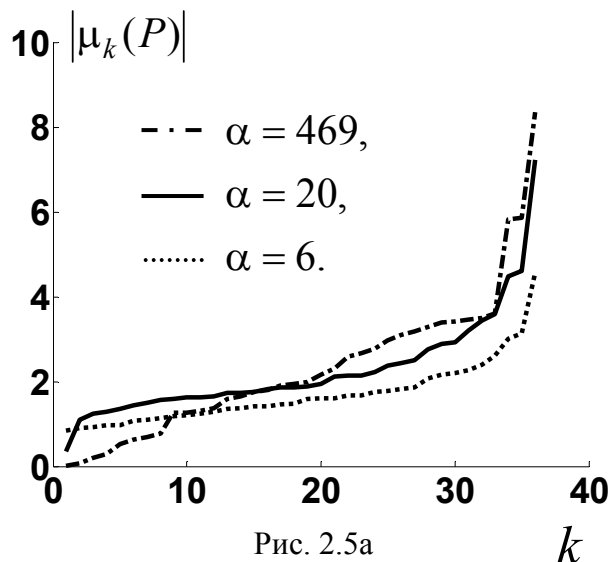


Рис. 2.5а

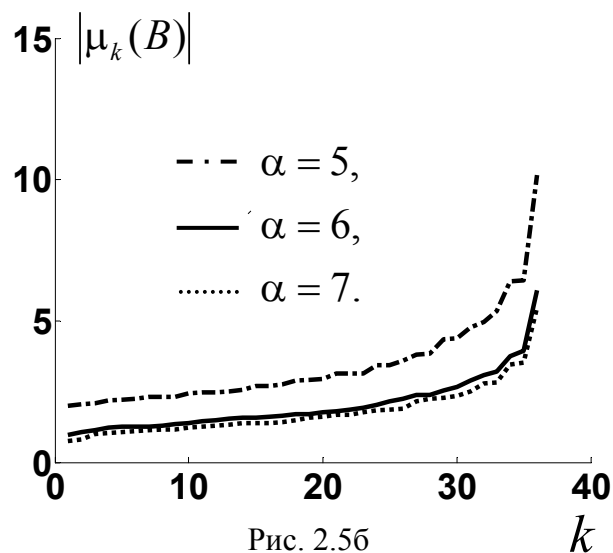


Рис. 2.5б

Рис. 2.5. Скалярная задача – зависимость спектра модуля характеристических чисел $\mu_k(P, B)$ и обусловленности $\alpha(P, B)$ оператора Q от количества базисных полос P и углов их поворота B для заданного количества базисных квадратов $K = (K1)^2 = 36$:
 (а) – при фиксированном $B=13$ количество полос составляет $P=13$ (пунктирная линия), 8 (сплошная линия) и 6 (штрихпунктирная линия);
 (б) – при фиксированном $P=10$ количество углов составляет $B=10$ (пунктирная линия), 13 (сплошная линия) и 36 (штрихпунктирная линия).
 Соответствующие значения обусловленностей приведены на графиках.

зависимость близости качества восстановления в полосчатом и клетчатом базисах от соотношений между количеством их базисных элементов. Результаты численного эксперимента для скалярного случая приведены на рис. 2.5, для векторного поля – на рис. 2.6. Для векторной задачи, увеличение веса ϑ уравнений непрерывности приводит к увеличению количества характеристических чисел оператора Q^H с относительно малыми, но не строго нулевыми значениями. Такие числа не равны строго нулю в силу грубости аппроксимации уравнения непрерывности (2.27) посредством малого количества клеток конечных размеров. Формально обусловленность оператора Q^H ухудшается. Однако с физической точки зрения это означает, что условие непрерывности делает определенные комбинации базисных элементов нереализуемыми, что не ухудшает фактическую помехоустойчивость перехода между базисами. Поэтому при оценке

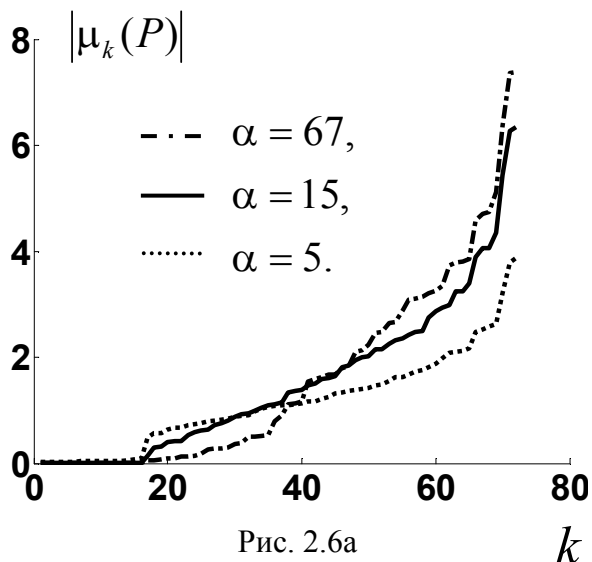


Рис. 2.6а

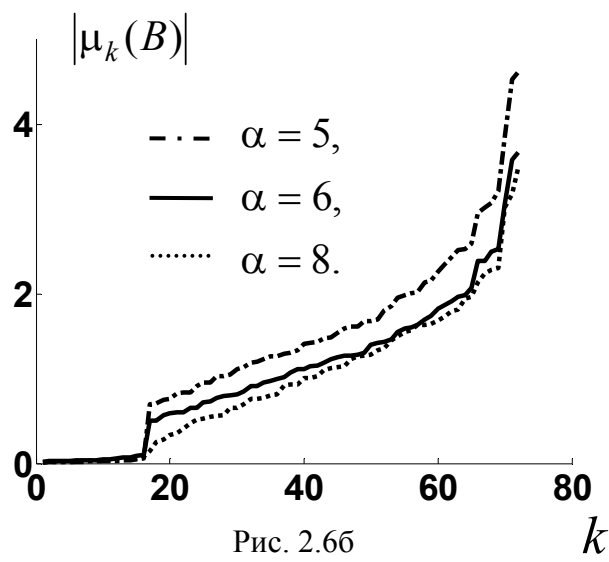


Рис. 2.6б

Рис. 2.6. Векторная задача – зависимость спектра модуля характеристических чисел $\mu_k(P, B)$ и обусловленности $\alpha(P, B)$ оператора Q_H от количества базисных полос P и углов их поворота B для заданного количества базисных квадратов $(K1)^2 = 36$ ($K = 72$ соответствующих базисных векторов):

- (а) – при фиксированном $B=19$ количество полос составляет $P=14$ (пунктирная линия), 8 (сплошная линия) и 6 (штрихпунктирная линия);**
- (б) – при фиксированном $P=14$ количество углов составляет $B=14$ (пунктирная линия), 17 (сплошная линия) и 27 (штрихпунктирная линия).**

Соответствующие значения обусловленностей приведены на графиках.

обусловленности (2.14) оператора Q^H в данном случае (рис. 2.6) в качестве минимального собственного значения использовалась величина $\lambda_{\min} = \lambda_{k_0}$ при $k = k_0 = 17$ (переход от $k = k_0$ к $k = k_0 - 1$ сопровождается скачкообразным уменьшением $|\mu_k|$).

При построении корреляционных матриц ошибок (2.22) и (2.23), коэффициент регуляризации γ^2 в (2.17) полагался равным 5×10^{-3} (в скалярном случае) и 3×10^{-3} (в векторном случае) от максимальных собственных значений соответствующих матриц A^+A , что выделяло диапазон существенно ненулевых собственных значений этих матриц. При заданном количестве приемопередающих устройств $Z = 17$ и прежнем количестве квадратов $(K1)^2 = 36$, анализировались зависимости $\chi(P, B)$ среднего значения ошибок восстановления коэффициентов разложения неоднородности по базисным клеткам (в результате перехода от

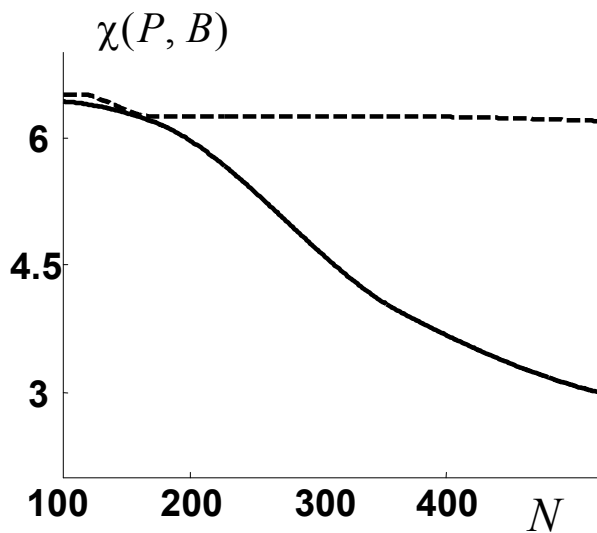


Рис. 2.7а

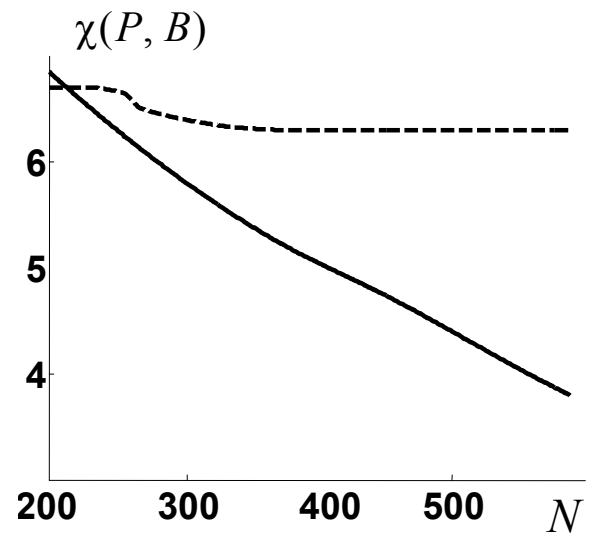


Рис. 2.7б

Рис. 2.7. Средняя ошибка χ восстановления коэффициентов разложения неоднородности в клетчатом базисе при переходе к нему через полосчатый базис; данные рассеяния содержат случайную помеху со среднеквадратичным значением 1 с. Зависимость χ от количества $N = P \times B$ базисных полос P и углов их поворота B при заданном количестве базисных квадратов $(K1)^2 = 36$ и приемопередающих устройств $Z=17$:

(а) – скалярная задача:

- изменяется P при $B = 13$ (сплошная линия);
- изменяется B при $P = 10$ (пунктирная линия);

(б) – векторная задача при $K = 72$ базисных векторах клеток:

- изменяется P при $B = 19$ (сплошная линия);
- изменяется B при $P = 14$ (пунктирная линия).

представления в виде полос):

$$\chi = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \Gamma_{kk}^{\text{cell}}} \quad (2.31)$$

где $\Gamma_{kk}^{\text{cell}}$ – k -ый диагональный элемент матрицы Γ^{cell} ; величина $\sqrt{\Gamma_{kk}^{\text{cell}}}$ равна среднеквадратичной ошибке восстановления коэффициента k -го квадрата, пересчитанного из полосчатого базиса. Надо обратить внимание на то, что абсолютные величины элементов корреляционных матриц ошибок определяются выбранной системой единиц, в которой измеряются как ошибки δT_i , так и физические величины, характеризующие рассматриваемую неоднородность. Результаты численных расчетов для скалярных и векторных полей представлены на рис. 2.7. Для определенности модели полагалось, что

диагональные элементы матрицы $|\overline{\delta T}\rangle\langle\delta T| = E$ равны 1 с^2 (реальные значения погрешностей значительно меньше), т.е. погрешность δT_i со среднеквадратичным значением в 1 с вызывает ошибку в определении скорости $\chi \cdot |\Phi_k^0| = \chi \cdot 1 \text{ м/с}$. Среднее значение ошибки восстановления коэффициентов разложения неоднородности по базисным клеткам при прямом переходе от данных рассеяния к клетчатому базису

$\chi_0 = \sqrt{\sum_{k=1}^K (\Gamma_0^{\text{cell}})_{kk}} / K$ составляло $\chi_0 = 14$ и 26 для скалярного и векторного

случаев, соответственно. При вычислении $|\mu_k|$, χ и χ_0 в векторной задаче коэффициент ϑ , характеризующий степень учета условий непрерывности (2.29) при определении коэффициентов разложения $|g^{\text{cell}}\rangle$, выбирался следующим образом. Последовательно перебирались значения ϑ , и использовалось то из них, при котором величина χ_0 оказывалась минимальной ($\chi_0 = 26$). Для рассматриваемого случая коэффициент ϑ составил 0.15 от максимального собственного значения матрицы $(A^{\text{cell}})^+ A^{\text{cell}}$. Тогда, для определения $|\mu_k|$ (рис. 2.6), а также χ (рис. 2.7б) при разных конфигурациях базисных полос, величина ϑ также полагалась равной 0.15 от максимального собственного значения матрицы $Q^+ Q$.

Полученные результаты показывают, что с увеличением общего числа полос и углов их поворота, при соблюдении условий (2.25), (2.26) обусловленность оператора перехода Q становится лучше (рис. 2.5, 2.6). Так, например, для скалярного случая с увеличением количества базисных полос $P = 6, 8, 13$ при постоянном значении $B=13$ соответствующие значения обусловленностей уменьшались $\alpha = 468, 20, 6$ (рис. 2.5а), что, в свою очередь, говорит об улучшении соответствия качества восстановления в сравниваемых базисах. Для всех рассмотренных соотношений между количеством элементов сравниваемых базисов ранг оператора $Q^+ Q$ был равен

числу базисных клеток $(K1)^2$ в скалярной задаче и $K = 2(K1)^2$ в векторной задаче. Улучшение обусловленности при увеличении только числа полос происходит за счет уменьшения в спектре характеристических чисел количества элементов с малыми значениями. При увеличении только числа углов поворота (рис. 2.5б) происходит лишь смещение спектра, а качественного изменения его формы не происходит. В итоге увеличение только количества углов поворота базисных полос несущественно влияет на обусловленность оператора Q и на помехоустойчивость процедуры перехода между базисами. Подобная ситуация наблюдается и в векторной задаче (рис. 2.6).

Средняя ошибка восстановления χ (2.31) также по-разному зависит от количества полос и углов их поворота. А именно, при увеличении только числа базисных полос P ошибка χ уменьшается намного быстрее (сплошная линия на рис. 2.7), нежели при увеличении только числа углов поворота B (пунктир). Это объясняется незначительным улучшением обусловленности оператора Q при увеличении только углов B , что приводит к несущественному (по сравнению с изменением P) улучшению помехоустойчивости полного перехода от данных рассеяния к представлению неоднородностей в клетчатом базисе, полученному при пересчете из представления на множестве полос.

Итак, качество результатов восстановления в полосчатом и клетчатом базисах сравнимо по полноте описания, если количество базисных полос P и углов их поворота B таково, что переход к базису в $(K1)^2$ квадратах осуществляется оператором Q , обладающим приемлемой обусловленностью. Следует отметить, что для однозначного восстановления неоднородностей максимальное число элементов полосчатого базиса $P \times B$ в условиях реального эксперимента не ограничено количеством используемых независимых пар гидроакустических систем приема-передачи сигналов. Благодаря избыточности базиса, количество данных может быть меньше

количества неизвестных коэффициентов разложения. Так, для успешного разрешения системы (2.3) при решении рефракционной томографической задачи с использованием полосчатого базиса не требуется выполнение условия $P \times B \leq Z(Z-1)/2$ или $P \times B \leq Z(Z-1)$ для векторной задачи, в отличие от решения задачи в безызбыточном клетчатом базисе, требующем выполнения соотношения

$$(K1)^2 \leq Z(Z-1)/2 \quad (2.32)$$

в скалярном случае и

$$2(K1)^2 \leq Z(Z-1) + K_H, \text{ т.е. } (K1+2)^2 \leq Z(Z-1) + 8 \quad (2.33)$$

в векторном случае, учитывающем $K_H = (K1-2)^2$ уравнений связи (2.29).

На рис. 2.7 приведены результаты численных расчетов для диапазона изменения параметров полосчатого базиса, когда $P \times B$ как меньше количества данных, так и больше. В любом случае значение χ уменьшается при увеличении количества полосчатых функций. Полосчатый базис, по которому раскладывается искомое возмущение гидрологии, не обязан обладать безызбыточной полнотой. Единственно, что необходимо, – возможность достижения требуемой точности разложения искомого распределения. Полученные спектры характеристических чисел оператора Q и значения обусловленностей позволяют говорить о достаточной адекватности полосчатого базиса для описания наблюдаемых эффектов возмущения гидрологии. Из анализа зависимости $\chi(P, B)$ следует, что восстановления океанических неоднородностей в томографических задачах с применением полосчатого базиса возможно с точностью, не хуже, чем точность χ_0 при использовании хорошо известного клетчатого базиса при соответствующем выборе количества базисных элементов. Преимуществом полосчатого базиса является простота построения матрицы возмущений и отсутствие сложных ситуаций, связанных с углами базисных элементов.

2.4. Примеры применения полосчатого и клетчатого базисов в томографических схемах

В приведенных ниже примерах моделируется задача томографического восстановления океанических неоднородностей в полосчатом и клетчатом базисах. При численном сравнении результатов восстановления в обоих базисах используется подход, описанный в разделе 2.3. Для простоты решается задача восстановления неоднородностей по данным о временах распространения в лучевом описании акустического поля.

Рассматривается акватория круглой формы радиуса $R_a = 10^5$ м, которая окружена $Z = 9$ приемопередающими устройствами, расположенными по периметру с равным угловым шагом. Невозмущенное значение скорости звука $c_0 = 1500$ м/с всюду одинаково, а фоновое значение скорости течений равно нулю. В качестве скалярной неоднородности $g(\mathbf{r})$, восстанавливаемой в виде коэффициентов разложения по полосчатому или клетчатому базисам, рассматривается возмущение $\Delta c(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c_0$ фазовой скорости звука гауссовой формы (рис. 2.8а): $c(\mathbf{r}) = c_0 + \Lambda \exp[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2 / 2\sigma^2]$, где $\Lambda = 3.5$ м/с, $\sigma = 5 \times 10^4$ м; центр неоднородности смещен в отрицательном направлении вдоль оси абсцисс на расстояние $|\mathbf{r}_0| = 5 \times 10^4$ м.

Для восстановления неоднородности нужно определить (при заданном Z) оптимальное число базисных элементов. С одной стороны, их количество должно обеспечивать возможность надежного разрешения системы линейных уравнений типа (2.3), где в качестве неизвестных выступают $|X\rangle = |g^{\text{cell}}\rangle$ или $|X\rangle = |g^{\text{band}}\rangle$. С другой стороны, базисные функции должны описывать восстанавливаемое возмущение гидрологии с приемлемой точностью. Так, при восстановлении скалярной неоднородности в клетчатом базисе должно выполняться соотношение (2.32), означающее, что число неизвестных коэффициентов разложения неоднородности по базису не должно превышать числа независимых линейных уравнений. При $Z = 9$ максимальное число базисных функций клеток, удовлетворяющее этому

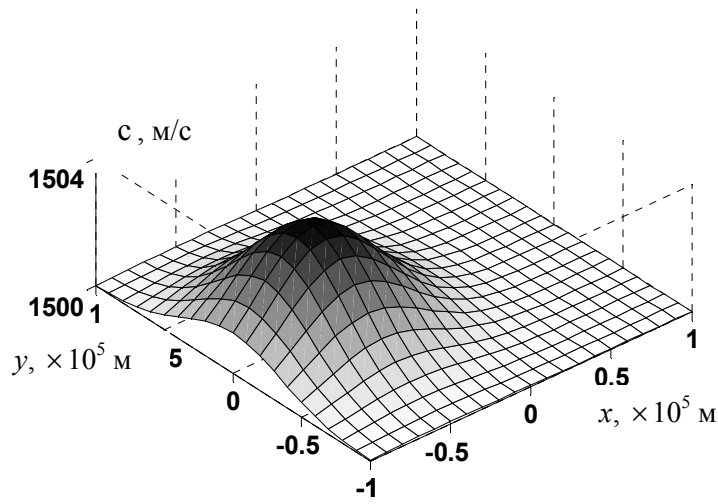


Рис. 2.8а.

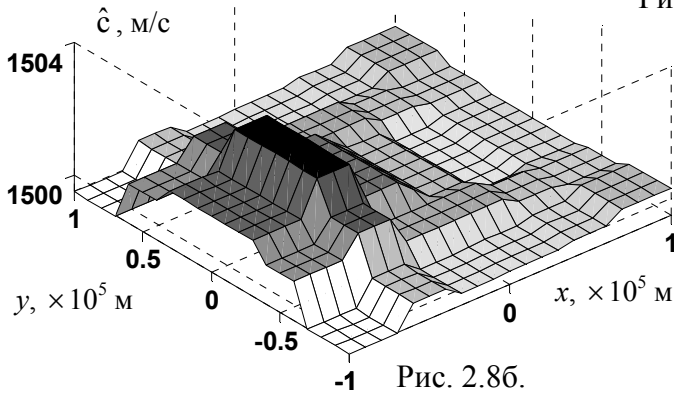


Рис. 2.8б.

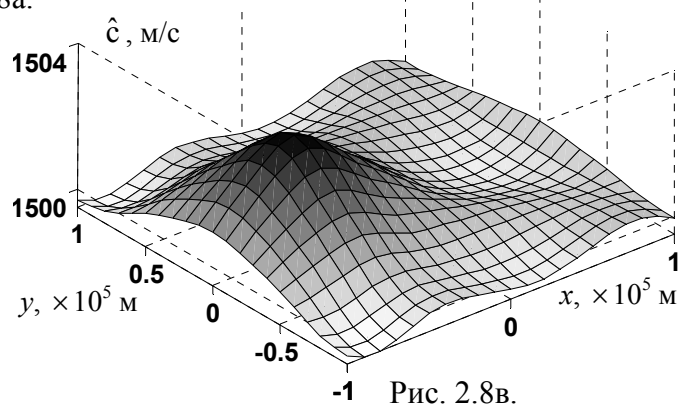


Рис. 2.8в.

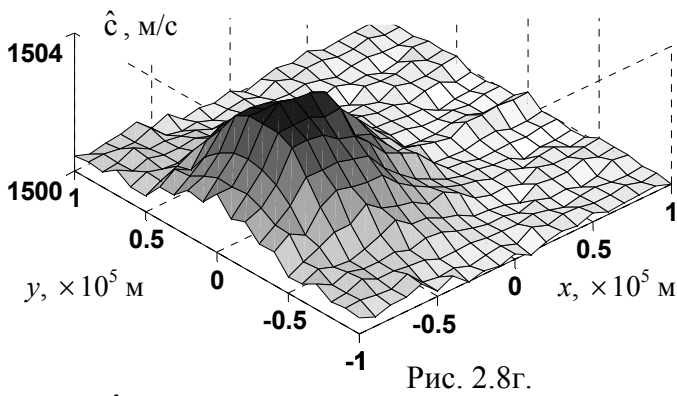


Рис. 2.8г.

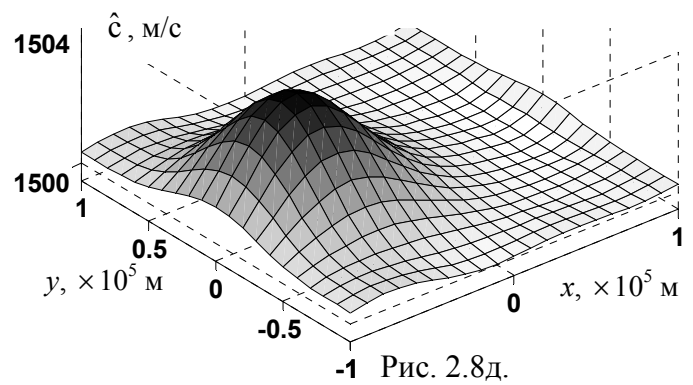


Рис. 2.8д.

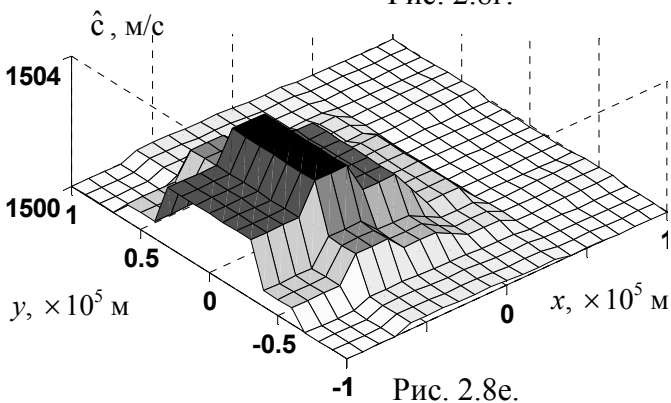


Рис. 2.8е.

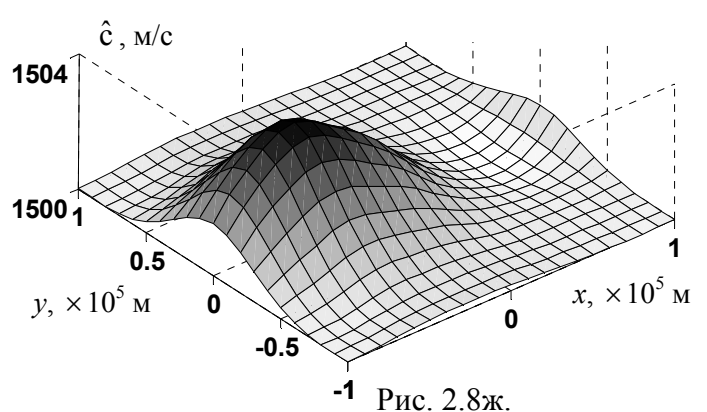


Рис. 2.8ж.

Рис. 2.8. Модельное распределение скорости звука (а) и результат восстановления этого распределения до фильтрации в клетчатом базисе дает невязку по правой части $\eta_T=3\%$ и невязку по решению $\eta_c=41\%$ (б); в полосчатом базисе $\eta_T=1\%$ и $\eta_c=11\%$ (г); в клетчатом базисе при пересчете из полосчатого базиса $\eta_c=26\%$ (е). После фильтрации $\eta_c=26\%$ в клетчатом базисе (в), $\eta_c=6\%$ в полосчатом базисе (д) и $\eta_c=15\%$ при пересчете в клетчатый базис из полосчатого базиса (ж).

условию, составляет $K = (K1)^2 = 36$. Тогда соотношение (2.32) обращается в строгое равенство, а число неизвестных в (2.3) строго равно числу линейно независимых уравнений.

Для адекватного сравнения качества восстановления в клетчатом и полосчатом базисах следует определить число базисных функций полос. Для заданного количества клеток $(K1)^2 = 36$ было выбрано число базисных полос $P=8$, число углов $B=15$. Такие параметры удовлетворяют уже упоминавшемуся ограничению $B > \pi P/2$, выполнение которого необходимо при описании неоднородностей, характерные пространственные размеры которых заранее неизвестны. Как следует из результатов раздела 2.3, качество восстановления в сравниваемых базисах при таких параметрах должны быть близким, поскольку обусловленность оператора перехода Q в этом случае равна $\alpha = 21$, ранг оператора Q^+Q совпадает с числом базисных квадратов $K = (K1)^2 = 36$, а значение $\chi = 3$ меньше соответствующего значения $\chi_0 = 7$, что говорит о достаточности числа элементов полосчатого базиса.

При разрешении системы типа (2.3) использовалась регуляризованная оценка вида (2.6); регуляризирующий коэффициент γ^2 полагался равным 10^{-3} от максимального собственного значения соответствующего аналога матрицы A^+A для каждого базиса отдельно. Величина возмущения скорости звука в элементах обоих базисов превышала фоновое невозмущенное значение на $\Pi_n^0 = \Phi_k^0 = 5$ м/с. При пересчете данных рассеяния в клетчатый базис через представление на множестве полос использовались соотношения (2.9), (2.24). На рис. 2.8б, 2.8г, 2.8е представлены распределения по акватории скорости звука $\hat{c}(\mathbf{r})$, восстановленные, соответственно, с помощью клетчатого и полосчатого базисов, а также при пересчете коэффициентов разложения неоднородности, найденных в полосчатом представлении, в представление в виде базисных клеток. Для улучшения

качества оценок можно воспользоваться априорной информацией о восстанавливаемых неоднородностях. Так как реальные океанические неоднородности имеют гладкую структуру без резких границ, то высокочастотная часть пространственного спектра восстановленной неоднородности носит ошибочный характер и может быть отброшена, например, путем фильтрации, т.е. плавного уменьшения амплитуды спектра до нуля с ростом абсолютного значения пространственной частоты, начиная с некоторого ее значения ξ_0 . Распределения, полученные после фильтрации, представлены на рис. 2.8в, 2.8д, 2.8ж. Как видно, пиковое значение, форма и расположение неоднородности восстановлены обоими базисами достаточно точно. Пространственный спектр был ослаблен вне круга радиуса $\xi_0 = 3/\sigma$, спадание к нулю задавалось по экспоненциальному закону (сдвиг пространственной частоты на величину ξ_0 соответствует уменьшению амплитуды спектра в 1.4 раза).

Точность полученных результатов оценивалась с помощью величины невязок по решению η_c и по правой части η_T системы уравнений (2.3):

$$\eta_c = \sqrt{\sum_d |c(\mathbf{r}_d) - \hat{c}(\mathbf{r}_d)|^2 / \sum_d c^2(\mathbf{r}_d)} \quad \text{и} \quad \eta_T = \sqrt{\sum_i |\Delta T_i - \Delta \hat{T}_i|^2 / \sum_i |\Delta T_i|^2}, \quad \text{где}$$

$c(\mathbf{r}_d)$ и $\hat{c}(\mathbf{r}_d)$ – истинное и восстановленное значения скорости при дискретном значении \mathbf{r}_d ; $\Delta \hat{T}$ – правая часть системы уравнений (2.3), полученная при подстановке в нее решения $X = \Delta \hat{c}(\mathbf{r})$; ΔT – возмущения акустического поля (в терминах времен пролета), вносимые истинной неоднородностью (i – индекс пары излучатель-приемник). Полученные сравнимые значения невязок (см. подписи к рис. 2.8) говорят о сопоставимости качества восстановления скалярной неоднородности с помощью рассматриваемых базисов. Более того, результаты восстановления как в полосчатом базисе, так и при пересчете этих результатов в клетчатый базис оказываются лучше по невязке решения, по сравнению с непосредственным использованием клетчатого базиса.

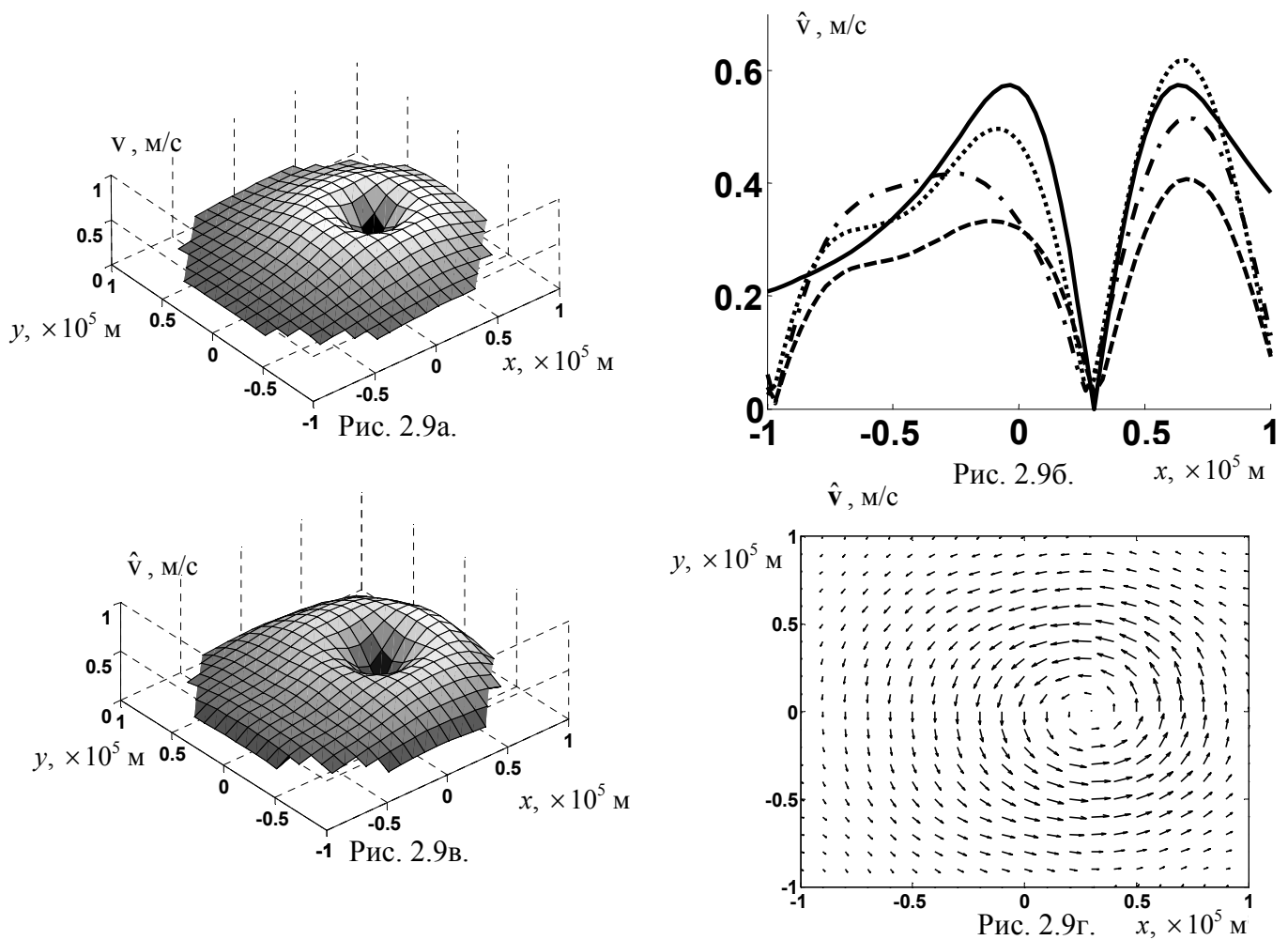


Рис. 2.9. Исходное распределение модуля скорости течения в форме вихря Озеена (а), сечение которого вдоль оси абсцисс изображено на (б) сплошной линией, восстановлено после фильтрации в клетчатом базисе с невязкой по правой части $\eta_T=4\%$ и невязкой по решению $\eta_c=25\%$ (сечение – б, пунктирная линия); в полосчатом базисе $\eta_T=4\%$ и $\eta_c=10\%$ (сечение – б, линия в виде точек); в клетчатом базисе при пересчете из полосчатого базиса $\eta_c=16\%$ (сечение – б, штрихпунктирная линия). Восстановленное в полосчатом базисе распределение модуля (в) и векторного поля (г) скорости течения.

В качестве неоднородности кинетического типа рассматривался поток в виде вихря Озеена, центр которого смещен на расстояние 3×10^4 м вдоль положительного направления оси абсцисс. Радиальный профиль азимутальной скорости течения имеет вид (рис. 2.9а):

$$V(|\mathbf{r}|) = \Omega_0 R_0^2 [1 - \exp(-|\mathbf{r}|^2 / R_0^2)] / |\mathbf{r}|, \text{ где } \Omega_0 = 0.00003 \text{ рад/с, } R_0 = 3 \times 10^4 \text{ м.}$$

При построении матрицы возмущений, в отличие от скалярного случая, в каждой базисной клетке задавалось два независимых ортогональных базисных

вектора течений, коллинеарных осям абсцисс и ординат; их модуль полагался равным $\Phi_k^0 = 1$ м/с. Это приводит к двукратному увеличению количества базисных функций клеток, удовлетворяющих условию (2.33); $K_H = 16$. Число базисных полос составляло $P=8$, число углов $B=31$. В каждой базисной полоске задавался вектор скорости течения с модулем $\Pi_n^0 = 1$ м/с и направлением, совпадающим с ориентацией полоски. Величина обусловленности оператора Q^H в этом случае составляет $\alpha=32$, а ранг оператора $(Q^H)^+ Q^H$ равен $K = 2(K1)^2 = 72$. Значение $\chi = 9$ меньше соответствующего значения $\chi_0 = 20$. Весовой коэффициент ϑ в условиях (2.28), (2.29) составлял 0.3 от максимального собственного значения матрицы $Q^+ Q$ при переходе от полос к клеткам или матрицы $(A^{\text{cell}})^+ A^{\text{cell}}$ при восстановлении непосредственно в клетчатом базисе. Для системы (2.3) с соответствующей матрицей A искалось решение типа (2.6) как в клетчатом ($A = A_H^{\text{cell}}$ при учете условий непрерывности), так и в полосчатом ($A = A^{\text{band}}$) базисах. Регуляризирующий коэффициент γ^2 составлял 10^{-2} от максимального собственного значения матриц $A^+ A$. На рис. 2.9б-2.9г приведены результаты восстановления (после фильтрации, спектр ослаблялся вне круга радиуса $\xi_0 = 9/2R_0$). Амплитудное значение, структура и расположение вихря восстановились достаточно хорошо, о чем также говорят величины невязок η_c и η_T при описании в сравниваемых базисах. При этом невязка по решению в полосчатом базисе, а также в клетчатом базисе при пересчете из полосчатого, как и в случае томографии скалярной неоднородности, оказалась меньше, по сравнению с непосредственным восстановлением в клетчатом базисе. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что при соответствующем выборе количества базисных элементов, когда обусловленность оператора перехода между представлениями неоднородностей в двух базисах принимает приемлемое значение, результаты восстановления в рассматриваемых базисах сравнимы как по

полноте описания возмущений гидрологии, так и по ошибкам восстановления. Кроме того, клетчатый базис оказался более грубой конструкцией для восстановления плавных неоднородностей, нежели базис в виде полос, что видно из результатов восстановления (рис. 2.8, 2.9) и подтверждается значениями невязок.

2.5. Краткие выводы к главе 2

Предложен метод, позволяющий сравнить возможности описания океанических неоднородностей с использованием базисов различного типа. Сравнение полосчатого базиса и «традиционных» базисов (типа непересекающихся квадратов) показало, что они практически равноценны в смысле качества восстановления неоднородностей. Поскольку введенный базис избыточен и неортогонален, показано, что стандартные требования на базис, такие как его безызбыточная полнота и ортогональность, можно существенно ослабить в тех случаях, когда для этого имеется необходимая априорная информация. Практически единственное условие, которому должны удовлетворять используемые базисы, состоит в их относительной полноте (то есть их достаточности для описания восстанавливаемой неоднородности с требуемой точностью) и приближенной аддитивности учитываемых эффектов. Преимущество использования полосчатого базиса в задачах томографии определяется соображениями удобства, в первую очередь, – при решении прямой задачи с целью построения матрицы возмущений, а также при решении обратной задачи восстановления неоднородностей рефракционного и кинетического типов в едином подходе. Выбор полосчатого базиса более удобен в процессе построения как лучевой, так и волновой картины, поскольку позволяет избежать необходимости многократного применения интерполяционных процедур. Последние соображения делают предпочтительным использование полосчатого базиса и других базисов мозаичного типа.

Глава 3. Решение комбинированной обратной задачи (рефракционная неоднородность и течение) в полосчатом базисе

Акустический сигнал, прошедший через океаническую среду с рефракционными неоднородностями и потоками жидкости, содержит информацию, позволяющую применить томографические методы для реконструкции комбинированных скалярно-векторных неоднородностей.

Далее рассматриваются теоретические и прикладные аспекты предлагаемых методов томографического восстановления комбинированных неоднородностей в океане, что позволяет предложить эффективный алгоритм совместного восстановления двумерных скалярных и векторных неоднородностей в приближении несжимаемой жидкости. Для построения томографической схемы используется полосчатый базис. В Главе 2 показано, что такой базис достаточно удобен, поскольку облегчает решение прямой задачи при построении матрицы возмущений, т.е., в конечном счёте, задачи восстановления неоднородности. Задача решается при лучевом и волновом описании акустического поля.

3.1. Обоснование возможности одновременного томографического восстановления скалярно-векторных неоднородностей

Томографическое восстановление комбинированных неоднородностей, как правило, осуществляется при разделении эффектов влияния их скалярной $\Delta c(\mathbf{r})$ и векторной $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ компонент [39–42]. Реконструкция неоднородности скорости звука $\Delta c(\mathbf{r})$ проводится хорошо известными методами скалярной томографии [12, 43]. Однако при восстановлении вектора скорости потока возникают определенные трудности. В общем случае, когда компоненты $v_x(\mathbf{r})$, $v_y(\mathbf{r})$ вектора скорости течения $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ являются независимыми функциями, задача восстановления движущихся неоднородностей в лучевой схеме является недоопределенной [42, 73], в то время как методы волновой

(дифракционной) томографии позволяют осуществить однозначную реконструкцию полного поля $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ [39–42]. Томографическое восстановление векторных неоднородностей существенно упрощается при рассмотрении течения несжимаемой жидкости $\operatorname{div} \mathbf{v}(\mathbf{r}) = 0$, что вполне применимо ко многим видам движения в океане. Учет этого условия приводит к тому, что любое течение несжимаемой жидкости в ограниченной области можно представить как полностью соленоидальное. Действительно, рассмотрим произвольное поле $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, представимое в виде разложения (1.4), характеризующее скорость движения несжимаемой жидкости ($\operatorname{div} \mathbf{v}(\mathbf{r}) = \Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$) в ограниченной области \mathcal{R} . Следует отметить, что однозначное разложение (1.4) векторного поля на соленоидальную и потенциальную компоненты справедливо, строго говоря, при рассмотрении задачи во всем пространстве. В случае описания в финитной области \mathcal{R} каждая из компонент $\mathbf{v}^{\text{sol}}(\mathbf{r})$, $\mathbf{v}^{\text{irrot}}(\mathbf{r})$, определена с точностью до слагаемого $\mathbf{v}^0(\mathbf{r})$, для которого $\operatorname{div} \mathbf{v}^0(\mathbf{r}) = 0$ [181, с. 178] (т.е. с точностью до любого течения несжимаемой жидкости!!!). Добавляя и вычитая из правой части первого соотношения в системе (1.4) поле $\mathbf{v}^0(\mathbf{r}) = -\operatorname{grad}\Phi^0(\mathbf{r})$, следует положить $\operatorname{grad}\Phi^0(\mathbf{r}) = \operatorname{grad}\Phi(\mathbf{r})$, что всегда можно сделать в силу неоднозначности разложения (1.4) в финитной области:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \operatorname{grad} \Phi(\mathbf{r}) - \operatorname{grad} \Phi^0(\mathbf{r}) + \operatorname{rot} \Psi(\mathbf{r}) + \operatorname{grad} \Phi^0(\mathbf{r}) = \operatorname{rot} \Psi(\mathbf{r}) + \operatorname{grad} \Phi^0(\mathbf{r}).$$

Далее необходимо определить компоненты векторного потенциала, для которого справедливо соотношение $\operatorname{rot} \Psi^0(\mathbf{r}) = \operatorname{grad} \Phi^0(\mathbf{r})$, в двумерном случае записываемое в виде системы:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi_z^0(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial \Phi^0(x, y)}{\partial x}, \\ \frac{\partial \Psi_z^0(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi^0(x, y)}{\partial y}. \end{cases} \quad (3.1)$$

где $\Phi^0(\mathbf{r}) = \Phi^0(x, y)$; векторный потенциал характеризуется одной z -ой компонентой $\Psi_z^0(\mathbf{r}) = \Psi_z^0(x, y)\hat{\mathbf{z}}$, где $\hat{\mathbf{z}}$ – единичный вектор, нормальный к плоскости (x, y) , образующий правую тройку векторов с ортами $\hat{\mathbf{x}}$ и $\hat{\mathbf{y}}$. Полученные соотношения (3.1) совпадают с уравнениями Коши-Римана [181, с. 491] для гармонически сопряженных в области \mathfrak{R} функций. Если $\Phi^0(x, y)$ и $\Psi_z^0(x, y)$ не содержат особенностей в \mathfrak{R} , то эти функции определяют одна другую всюду в \mathfrak{R} с точностью до аддитивной постоянной (эта постоянная не влияет на результат реконструкции векторного поля $\mathbf{v}(\mathbf{r})$). Таким образом, произвольное векторное поле $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ скорости течения несжимаемой жидкости, первоначально заданное в виде (1.4), может быть представлено в финитной акватории, как полностью соленоидальное $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \text{rot } \Psi_z(\mathbf{r}) + \text{rot } \Psi_z^0(\mathbf{r})$ (предполагается, что $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ не содержит особенностей в \mathfrak{R}). Иными словами, скорость крупномасштабных движений океана, в том числе вихрей и глобальных течений типа Гольфстрима, в приближении несжимаемой жидкости является соленоидальным векторным полем в ограниченной области, не содержащей источников этого поля. Тогда полное поле $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ однозначно определяется векторным потенциалом $\Psi(\mathbf{r})$, в двумерном случае – его z -ой компонентой. В результате становится излишним восстановление потенциальной компоненты течений, требующей, как показано в [41, 42], дополнительных измерений нормальной составляющей поля $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ на границе исследуемой акватории. Таким образом, задача восстановления течения несжимаемой жидкости в этом случае сводится к определению ее векторного потенциала $\Psi(\mathbf{r})$, что может быть осуществлено как при лучевом [41, 69, 70], так и волновом [39, 42] описании акустического поля на основе только данных рассеяния. Это сильно упрощает задачу построения томографической схемы и математическую сторону задачи, поскольку, во-первых, не требует дополнительных измерений нормальной составляющей скорости на периметре акватории (что ранее представлялось необходимым), и, во-вторых, позволяет описать все

кинетические неоднородности (вихри и глобальные течения), а также рефракционные параметры океана в едином представлении.

3.2. Восстановление океанических неоднородностей при лучевом описании акустического поля

Главными достоинствами лучевой теории являются физическая наглядность и относительная простота получаемых формул, а также возможность ее применения на достаточно больших расстояниях. При решении томографической задачи ниже рассматривается акватория круглой формы, окруженная по периметру приемно-передающими устройствами. Предполагается, что каждый из источников поочередно излучает сигнал, который регистрируется всеми приемниками. Наличие неоднородности приводит к искривлению траекторий лучей и появлению дополнительных временных задержек, что является исходной информацией для томографического восстановления неоднородностей. Возмущение времени распространения сигнала вдоль луча, соединяющего i -ую пару «источник-приемник», которое вызвано наличием неоднородности скорости течения $\Delta \mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}(\mathbf{r}) - \mathbf{v}_0(\mathbf{r})$ и возмущением скорости звука $\Delta c(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c_0(\mathbf{r})$ относительно их фоновых значений $\mathbf{v}_0(\mathbf{r})$ и $c_0(\mathbf{r})$, имеет вид [43]:

$$\Delta t_i = \int_{L_i} \frac{dl}{c(\mathbf{r}) + \mathbf{v}(\mathbf{r})\boldsymbol{\tau}_i(\mathbf{r})} - \int_{L_i^0} \frac{dl^0}{c_0(\mathbf{r}) + \mathbf{v}_0(\mathbf{r})\boldsymbol{\tau}_i^0(\mathbf{r})}, \quad (3.2)$$

где $\boldsymbol{\tau}_i(\mathbf{r})$ и $\boldsymbol{\tau}_i^0(\mathbf{r})$ – единичные векторы, касательные к траекториям L_i и L_i^0 в возмущенной и невозмущенной средах, соответственно. Полагая $|\mathbf{v}(\mathbf{r})|/c_0(\mathbf{r}) \ll 1$ и $|\Delta c(\mathbf{r})|/c_0(\mathbf{r}) \ll 1$, что выполняется в реальном океане, и рассматривая случай $\mathbf{v}_0(\mathbf{r}) \equiv 0$, т.е. $\Delta \mathbf{v}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{v}(\mathbf{r})$, в первом приближении по $|\mathbf{v}(\mathbf{r})|/c_0(\mathbf{r})$ и $|\Delta c(\mathbf{r})|/c_0(\mathbf{r})$ можно получить

$$\Delta t_i \approx - \int_{L_i^0} \frac{\Delta c(\mathbf{r}) dl^0}{c_0^2(\mathbf{r})} - \int_{L_i^0} \frac{\mathbf{v}(\mathbf{r})\boldsymbol{\tau}_i^0(\mathbf{r}) dl^0}{c_0^2(\mathbf{r})}. \quad (3.3)$$

Перебор всех пар «источник-приемник» позволяет получить набор измерений Δt_i , которые являются исходными данными для нахождения

неизвестных $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ и $\Delta c(\mathbf{r})$. Представление томографируемых характеристик среды

$$\Delta c(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^J x'_j \Theta_j(\mathbf{r}); \quad \mathbf{v}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^K x''_k \Theta_k(\mathbf{r}), \quad (3.4)$$

в виде линейной комбинации конечного числа скалярных $\Theta_j(\mathbf{r})$, $j = \overline{1, J}$ (для описания $\Delta c(\mathbf{r})$) и векторнозначных $\Theta_k(\mathbf{r})$, $k = \overline{1, K}$ (для описания течений и вихрей) базисных функций, не обязательно ортогональных, но обладающих полнотой, достаточной для восстановления неоднородностей с требуемой точностью, позволяет представить систему уравнений (3.3) в виде

$$\Delta t_i = \sum_{j=1}^J A'_{ij} x'_j + \sum_{k=1}^K A''_{ik} x''_k \equiv \sum_{m=1}^M A_{im} x_m, \quad M = J + K. \quad \text{Для удобства вновь}$$

используется запись в матричной форме в обозначениях Дирака: $| \rangle$ – для вектор-столбца, $\langle |$ – для вектор-строки. В этой форме рассматриваемая система уравнений имеет вид, аналогичный (2.3):

$$A |X\rangle = |\Delta T\rangle, \quad (3.5)$$

но матрица возмущений $A = [A' \ A'']$ состоит из двух блоков с элементами:

$$A'_{ij} = \int_{L_i} \frac{dl}{c_0(\mathbf{r}) + \Theta_j(\mathbf{r})} - \int_{L_i^0} \frac{dl^0}{c_0(\mathbf{r})} \approx - \int_{L_i^0} \frac{\Theta_j(\mathbf{r})}{c_0^2(\mathbf{r})} dl^0, \quad A''_{ik} \approx - \int_{L_i^0} \frac{\Theta_k(\mathbf{r}) \boldsymbol{\tau}^0(\mathbf{r})}{c_0^2(\mathbf{r})} dl^0.$$

Вектор-столбец $|\Delta T\rangle$ состоит из значений временных задержек сигналов Δt_i ,

а вектор $|X\rangle = \begin{pmatrix} |x'\rangle \\ |x''\rangle \end{pmatrix}$ – из неизвестных безразмерных коэффициентов

разложения восстанавливаемых неоднородностей по базисам $\Theta_j(\mathbf{r})$ и $\Theta_k(\mathbf{r})$.

МНК-решение системы (3.5), регуляризованное в простейшем случае путем добавления к $A^+ A$ единичной матрицы E с весовым коэффициентом γ^2 , имеет вид (2.6). Таким образом, интегральные уравнения (3.3) сводятся к системам линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения функций $\Delta c(\mathbf{r})$ и $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ по выбранным базисам.

Важно, что, в отличие от [41, 70], в предлагаемом подходе не рассматривается явное разделение эффектов влияний рефракции и течения жидкости, описываемого скалярным и векторным потенциалом, с последующим раздельным восстановлением соленоидальной и безвихревой составляющей скорости течения. Вместо этого решается задача полного восстановления в едином подходе всех компонент неоднородности, ответственных за наблюдаемые возмущения в принятых данных. В процессе решения нет необходимости работать с пространственными спектрами в явном виде. Матрица возмущений A в (3.5), составленная для достаточно большого количества ракурсов облучения и приема, учитывает при решении все рассмотренные в [41, 70] возможности восстановления.

В качестве исходных, при решении томографической задачи, в регионе задаются фоновые значения параметров среды, например, среднесезонные. В каждой полосе возмущение скорости звука определяется в виде базисной функции $\Theta_j(\mathbf{r})$, и рассчитывается вызванное им возмущение принимаемых данных (изменения времён распространения вдоль лучей или результирующее возмущение поля) для каждой пары источник-приемник. Проведение аналогичных вычислений для всех базисных полос, расположенных под всеми углами, приводит к матрице возмущений A' , определяющей влияние скалярных неоднородностей $\Delta c(\mathbf{r})$ в (3.3). Возмущение скорости течения в виде базисных функций $\Theta_k(\mathbf{r})$ (направление течения $\Theta_k(\mathbf{r})$ совпадает с направлением полос, а модуль его скорости одинаков для всех базисных функций), определяет матрицу возмущений A'' , описывающую влияние векторных неоднородностей $\Delta \mathbf{v}(\mathbf{r})$ в (3.3). Решение (2.6) системы (3.5) дает коэффициенты разложения $|X\rangle$ по введенным в (3.4) базисам. Оценка неоднородности осуществляется по формулам (3.5) путём взвешенного сложения возмущений в полосах, т.е. суммирования базисных возмущений с весами, равными значениям восстановленных коэффициентов $|X\rangle$. Для улучшения качества восстановления можно воспользоваться

априорной информацией об искомым неоднородностях. Так как реальные океанические неоднородности имеют гладкую структуру без резких границ, то пространственный спектр восстановленной неоднородности может быть скорректирован путем фильтрации.

При компьютерном моделировании схемы восстановления векторных неоднородностей невозмущенная задача соответствовала неподвижной среде $\mathbf{v}_0(\mathbf{r}) \equiv 0$, $\Delta \mathbf{v}(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{v}(\mathbf{r})$ с постоянной скоростью звука $c_0 \equiv \text{const}$. На этапе решения прямой задачи, возмущения времен Δt_i распространения сигнала, вызванные отклонением параметров акватории относительно фоновых значений, находились из уравнения эйконала движущейся неоднородной среды [43]. В приближении $|\mathbf{v}(\mathbf{r})|/c_0(\mathbf{r}) \ll 1$, $|\Delta c(\mathbf{r})|/c_0(\mathbf{r}) \ll 1$ уравнение эйконала сводится к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка [26], что позволяет рассчитать траекторию луча при заданном распределении неоднородностей $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ и $\Delta c(\mathbf{r})$. Временные задержки сигналов Δt_i вычислялись с помощью соотношения (3.2), без учета линейного приближения (3.3). Для неподвижной однородной фоновой среды полосчатый базис позволяет построить матрицу возмущений A без решения уравнения эйконала. В этом случае преломление луча происходит только на границе базисной полосы, и для построения траектории можно воспользоваться простым геометрическим способом, что существенно облегчает решение прямой задачи. При вычислении элементов матрицы A' преломление луча рассчитывается с помощью закона Снеллиуса. При построении матрицы A'' модуль скорости и направление распространения сигнала вдоль луча в базисной полосе с прямолинейно-параллельным течением $\Theta_k(\mathbf{r})$ определяется вектором лучевой скорости $\mathbf{c}_{i,k}^{\text{ray}}(\mathbf{r}) = c_0 \boldsymbol{\tau}_i^0(\mathbf{r}) + \Theta_k(\mathbf{r})$ [43, 44], где $\boldsymbol{\tau}_i^0(\mathbf{r})$ – единичный вектор, касательный к траектории луча между i -ой парой «источник-приемник» в невозмущенной среде, определяемый углом выхода луча из источника.

При моделировании рассматривалась акватория радиуса $R_a = 10^5$ м,

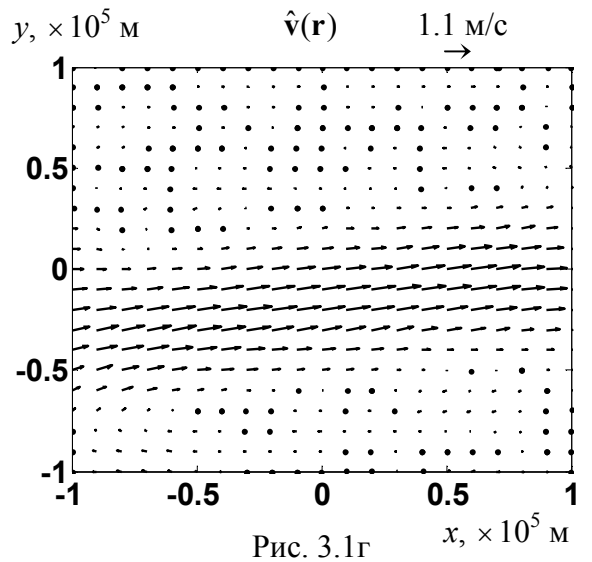
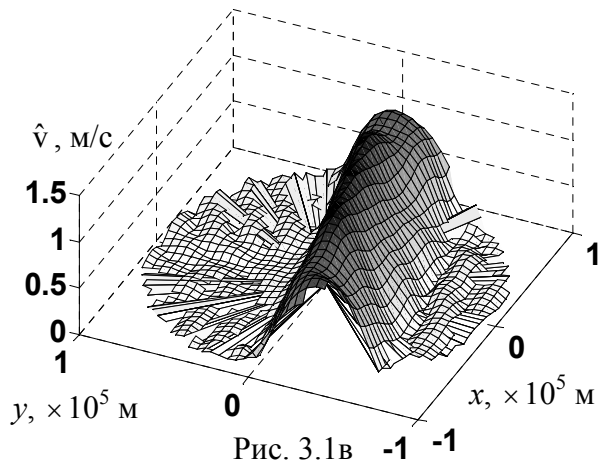
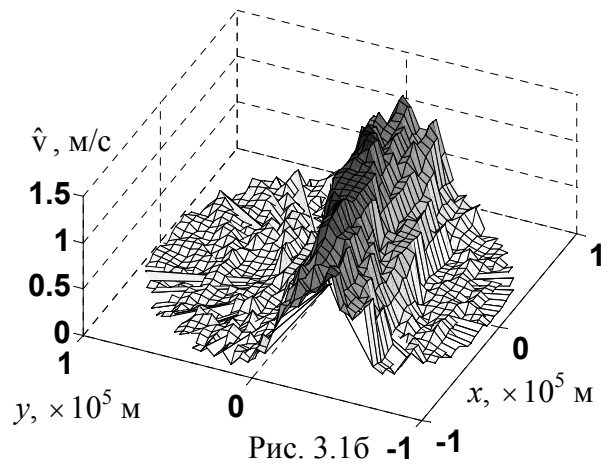
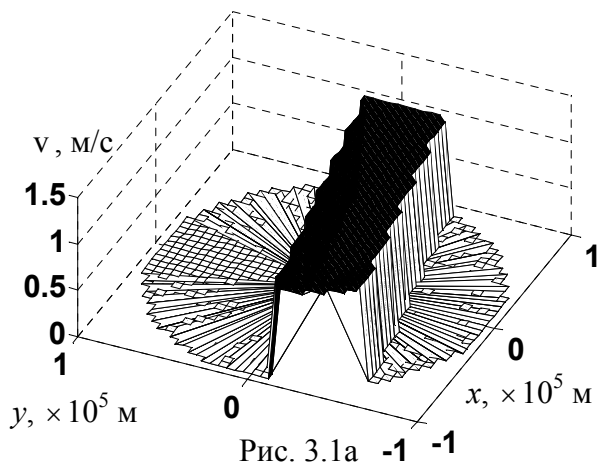


Рис. 3.1. Модельное течение в виде прямолинейно-параллельного потока: модуль скорости (а); результат его восстановления в лучевом приближении до фильтрации дает невязку по решению $\eta_v=0.38$ и невязку по правой части $\eta_T=0.1$ (б); после фильтрации $\eta_v=0.34$ (в); восстановленное профильтрованное распределение вектора скорости течения (г).

окруженная $Z = 18$ равномерно расположенными по периметру приемно-передающими устройствами. Последовательный перебор источников и приемников позволяет получить вектор относительных временных задержек $\langle \Delta T \rangle$ в (2.3), элементы которого (3.2) вычислялись с помощью уравнения эйконала. Матрица возмущений A состояла из одного блока A'' , определенного для количества базисных полос $P = 8$ и углов их поворота

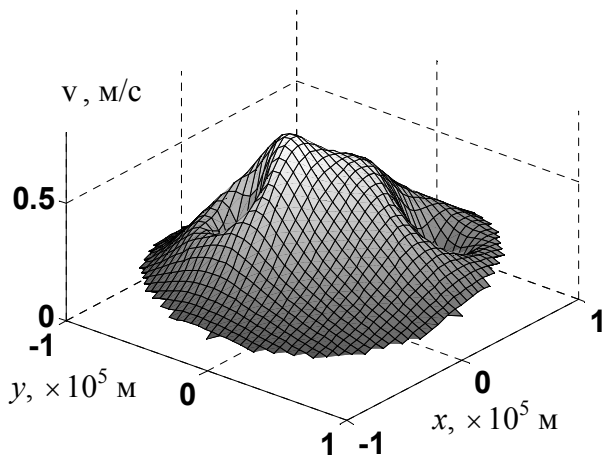


Рис. 3.2а

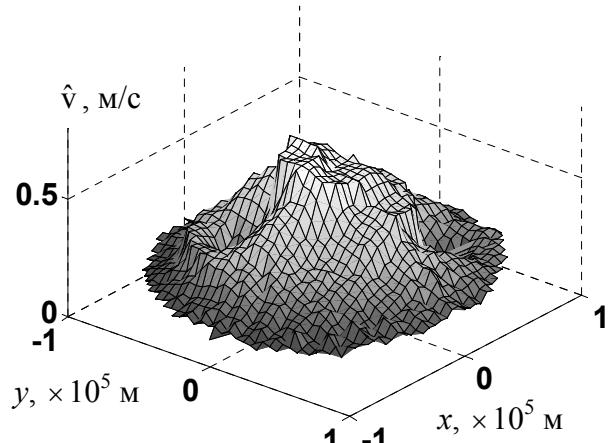


Рис. 3.2б

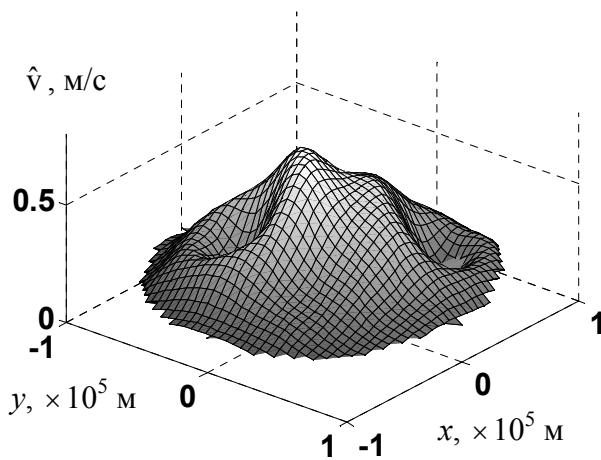


Рис. 3.2в

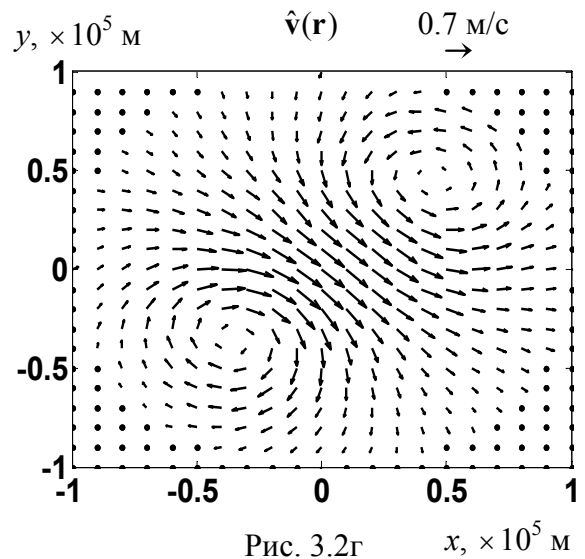


Рис. 3.2г

Рис. 3.2. Модельное течение в виде двух вихрей Озеена: модуль скорости (а); результат его восстановления в лучевом приближении до фильтрации дает невязки $\eta_v=0.18$ и $\eta_T=0.09$ (б); после фильтрации $\eta_v=0.14$ (в); восстановленное профильтрованное распределение вектора скорости течения (г).

$B = 31$. В каждой базисной полосе задавался вектор скорости течения $\Theta_k(\mathbf{r})$ с модулем 1 м/с и направлением, определяемым углом поворота полосы. Элементы матрицы A вычислялись простым геометрическим методом, т.е. правая часть $|\Delta T\rangle$ и матрица возмущений системы (3.5) вычислялись разными способами. На рис. 3.1 приведены результаты восстановления неоднородности в виде прямолинейно-параллельного течения со скоростью $|\mathbf{v}(\mathbf{r})| = 1 \text{ м/с}$, локализованного в полосе с шириной $0.5R_a$, повернутой под углом 0.05π к оси абсцисс (рис. 3.1а). Фоновое значение скорости звука полагалось $c_0 = 1500 \text{ м/с}$. Регуляризирующий коэффициент γ^2 в (2.6) составлял

10^{-2} от максимального собственного значения матрицы A^+A . Важно, что ориентация восстанавливаемого потока и его геометрические размеры не совпадали с соответствующими параметрами какой-либо базисной полосы. На заключительном этапе осуществлялась фильтрация, заключающаяся в подавлении высокочастотной части пространственного спектра восстановленного изображения (рис. 3.1б, 3.1в, 3.1г).

На рис. 3.2 представлены результаты реконструкции неоднородности в виде двух вихрей Озеена, радиальный профиль азимутальной скорости которой имеет вид:

$$v(|\mathbf{r}|) = \Omega_1 R_1^2 \left[1 - \exp\left(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|^2 / R_1^2\right) \right] / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1| + \Omega_2 R_2^2 \left[1 - \exp\left(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|^2 / R_2^2\right) \right] / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|.$$

Параметры вихрей составляли: $\Omega_1 = 0.00002$ рад/с,
 $R_1 = 0.3R_a$, $\mathbf{r}_1 = \{0.4R_a, 0.4R_a\}$; $\Omega_2 = 0.00004$ рад/с,
 $R_2 = 0.2R_a$, $\mathbf{r}_2 = \{-0.3R_a, -0.3R_a\}$. При решении обратной задачи

использовались те же матрица возмущений A и коэффициент регуляризации γ^2 , как и в случае прямолинейно-параллельного потока.

Для подтверждения возможности томографического восстановления полного поля скорости различных типов течений несжимаемой жидкости без задания дополнительных граничных условий, ниже приводятся результаты реконструкции векторных неоднородностей $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, которые можно описать как потенциальные [182, с. 361] в исследуемой области – $\text{rot } \mathbf{v}(\mathbf{r}) = 0$, $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \text{grad } \Phi(\mathbf{r})$. Рассматривалось прямолинейно-параллельное течение, повернутое под углом β к оси абсцисс в выбранной системе координат и занимающее всю акваторию (рис. 3.3а):

$$\mathbf{v}_1(\mathbf{r}) = \{v_x(\mathbf{r}), v_y(\mathbf{r})\} = v_0 \{\cos \beta, \sin \beta\}, \quad v_0 \equiv \text{const}.$$

Другая неоднородность была выбрана в виде фрагмента течения вихревого характера (рис. 3.4а)

$$\mathbf{v}_2(\mathbf{r}) = a_0 \left\{ -(y - y') / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2, (x - x') / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 \right\}, \quad \mathbf{r} = \{x, y\}, \quad a_0 \equiv \text{const},$$

$\mathbf{r}' = \{x', y'\}$ (предполагается, что точка сингулярности $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = 0$ находится вне области рассмотрения). Оба течения могут быть представлены как

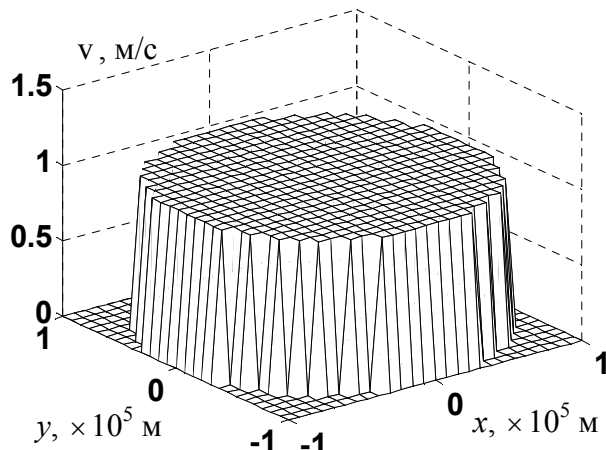


Рис. 3.3а

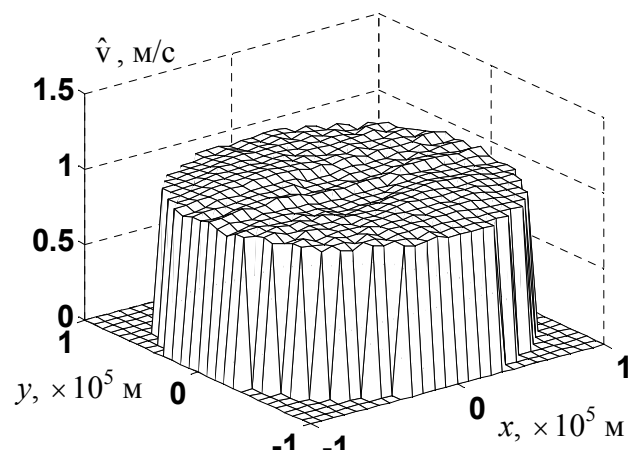


Рис. 3.3б

Рис. 3.3. Модельное течение в виде прямолинейно-параллельного потока, заданного на всей акватории: модуль скорости (а) и результат его восстановления в лучевом приближении до фильтрации (б: $\eta_v=0.04$, $\eta_T=0.03$); восстановленное профильтрованное распределение вектора скорости течения (в).

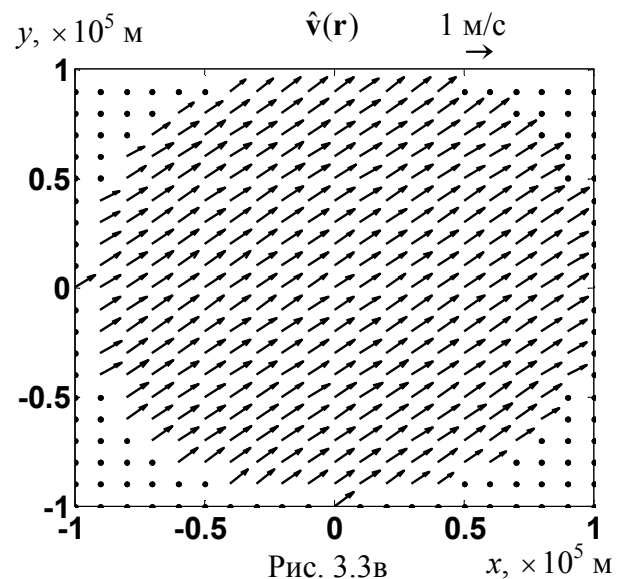


Рис. 3.3в

градиент скалярного потенциала: в случае прямолинейно-параллельного течения $\mathbf{v}_1(\mathbf{r}) = \text{grad } \Phi_1(\mathbf{r})$, откуда $\Phi_1(\mathbf{r}) = v_0 x \cos \beta + v_0 y \sin \beta$; для фрагмента вихревого течения $\mathbf{v}_2(\mathbf{r}) = \text{grad } \Phi_2(\mathbf{r})$, $\Phi_2(\mathbf{r}) = -a_0 \text{arctg}((x - x')/(y - y'))$. Согласно работам [42, 41], для полного восстановления скорости такого типа потоков требуются дополнительные измерения ее нормальной составляющей на границе акватории. Однако течение несжимаемой жидкости в акватории без источников ($\text{div } \mathbf{v}(\mathbf{r}) = 0$) можно представить как полностью соленоидальное: в случае прямолинейно-параллельного течения $\mathbf{v}_1(\mathbf{r}) = \text{rot } \Psi_{z1}(\mathbf{r})$, где $\Psi_{z1}(\mathbf{r}) = [-v_0 x \sin \beta + v_0 y \cos \beta] \hat{\mathbf{z}}$; для вихря $\mathbf{v}_2(\mathbf{r}) = \text{rot } \Psi_{z2}(\mathbf{r})$, $\Psi_{z2}(\mathbf{r}) = [a_0 \ln(1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)] \hat{\mathbf{z}}$; $\hat{\mathbf{z}}$ – единичный вектор в направлении оси z . Тем

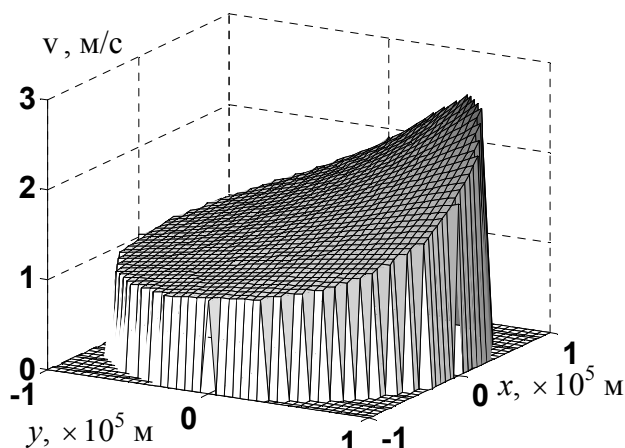


Рис. 3.4а

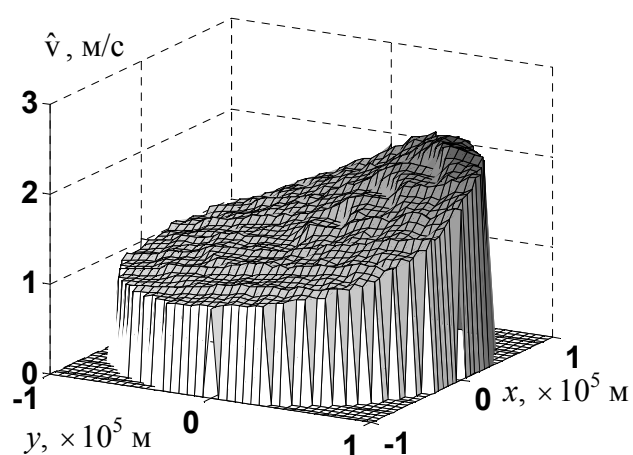


Рис. 3.4б

Рис. 3.4. Модельное течение в виде фрагмента вихря: модуль скорости (а) и результат его восстановления в лучевом приближении до фильтрации (б: $\eta_v=0.07$, $\eta_T=0.04$); восстановленное профильтрованное распределение вектора скорости течения (в).

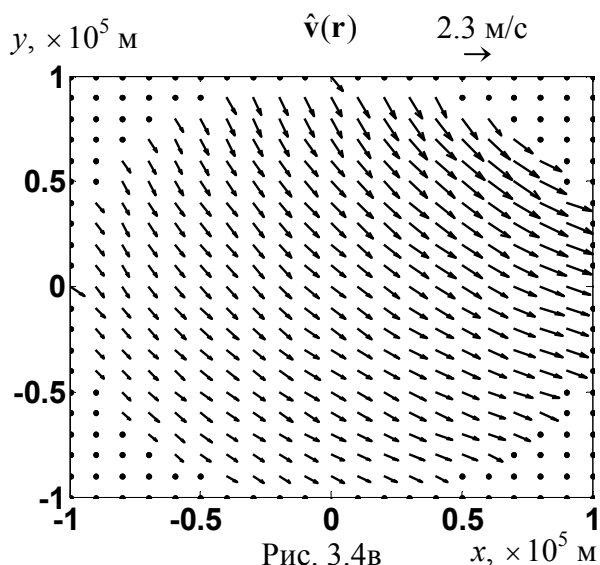


Рис. 3.4в

самым, рассматриваемые течения могут быть реконструированы на основе только данных рассеяния. Так, на рис. 3.3 приведены результаты восстановления прямолинейно-параллельного потока $\mathbf{v}_1(\mathbf{r})$ при $v_0 = 1$ м/с. Угол $\beta = 0.2 \pi$ не совпадает с углом поворота ни одной из базисных полос. Реконструкция вихря $\mathbf{v}_2(\mathbf{r})$ (рис. 3.4) осуществлялась при значениях $a_0 = 3 \times 10^5$ м²/с, $\mathbf{r}' = \{x', y'\} = \{1.5R_a, 1.5R_a\}$. Параметры акватории и матрицы возмущений были теми же, что и в предыдущих примерах. Как видно из рис. 3.3, 3.4, структура и амплитуда рассматриваемых неоднородностей, их расположение, а также скорость течения и направление вращения восстановлены достаточно точно. Задание дополнительных граничных условий на периметре акватории не потребовалось.

Точность полученных результатов оценивалась с помощью невязок по решению

$$\eta_c = \sqrt{\sum_d |c(\mathbf{r}_d) - \hat{c}(\mathbf{r}_d)|^2 / \sum_d c^2(\mathbf{r}_d)},$$

$\eta_v = \sqrt{\sum_d |\mathbf{v}(\mathbf{r}_d) - \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r}_d)|^2 / \sum_d |\mathbf{v}(\mathbf{r}_d)|^2}$ (для скалярной и векторной неоднородностей, соответственно) и невязки

$$\eta_T = \sqrt{\sum_i |\Delta T_i - \Delta \hat{T}_i|^2 / \sum_i |\Delta T_i|^2} \text{ по правой части системы уравнений (3.5).}$$

Здесь $c(\mathbf{r}_d)$, $\mathbf{v}(\mathbf{r}_d)$ – истинные и $\hat{c}(\mathbf{r}_d)$, $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r}_d)$ – восстановленные значения неоднородностей; $\Delta \hat{T}_i$ – правая часть системы (3.5), полученная при подстановке в нее решения; ΔT_i – возмущения времен распространения, вносимые истинной неоднородностью. Для рассмотренных результатов восстановления (рис. 3.1–3.4) значения невязок приведены в подписях к рисункам.

3.3. Введение итераций в процесс восстановления

Нелинейность уравнения (3.2) и отсутствие аналитического решения общего вида для него вынуждает использовать итерационную процедуру [183–186] для уточнения получаемого решения. При этом, поскольку рассматриваемые возмущения параметров среды являются малыми, есть основания ожидать сходимости этой процедуры, что и подтверждается далее модельными экспериментами.

Итерационное уточнение решения осуществляется следующим образом. На начальном этапе (текущий номер $n = 0$) значение фоновой скорости течения полагалось равным нулю по всей акватории ($\mathbf{v}_0 = 0$), и восстанавливалось распределение $\hat{\mathbf{v}}^{(n=0)}(\mathbf{r})$. При последующей организации итерационной процедуры, эта исходная линеаризованная оценка рассматривалась в качестве фонового значения скорости течения на первой итерации $n = 1$: $\mathbf{v}_0^{(n=1)}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{v}}^{(n=0)}(\mathbf{r})$. Для следующих итераций фоном служило пространственно-профильрованное распределение $\hat{\mathbf{v}}^{(n-1)}(\mathbf{r})$,

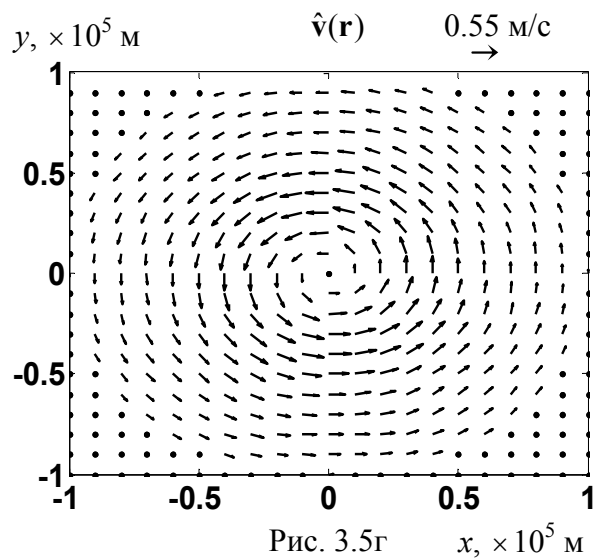
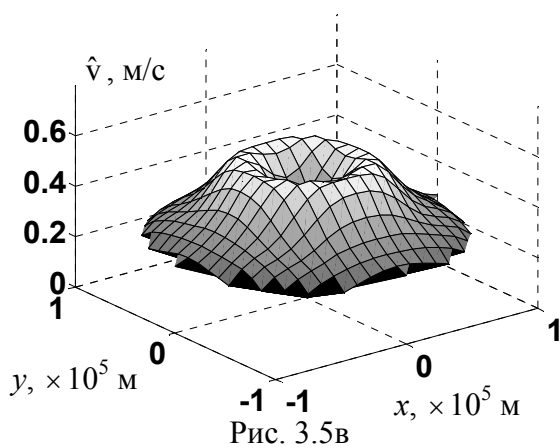
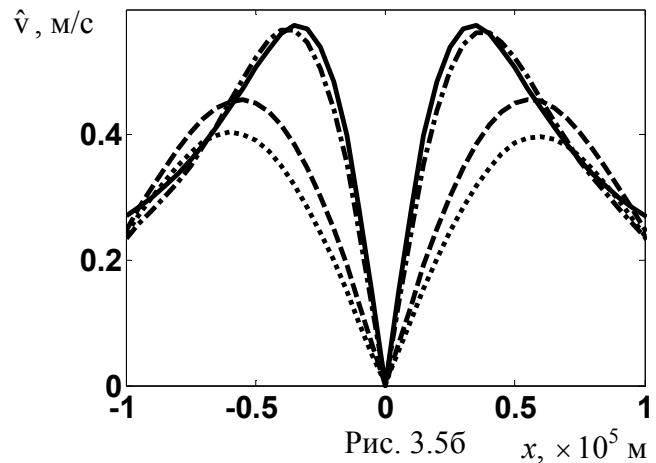
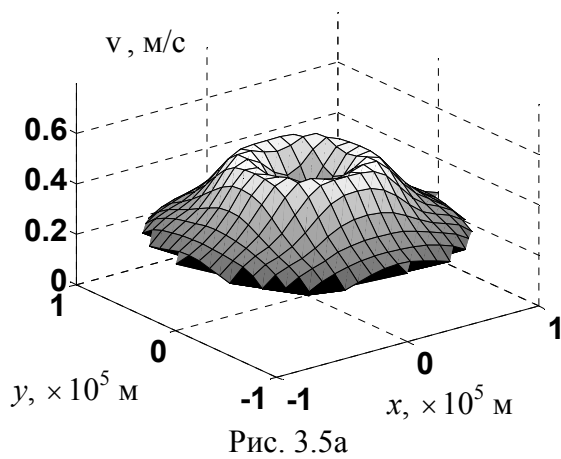


Рис. 3.5. Модельное распределение модуля скорости течения (а) и его сечение вдоль оси абсцисс (б, сплошная линия); исходная линеаризованная оценка при количестве преобразователей $Z=6$ дает невязку $\eta_v=0.29$ (б, линия в виде точек), после трех итераций $\eta_v=0.21$ (б, пунктирная линия); при увеличении числа преобразователей до $Z=18$ невязка на первой итерации $\eta_v=0.05$ (б, штрихпунктирная линия). Восстановленное при $Z=18$ распределение модуля (в) и векторного поля (г) скорости течения.

определенное на предыдущей итерации: $\mathbf{v}_0^{(n)}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{v}}^{(n-1)}(\mathbf{r})$. Матрица возмущений для текущей итерации строилась на заданном фоне: восстановленная на предыдущем шаге неоднородность «просвечивалась» лучами при последовательном добавлении к ней одной из базисных полос с опорным возмущением скорости течения. Если на начальном этапе ($n = 0$) построение матрицы возмущений не нуждалось в решении уравнения эйконала, и для расчета траекторий лучей использовался простой

геометрический подход, то при итерациях ($n > 0$) использование уравнения эйконала необходимо. На каждой итерации рассчитывались невязки по решению и сравнивались с предыдущими значениями. Ожидалось, что в итерационном процессе удастся получить восстановление, точность которого будет определяться только «грубостью» выбранного базиса.

На рис. 3.5 изображены результаты итерационного восстановления неоднородности скорости течения в виде вихря Озеена с профилем азимутальной скорости $v(|\mathbf{r}|) = \Omega_0 R_0^2 \left[1 - \exp(-|\mathbf{r}|^2 / R_0^2) \right] / |\mathbf{r}|$ и параметрами $\Omega_0 = 0.00003$ рад/с, $R_0 = 3 \times 10^4$ м (рис. 3.5а). Центр вихря совпадает с центром круглой области радиуса $R_a = 10^5$ м, окруженной $Z = 6$ равномерно расположенными по периметру приемно-передающими устройствами. Убывающие с номером $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ значения невязок ($\eta_v = 0.29 \rightarrow 0.24 \rightarrow 0.22 \rightarrow 0.21 \dots$) говорят о том, что итерационный процесс не расходится и дает, хотя и медленно, улучшение оценки. Однако полученные результаты (рис. 3.5б) свидетельствуют о недостаточности данных рассеяния, получаемых с помощью $Z = 6$ преобразователей, для приемлемого качества восстановления. Поэтому дальнейшие итерации ($n \geq 4$) не улучшают значительно картину восстановления. Повышения качества можно ожидать при увеличении количества преобразователей. Так, на рис. 3.5б (штрихпунктирная линия), рис. 3.5в, 3.5г приведены результаты восстановления на первой (не нулевой) итерации того же вихря Озеена, но при увеличении количества преобразователей Z на первой итерации с 6 до 18. При этом фоном по-прежнему служила грубая исходная оценка $\hat{\mathbf{v}}^{(n=0)}(\mathbf{r})$, полученная при малом количестве преобразователей $Z = 6$. Величины невязок $\eta_v = 0.29 \rightarrow 0.05$ ($n = 0, 1$) позволяют остановить итерационный процесс, поскольку точность восстановления $\eta_v = 0.05$, достигнутая в результате единственной итерации, уже соответствует достижимой точности разложения (3.4) вихря Озеена по использованному полосчатому

базису. Итерационное восстановление скалярной неоднородности в полосчатом базисе рассмотрено в [173]. Полученные результаты указывают на возможность успешного применения полосчатого базиса и в этом случае.

3.4. Восстановление океанических неоднородностей методами дифракционной томографии

Лучевое представление акустического поля является приближенным. Более строгим, единственно точным и практически реализуемым в области низких частот является волновой подход. Основой дифракционной томографии служит волновое уравнение. В первом приближении относительно числа Маха $|\mathbf{v}(\mathbf{r})|/c_0(\mathbf{r})$ и в предположении квазистационарного потока волновое уравнение неоднородной движущейся среды, записанное для гармонического по времени акустического поля $U(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$, сводится к уравнению Гельмгольца [39–42]:

$$\nabla^2 U(\mathbf{y}, \mathbf{y}') + k_0^2(\mathbf{r})U(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \varepsilon(\mathbf{r})U(\mathbf{y}, \mathbf{y}') - \frac{2i\omega_0}{c^2(\mathbf{r})} \mathbf{v}(\mathbf{r})\nabla U(\mathbf{y}, \mathbf{y}'). \quad (3.6)$$

Здесь \mathbf{y} и \mathbf{y}' – точки расположения приемника и источника; $k_0(\mathbf{r}) = \omega_0/c_0(\mathbf{r})$ – волновое число в фоновой среде; $\varepsilon(\mathbf{r}) = k_0^2(\mathbf{r}) - k^2(\mathbf{r})$ – функция рассеивателя; временная зависимость $\sim \exp(-i\omega t)$. Решение уравнения (3.6) для полного поля $U(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$, состоящего из падающего поля $U_0(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$ и поля $\Delta U(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$, рассеянного на неоднородностях среды, локализованных в области \mathfrak{R} , может быть записано в виде уравнения Липпмана-Швингера, которое в борновском приближении имеет вид:

$$U(\mathbf{y}, \mathbf{y}') \equiv U_0(\mathbf{y}, \mathbf{y}') + \Delta U(\mathbf{y}, \mathbf{y}') \approx U_0(\mathbf{y}, \mathbf{y}') + \int_{\mathfrak{R}} G(\mathbf{y}, \mathbf{r}) \left[\varepsilon(\mathbf{r}) + \frac{2\omega_0}{c_0^2(\mathbf{r})} (\mathbf{v}(\mathbf{r})\mathbf{k}_0(\mathbf{r})) \right] U_0(\mathbf{r}, \mathbf{y}') d\mathbf{r}, \quad (3.7)$$

где $G(\mathbf{y}, \mathbf{r})$ – функция Грина для фоновой среды, $\mathbf{k}_0(\mathbf{r})$ – волновой вектор, определяемый направлением распространения падающей волны. Предполагается, что вид функции Грина и характеристики падающего поля известны. Важно, что фоновая «невозмущенная» среда не обязательно

однородная, она может содержать любые известные неоднородности, быть ограниченной и т.д. Тем не менее, необходимо, чтобы функция Грина для нее была известной.

Далее рассматривается система уравнений вида (3.7), определенная для заданного числа пар «источник-приемник». В предположении малости отклонения $\Delta c(\mathbf{r})$, функция рассеивателя $\varepsilon(\mathbf{r}) = \omega^2 \left(\frac{1}{c_0^2(\mathbf{r})} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \right)$

представляется в виде $\varepsilon(\mathbf{r}) \approx \frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} \Delta c(\mathbf{r})$. Разложение (3.4) неоднородностей $\Delta c(\mathbf{r})$, $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ по базисам $\Theta_j(\mathbf{r})$, $\Theta_k(\mathbf{r})$ позволяет получить систему

линеаризованных уравнений, записываемых в матричной форме в виде:

$$\hat{A} |X\rangle = |\Delta U\rangle, \quad (3.8)$$

где матрица возмущений $\hat{A} = \begin{bmatrix} \hat{A}' & \hat{A}'' \end{bmatrix}$ состоит из двух блоков с элементами

$$\hat{A}'_{ij} = \int_{\mathcal{V}} \frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G(\mathbf{y}_i, \mathbf{r}) \Theta_j(\mathbf{r}) U_0(\mathbf{r}, \mathbf{y}'_i) d\mathbf{r} \quad \text{и}$$

$$\hat{A}''_{ik} = \int_{\mathcal{V}} \frac{2\omega_0}{c_0^2(\mathbf{r})} G(\mathbf{y}_i, \mathbf{r}) (\Theta(\mathbf{r}) \mathbf{k}_0(\mathbf{r})) U_0(\mathbf{r}, \mathbf{y}'_i) d\mathbf{r};$$

вектор $|\Delta U\rangle$ состоит из величин возмущений акустического поля. Регуляризованное МНК-решение системы (3.8) находится из (2.6) при замене $A \rightarrow \hat{A}$, $|\Delta T\rangle \rightarrow |\Delta U\rangle$. Использование матрицы возмущений \hat{A} , составленной для заданного количества ракурсов облучения, учитывает различный характер влияния скалярных и векторных компонент неоднородности, давая возможность реконструкции скорости течения несжимаемой жидкости и значения фазовой скорости звука [39, 42, 69].

При компьютерном моделировании схемы дифракционной томографии векторной неоднородности невозмущенная задача соответствовала неподвижной океанической области с постоянной скоростью звука $c_0 \equiv \text{const}$. Каждая базисная полоса представляла собой эталонный поток с

заданным вектором скорости. Моделировалось восстановление двух видов неоднородностей: ограниченного по ширине прямолинейно-параллельного потока, пересекающего всю рассматриваемую область, и вихря. При решении прямой задачи в волновом представлении нужно было получить выражения для поля цилиндрической волны, рассеянной одной из базисных полос, расположенной под произвольным углом. В работе [188] рассмотрена вспомогательная задача разложения цилиндрической волны на плоские волны, результаты которой применялись в [173] при построении матрицы возмущений на основе решения прямой задачи прохождения цилиндрической волны через неоднородность скорости звука в виде полосы. Разложение цилиндрической волны на плоские волны ниже используется и в случае прохождения цилиндрической волны через неоднородность кинетического типа.

Задача отражения и прохождения плоской волны через однородный прямолинейный поток, ограниченный по ширине, рассмотрена в [44]. Найденные выражения для коэффициентов отражения и прохождения волны через данный поток использовались также при построении матрицы возмущений \hat{A} для базиса в виде полос с локализованным в них прямолинейно-параллельным течением. Помимо этого, в работе [189] рассмотрено рассеяние плоской волны с волновым вектором \mathbf{k}_0 на двумерном вихревом течении в первом (борновском) приближении. Получено выражение для асимптотики рассеянного поля $\Delta U(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)$ в дальней зоне при $\omega|\mathbf{r}|/c_0 \gg 1$, $|\mathbf{r}|/L \gg 1$, где L – характерный размер области, занятой течением. В полярной системе координат ($x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$) оно имеет вид:

$$\frac{\Delta U(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0)}{U_0} = f(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) r^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{i\omega r}{c_0}\right), \quad (3.9)$$

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{2c_0} \sqrt{\frac{i\omega}{2\pi c_0}} \cos(\varphi - \varphi_0) \operatorname{ctg}\left(\frac{\varphi - \varphi_0}{2}\right) \Omega_z(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0),$$

где U_0 – падающее поле, $\mathbf{k}_0 = (\omega/c_0) \{\cos \varphi_0, \sin \varphi_0\}$ – волновой вектор плоской волны, падающей под углом φ_0 к оси абсцисс; $\mathbf{k} = (\omega/c_0) \{\cos \varphi, \sin \varphi\}$ – волновой вектор в направлении рассеяния; $\Omega_z(\mathbf{k})$ – проекция на ось Oz пространственной Фурье-компоненты завихренности. Соотношения для рассеяния плоской волны (3.9) обобщались на случай распространения цилиндрической волны, которую с определенной точностью можно рассматривать как сумму плоских волн [188].

Численное моделирование проводилось для акватории радиуса $30\lambda_0$ (λ_0 – длина звуковой волны), окружённой системой из 18 источников, излучающих на частоте 30 Гц ($\lambda_0 = 50$ м). Для применимости выражений (3.9) приемные устройства (их тоже 18) полагались отделенными от излучателей и расположенными равномерно на окружности радиуса $60\lambda_0$, центр которой совпадал с центром исследуемой акватории. Возмущение скорости течения в базисных полосах составляло 2 м/с. Матрица возмущений \hat{A} состояла из одного блока \hat{A}'' и строилась для $P = 6$ базисных полос и $B = 15$ углов их поворота. В качестве исходных данных рассматривалось полное поле, принимаемое каждой из антенн. На рис. 3.6 приведены результаты восстановления неоднородности в виде прямолинейно-параллельного течения со скоростью $|\mathbf{v}| = 10$ м/с, локализованного в полосе шириной $10\lambda_0$, повернутой под углом 1 радиан к оси абсцисс. Коэффициент регуляризации γ^2 составлял 1.5×10^{-3} от максимального собственного значения матрицы $\hat{A}^+ \hat{A}$. Как и прежде, ориентация потока отличалась от ориентации всех базисных полос. Как видно из рисунков, направление потока и значение его скорости восстановлены достаточно точно. Следует однако отметить, что заданные параметры неоднородности далеки от параметров реальных океанических течений и используются лишь для наглядной иллюстрации применимости рассматриваемого метода.

При моделировании вихря Озеена с завихренностью $\Omega_z(|\mathbf{r}|) = 2\Omega_0 \exp(-|\mathbf{r}|^2/R_0^2)$, имеющей Фурье-компоненту $\tilde{\Omega}_z(|\mathbf{k}|) = 2\pi\Omega_0 R_0^2 \exp(-|\mathbf{k}|^2 R_0^2)$, амплитуда рассеяния находилась из (3.9) для параметров $\Omega_0 = 0.003$ рад/с, $R_0 = 10\lambda_0$; центр вихря совпадал с центром акватории. Матрица возмущений строилась для $P = 8$ базисных полос и $B = 30$ углов их поворота. Регуляризирующий коэффициент γ^2 составлял

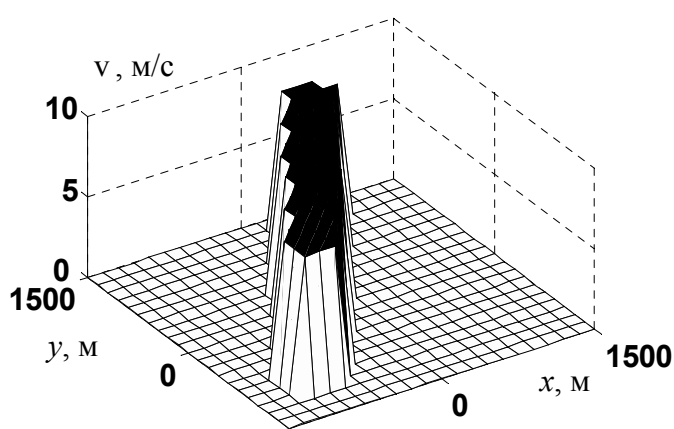


Рис. 3.6а

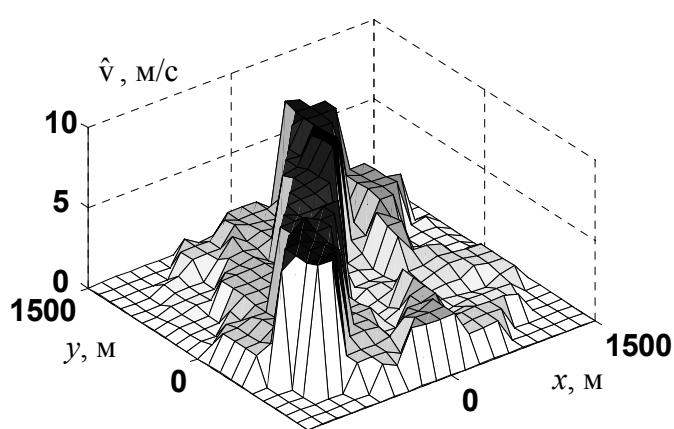


Рис. 3.6б

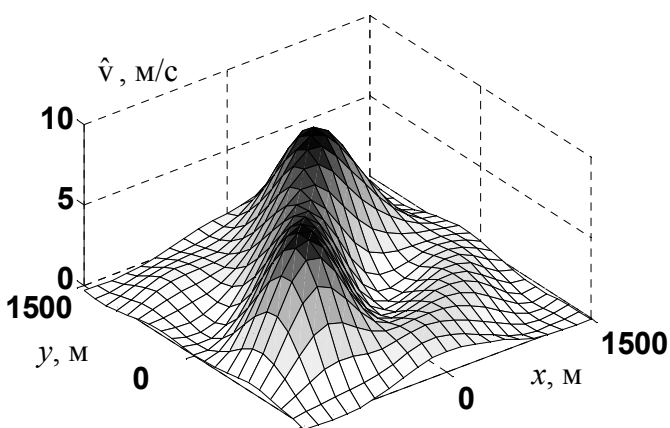


Рис. 3.6в

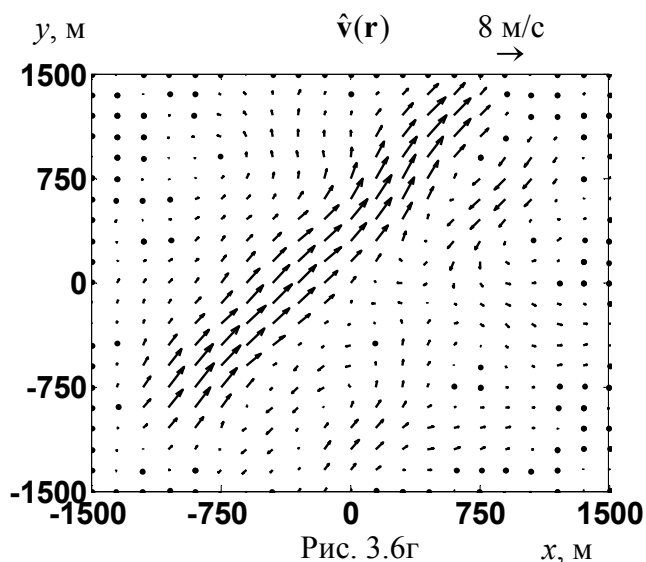


Рис. 3.6г

Рис. 3.6. Модельное течение в виде прямолинейно-параллельного потока: модуль скорости (а); результат его восстановления в волновом представлении до фильтрации дает невязки $\eta_v = 0.31$ и $\eta_T = 0.3$ (б); после фильтрации $\eta_v = 0.28$ (в); восстановленное профильтрованное распределение вектора скорости течения (г).

1.5×10^{-3} от максимального собственного значения матрицы $\hat{A}^+ \hat{A}$. Восстановленная структура вихря представлена на рис. 3.7б, 3.7г.

3.5. Сравнение результатов томографического восстановления в волновой и лучевой задачах

Целесообразность использования лучевого или волнового описания определяется всей совокупностью условий задачи. Представляет интерес сравнительный анализ результатов восстановления неоднородностей методом лучевой и дифракционной томографии. В качестве примера использован вихрь Озеена, результаты реконструкции которого в волновой постановке уже обсуждались (рис. 3.7б, 3.7г). Характерный линейный размер L неоднородности составлял $L \cong 2R_0 = 20\lambda_0$, что удовлетворяет условию применимости также и лучевой модели $\frac{\lambda_0}{L} \ll 1$. Поэтому при численном моделировании в лучевом представлении акустического поля, параметры базиса, исследуемой акватории и неоднородности, а также способ выбора коэффициента регуляризации оставались теми же, что и в волновом подходе (коэффициент регуляризации γ^2 полагался равным 0.05 от максимального собственного значения матрицы $A^+ A$). Картина вихря восстановлена достаточно точно как лучевым (рис. 3.7в, 3.7д), так и волновым методом. Следует отметить, что бóльшие значения невязок результата восстановления в волновом представлении, по сравнению с лучевым подходом, объясняются дополнительными ошибками, возникающими при аппроксимации цилиндрической волны суммой плоских волн [188].

3.6. Восстановление комбинированной неоднородности

Уравнение эйконала для неоднородной движущейся среды позволяет определять лучевые траектории L_i в области, содержащей скалярно-векторные неоднородности $\Delta c(\mathbf{r})$, $\mathbf{v}(\mathbf{r})$, и времена задержек сигналов Δt_i . Предполагается, что возмущения ограничены по силе и не обладают

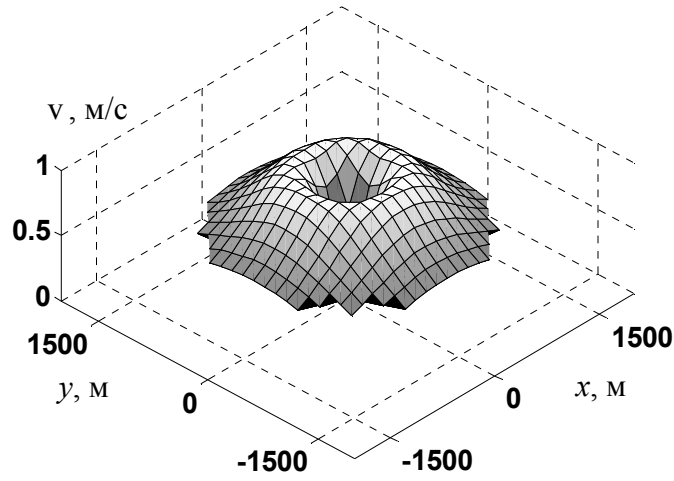


Рис. 3.7а

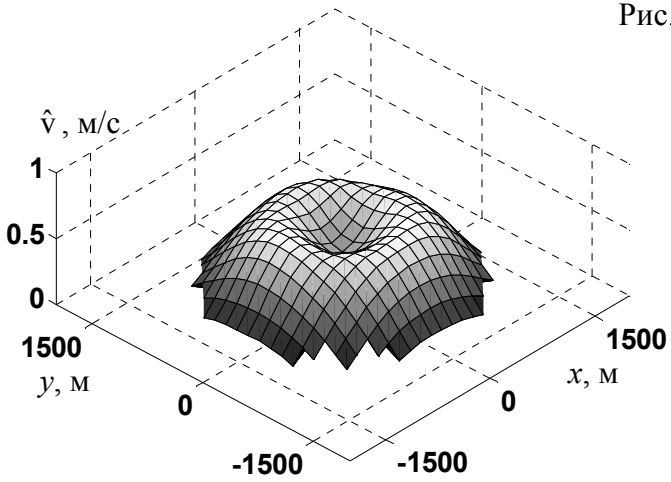


Рис. 3.7б

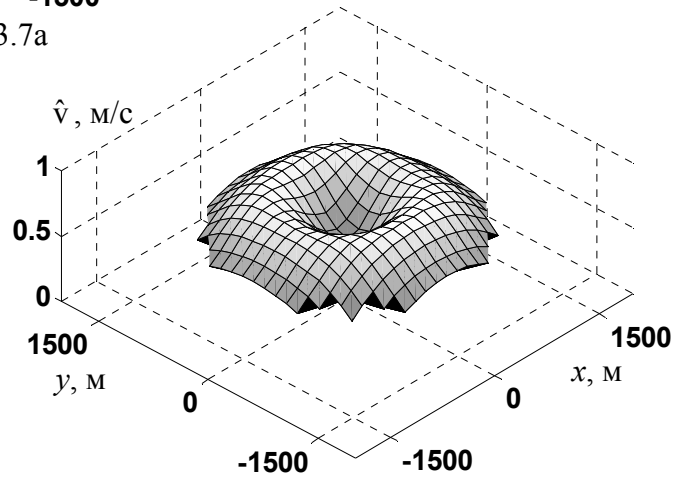


Рис. 3.7в

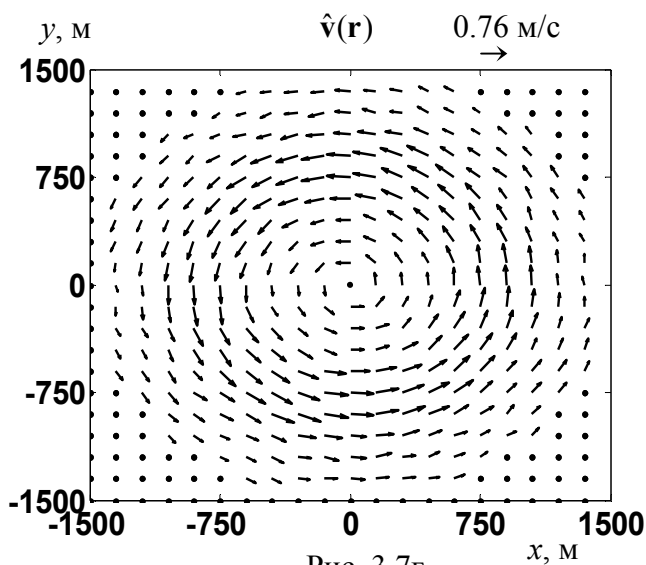


Рис. 3.7г

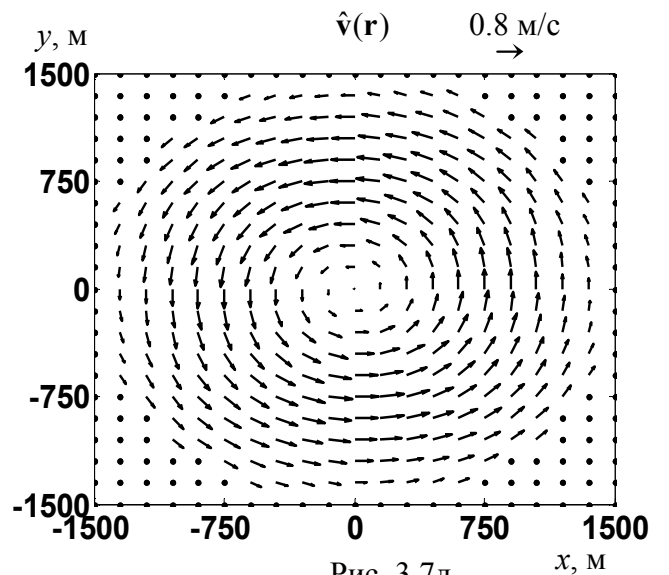


Рис. 3.7д

Рис. 3.7. Модельное течение в виде вихря Озеена: модуль скорости (а); результат его восстановления после фильтрации в волновом представлении (б: $\eta_v=0.41$, $\eta_T=0.3$) и лучевом приближении (в: $\eta_v=0.14$, $\eta_T=0.11$); восстановленное распределение вектора скорости течения в волновой (г) и лучевой (д) задачах.

особенностями (например, создающими многолучевое распространение), что необходимо для однозначного построения матрицы возмущений A и решения томографической задачи (3.5).

При моделировании, как и раньше, рассматривалась акватория радиусом $R_a = 10^5$ м, окруженная $Z = 18$ равномерно расположенными по периметру приемно-передающими преобразователями. Матрица возмущений $A = [A' \ A'']$ состоит из двух вычисляемых отдельно блоков A' , A'' . Как и ранее, невозмущенная среда с постоянной скоростью звука неподвижна. Модуль скорости базисного течения составлял 1 м/с, а возмущение скорости звука в каждой из полос полагалось равным 5 м/с. Матрица A находилась геометрическим методом, и при построении блоков A' и A'' использовалось одинаковое количество базисных полос $P = 8$ и углов их поворота $B = 31$. Правая часть системы (3.5) определялась из уравнения эйконала. Регуляризирующий коэффициент γ^2 в (2.6) составлял 10^{-3} от максимального собственного значения матрицы $A^+ A$.

На рис. 3.8 представлены результаты одновременного восстановления составляющих комбинированной неоднородности в виде прямолинейного потока, вихря и рефракционной компоненты. Прямолинейно-параллельное течение с модулем скорости 0.5 м/с и ограниченной шириной $0.3R_a$ ориентировано под углом $5\pi/4$ к оси абсцисс (выбранные ширина и угол поворота не совпадают с параметрами ни одной из базисных полос). Вихрь Озеена характеризуется профилем азимутальной скорости $v(|\mathbf{r}|) = \Omega_0 R_0^2 \left[1 - \exp\left(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 / R_0^2\right) \right] / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ и параметрами $\Omega_0 = 0.00006$ рад/с, $R_0 = 0.3R_a$, $\mathbf{r}' = \{x', y'\} = \{0.4R_a, -0.4R_a\}$. Рефракционная неоднородность фазовой скорости звука имеет гауссову форму $c(\mathbf{r}) = c_0 + \Lambda \exp\left[-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 / \sigma^2\right]$, $\Lambda = 4.9$ м/с, $\sigma = 0.25R_a$, $\mathbf{r}' = \{-0.5R_a, 0.5R_a\}$. Как видно из рис. 3.8, структура и расположение исследуемых неоднородностей, значения вектора скорости для течения и

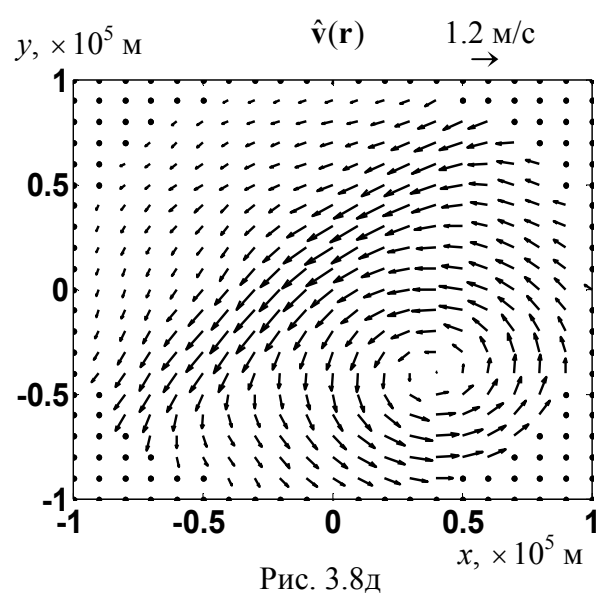
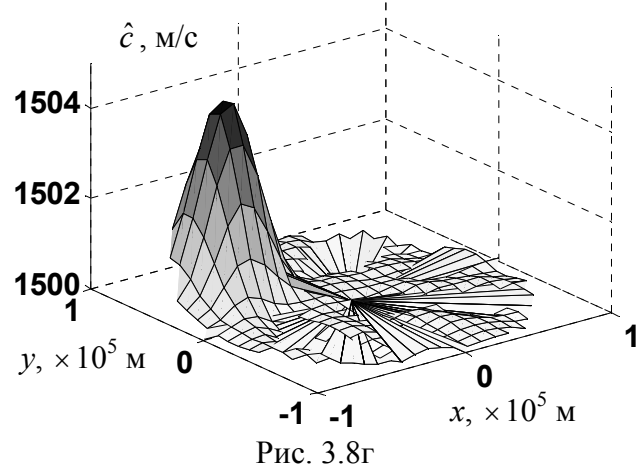
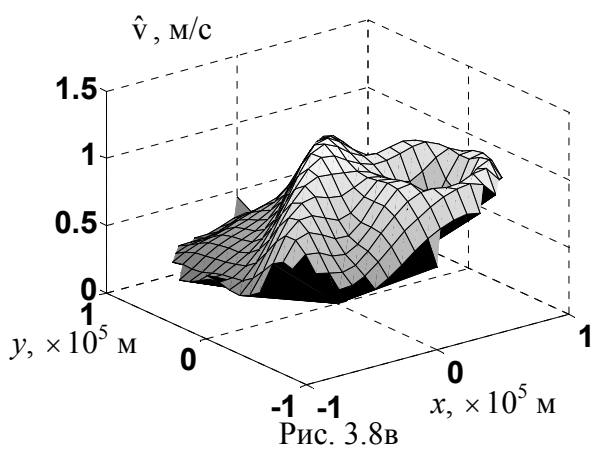
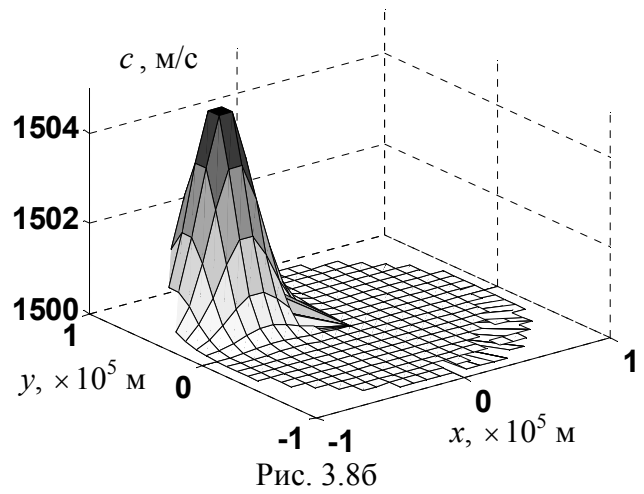
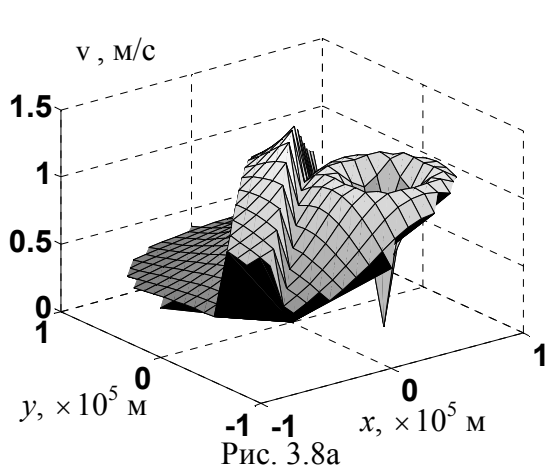


Рис. 3.8. Модельные распределения абсолютных значений векторной (а) и скалярной (б) компонент комбинированной неоднородности; результаты восстановления векторной (в) и скалярной (г) компонент с невязкой после фильтрации $\eta_c=0.13$, $\eta_v=0.12$ и невязкой по правой части $\eta_T=0.05$; восстановленное распределение вектора скорости течения (д).

вихря восстановлены с приемлемой точностью, о чем говорят и полученные значения невязок (см. подписи к рис. 3.8).

Ранее в [173] приводились результаты восстановления скалярных неоднородностей в полосчатом базисе при волновом описании акустического поля, что совместно с результатами, представленными на рис. 3.6, 3.7, позволяет говорить о возможности раздельного восстановления этих двух типов неоднородностей по предлагаемой схеме в волновой постановке. Одновременное их восстановление в комбинированной задаче не вызывает принципиальных сомнений. Однако решение комбинированной задачи в волновом представлении требует достаточно точного знания исходных данных рассеяния. Их можно было бы получить либо в натурном эксперименте, либо путем решения строгой прямой задачи. В лучевом приближении такое решение возможно на основе уравнения эйконала. Волновой подход требует сложного рассмотрения уравнения Липпмана-Швингера для комбинированной неоднородности, либо использования приближенных методов, например, решения параболического уравнения [190], что потребовало бы дополнительного анализа точности получаемых результатов. Поэтому в рамках представленной работы моделирование комбинированной обратной волновой задачи не проводилось.

3.7. Краткие выводы к главе 3

Модельные результаты иллюстрируют работоспособность двумерной схемы акустической томографии комбинированных океанических неоднородностей, основным преимуществом которой является простое и экономное представление восстанавливаемых неоднородностей среды с помощью полосчатого базиса. При этом для восстановления скорости течения несжимаемой жидкости не требуются дополнительные измерения ее нормальной составляющей на границе акватории, как это предполагалось ранее.

Разработанный подход, использующий полосчатый базис, может быть обобщен на случай трехмерной схемы томографического восстановления

комбинированных океанических неоднородностей, например, в представлении «вертикальные моды – горизонтальные лучи». Подобная задача восстановления трехмерной скалярной неоднородности рассмотрена в [178], где каждая базисная полоса в вертикальном (глубинном) направлении характеризовалась заданным профилем скорости звука. Другой важной задачей является оптимальный выбор системы базисных полос (их количества, взаимного расположения) для восстановления неоднородностей с ожидаемыми параметрами (линейными размерами, силой рассеивателя) при заданном количестве приемно-излучающих устройств. Представления неоднородностей в полосчатом базисе совместно с обсуждаемой в последующих Главах 4 и 5 возможностью использования шума океана вместо специально размещаемых источников звука может стать основой для реализации томографической системы в океане с разумными требованиями на математические алгоритмы обработки и на ее аппаратную часть.

Глава 4. Использование в пассивной томографии океана низкочастотных шумов в качестве источника сигнала

Акустическая томография океана [43] является эффективным методом мониторинга больших океанических акваторий. Однако при практической реализации общепринятых схем [12] акустической томографии необходимы дорогостоящие низкочастотные излучатели, что ведет к высокой стоимости всего эксперимента. Значительное удешевление эксперимента возможно при использовании шумового поля океана вместо постановки множества контролируемых излучателей.

В этой главе исследуется вопрос о возможности построения схемы пассивной модовой томографии океана на основании использования соотношения между функцией Грина и функцией взаимной когерентности шумового поля для всех участвующих в процессе распространения поля мод. Проводится ориентировочная оценка времени накопления шумового сигнала, необходимого для достоверного определения модовой структуры океана.

4.1. Соотношение между функцией Грина и функцией взаимной когерентности шумового поля для одной моды

Представление океана в виде плавно изменяющегося в пространстве слоистого волновода позволяет рассматривать акустическое поле в нем, при выполнении условий адиабатического приближения, как сумму распространяющихся невзаимодействующих мод; при этом задача распространения каждой моды становится двумерной. Тем самым решение задачи распространения поля в трехмерном океане в адиабатическом приближении полностью описывается набором независимых двумерных задач, общее число которых равно количеству учитываемых мод. Для оценки необходимого времени накопления сигнала и возможных способов сокращения этого времени, на первом шаге решается двумерная задача определения значений функции Грина для одной моды, принимаемой с помощью двух вертикальных антенн (т.е. многоэлементных систем с весовой

обработкой, согласованной с данной модой), расположенных в точках с радиус-векторами \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B . Функция Грина может быть найдена на основе значений функции взаимной когерентности шумового поля, принимаемого этими антеннами. Предлагаемое рассмотрение несколько отличается от использовавшихся ранее подходов [79–94]; оно основано на интегральном выражении принципа Гюйгенса в формулировке Гельмгольца (для гармонических сигналов), и далее результаты обобщаются на случай широкополосных процессов. Особое внимание обращается на выделение типа функции Грина (запаздывание или опережение) в рассматриваемых соотношениях, что позволяет уменьшить время накопления шумового сигнала при использовании векторных приемников.

Рассматривается акватория круглой формы, окруженная по периметру вертикальными многоэлементными антеннами, регистрирующими шумовое поле (рис. 4.1). Вводится система координат $\{\mathbf{r}, z\}$, $\mathbf{r} = \{x, y\}$, со значением $\{\mathbf{r} = 0, z = 0\}$ на поверхности океана в центре акватории; положение каждого гидрофона в горизонтальной плоскости характеризуется радиус-вектором \mathbf{r} , а глубина размещения преобразователя определяется переменной z . Рассматривается шумовое поле в модовом представлении

$$U(\mathbf{r}, t) = \sum_{m=1}^{\infty} U_m(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_m(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

(временная зависимость $\sim \exp(-i\omega t)$),

создаваемое равномерно распределенными в пространстве некоррелированными источниками.

Пусть спектральная компонента поля m -ой моды $U_m(\mathbf{r}, \omega)$ на фиксированной частоте ω удовлетворяет уравнению

$$\Delta U_m(\mathbf{r}, \omega) + \kappa_m^2(\mathbf{r}) U_m(\mathbf{r}, \omega) = F_m(\mathbf{r}, \omega), \quad \text{где}$$

$F_m(\mathbf{r}, \omega)$ – функция, описывающая

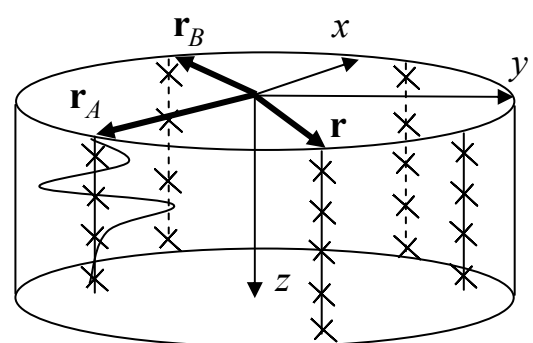


Рис. 4.1. Схема пассивного модового томографирования. Вертикальные приемные антенны расположены по периметру акватории; рассматриваются две антенны с радиус-векторами \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B . Вдоль антенны в \mathbf{r}_A условно изображен профиль моды.

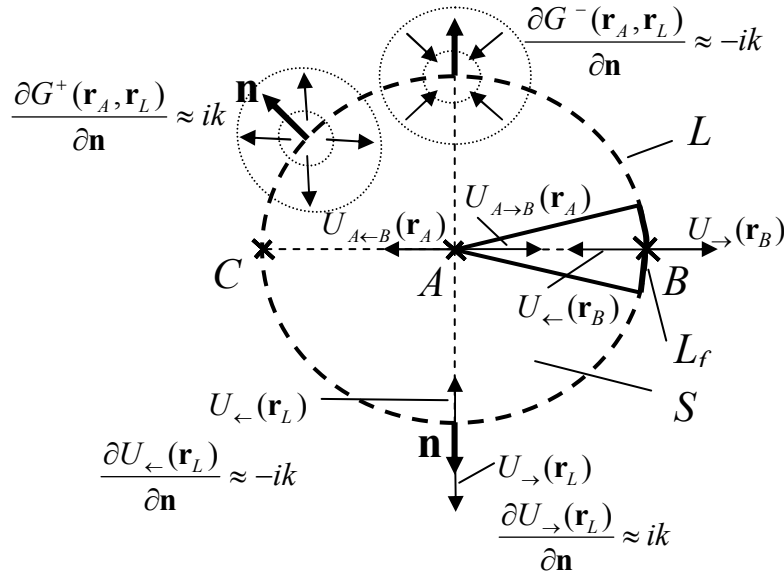


Рис. 4.2. Схема томографирования в горизонтальной плоскости. Область S ограничена окружностью L с центром в точке \mathbf{r}_A и радиусом $R = |\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B| = |\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_L|$; \mathbf{n} – внешняя по отношению к S единичная нормаль. Указаны направления распространения полей, входящих $U_{\leftarrow}(\mathbf{r})$ в область S и выходящих $U_{\rightarrow}(\mathbf{r})$ из нее, а также значения производных этих полей и функций Грина $G^{\pm}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L)$ по нормали \mathbf{n} в приближении дальнего поля. Основной вклад в оценку функций Грина двух точек \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B дадут когерентные с полем в \mathbf{r}_B источники вторичных шумовых полей, расположенные вблизи \mathbf{r}_B на части контура L_f .

физически реализуемые источники и определенная как внутри, так и вне области S , ограниченной замкнутым контуром L ; $\kappa_m(\mathbf{r}) = \omega/c_m(\mathbf{r})$ – волновое число, соответствующее фазовой скорости рассматриваемой моды $c_m(\mathbf{r})$. Тогда выражение для монохроматической компоненты сигнала $U_m(\mathbf{r}, \omega)$, принимаемого в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_A$, лежащей внутри области S , записывается через интеграл Гельмгольца-Кирхгофа [191, 192], в двумерном случае имеющий вид:

$$U_m(\mathbf{r}_A, \omega) = \oint_L \left[U_m(\mathbf{r}_L, \omega) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} G_m^{\pm}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L, \omega) - G_m^{\pm}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L, \omega) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} U_m(\mathbf{r}_L, \omega) \right] dL + \int_S G_m^{\pm}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_S, \omega) F_m(\mathbf{r}_S, \omega) dS, \quad \mathbf{r}_L \in L, \quad \mathbf{r}_S \in S; \quad (4.1)$$

\mathbf{n} – единичная нормаль к контуру L в текущей точке интегрирования $\mathbf{r}_L \in L$, внешняя относительно области S , ограниченной этим контуром. Замкнутый гладкий контур L достаточно произволен, но далее, для удобства, он

выбирается в форме окружности с центром в точке \mathbf{r}_A и радиусом $R = |\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A|$ (рис. 4.2). Функции $G_m^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L, \omega)$ и $G_m^-(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L, \omega)$ представляют собой, соответственно, запаздывающую и опережающую функции Грина рассматриваемой m -ой моды, удовлетворяющие уравнению Гельмгольца $\Delta G_m^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) + \kappa_m^2(\mathbf{r}) G_m^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ с «точечным» монохроматическим источником, расположенным в точке \mathbf{r}' . Ниже индекс m в записи функций $U_m(\mathbf{r}, \omega)$, $G_m^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$, $F_m(\mathbf{r}, \omega)$ и зависимость от ω опускаются.

Второй интеграл в (4.1) описывает вклад источников $F(\mathbf{r}_s)$, расположенных внутри области S , в значение поля $U(\mathbf{r}_A)$. В дальнейшем, при вычислении временной функции когерентности полей, принимаемых в точках \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B , внутренние источники, расположенные в \mathbf{r}_s , не учитываются. Их вклад в значения функции когерентности соответствует относительным временам задержек $\tau_s = \pm (|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_A| - |\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_B|) / c_m$, отличным от времен распространения сигнала $\tau_{AB} = \pm R / c_m$ между рассматриваемыми точками приема \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B (знак \pm соответствует встречным направлениям распространения сигнала). Исключения составят шумовые источники, расположенные вблизи отрезка, соединяющего точки A и C (B и C лежат на концах одного диаметра окружности L : рис. 4.2). Временная задержка для них совпадает с $\tau_{AB} = R / c_m$ и их учет, в принципе, необходим. Однако вклад этих точек относительно мал по сравнению с влиянием всей совокупности внешних источников, дающих вклад в функцию когерентности при той же временной задержке $\tau_{AB} = R / c_m$. В этом приближении, при выводе связи функции Грина и функции когерентности шумового поля в дальнейшем рассматривается лишь первый интеграл в (4.1):

$$U(\mathbf{r}_A) = \oint_L \left[U(\mathbf{r}_L) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} U(\mathbf{r}_L) \right] G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L) dL, \quad (4.2)$$

где $\mathbf{r}_L \in L$ – переменная интегрирования. Уравнение (4.2) с функцией $G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L)$ описывает поле $U(\mathbf{r}_A)$, создаваемое внешними источниками и

выраженное через входящее в область S поле $U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_L)$ [193]. С другой стороны, при использовании в (4.2) опережающей функции Грина $G^{-}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L)$, поле $U(\mathbf{r}_A)$ может быть рассмотрено как частичная причина возникновения сигнала в точках окружности \mathbf{r}_L . В этом случае уравнение (4.2) описывает поле $U(\mathbf{r}_A)$, выражая его через выходящее из области S поле $U_{\rightarrow}(\mathbf{r}_L)$ (рис. 4.2). Тем самым выбор типа функции Грина определяет направление распространения сигнала, формирующего поле (или формируемого полем) в рассматриваемой точке. При этом после усреднения по времени сигналов с узкой, но конечной шириной полосы частот, взаимное влияние полей, распространяющихся в противоположном направлении, исключается. Используя уравнение (4.2) с запаздывающей функцией Грина $G^{+}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L)$, можно получить выражение для функции взаимной когерентности шумовых полей $U(\mathbf{r}_A)$ и части принимаемого в точке \mathbf{r}_B поля $U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_B)$, которое проходит через точку \mathbf{r}_B и распространяется внутрь области S . Для этого левая и правая части уравнения (4.2) умножаются на $U_{\leftarrow}^{*}(\mathbf{r}_B)$ и усредняются по реализациям:

$$\begin{aligned} & \langle U(\mathbf{r}_A)U_{\leftarrow}^{*}(\mathbf{r}_B) \rangle = \\ & = \oint_L \left[\langle U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_L)U_{\leftarrow}^{*}(\mathbf{r}_B) \rangle \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} G^{+}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L) - G^{+}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L) \left\langle \frac{\partial U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_L)}{\partial \mathbf{n}} U_{\leftarrow}^{*}(\mathbf{r}_B) \right\rangle \right] dL, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где $\langle \rangle$ обозначает усреднение по множеству реализаций поля случайных шумовых источников; символ «*» означает комплексное сопряжение. В проводимом рассмотрении полагается, что $\kappa_m |\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A| = \kappa_m |\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_A| = \kappa_m R \gg 1$, и точка A является центром окружности L (рис. 4.2). Тогда $\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_L) \approx -i\kappa_m U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_L)$, $\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} G^{+}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L) \approx i\kappa_m G^{+}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L)$ для всех \mathbf{r}_L , и соотношение (4.3) преобразуется к виду:

$$\langle U(\mathbf{r}_A)U_{\leftarrow}^{*}(\mathbf{r}_B) \rangle \approx 2i\kappa_m \oint_L \langle U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_L)U_{\leftarrow}^{*}(\mathbf{r}_B) \rangle G^{+}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L) dL. \quad (4.4)$$

Надо еще раз отметить, что выбор контура L в форме окружности упрощает рассмотрение, но не ограничивает общности получаемых далее соотношений.

Из всех полей, входящих в рассматриваемую область и учитываемых в (4.4), необходимо выделить те, которые дают основной вклад в функцию когерентности $\langle U(\mathbf{r}_A)U_{\leftarrow}^*(\mathbf{r}_B) \rangle$. В случае однородной среды при распространении отдельной моды в океаническом волноводе функция Грина этой моды имеет вид (задача распространения отдельной моды – двумерная):

$G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L) = -\frac{i}{4}H_0^{(1)}(\kappa_m|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_L|)$, $H_0^{(1)}(\kappa_m|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_L|)$ – функция Ганкеля

нулевого порядка первого рода. При выбранной геометрии задачи

$|\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_A| = R$ для всех точек \mathbf{r}_L , и величина $G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L) = -\frac{i}{4}H_0^{(1)}(\kappa_m R)$ может

быть вынесена из-под интеграла в (4.4). При рассмотрении цилиндрически

изотропного шума функция когерентности после нормировки равна

$\langle U(\mathbf{r}_L)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle / \langle U(\mathbf{r}_B)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle = J_0(\kappa_m|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_L|)$, $J_0(\kappa_m|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_L|)$ – функция

Бесселя нулевого порядка. На рис. 4.3 изображено поведение

подынтегрального выражения в (4.4) без учета постоянного множителя

$-\frac{i}{4}H_0^{(1)}(\kappa_m R)$, в зависимости от расстояния $r = |\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_B|$, при изменении

радиус-вектора точки \mathbf{r}_L , лежащей (вблизи фиксированного \mathbf{r}_B) на

окружности L с радиусом $R = 10^5$ м для постоянных значений $f = 100$ Гц,

$c_m = 1500$ м/с. В окрестности $|\mathbf{r}_L - \mathbf{r}_B| \approx 0$ наблюдается четко выраженный

максимум. Область L_f вблизи \mathbf{r}_B (рис. 4.2) определяется эффективным

радиусом когерентности цилиндрически изотропного шумового поля. В

рассматриваемом случае при $\kappa_m R \gg 1$ имеет место соотношение:

$$\oint_L J_0(\kappa_m|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_L|)dL \approx \oint_{L_f} J_0(\kappa_m r)dr \approx \int_{-\infty}^{\infty} J_0(\kappa_m r)dr = 2/\kappa_m.$$

Полученное значение дает оценку длины эффективной дуги $L_f \approx 2/\kappa_m$ контура L ,

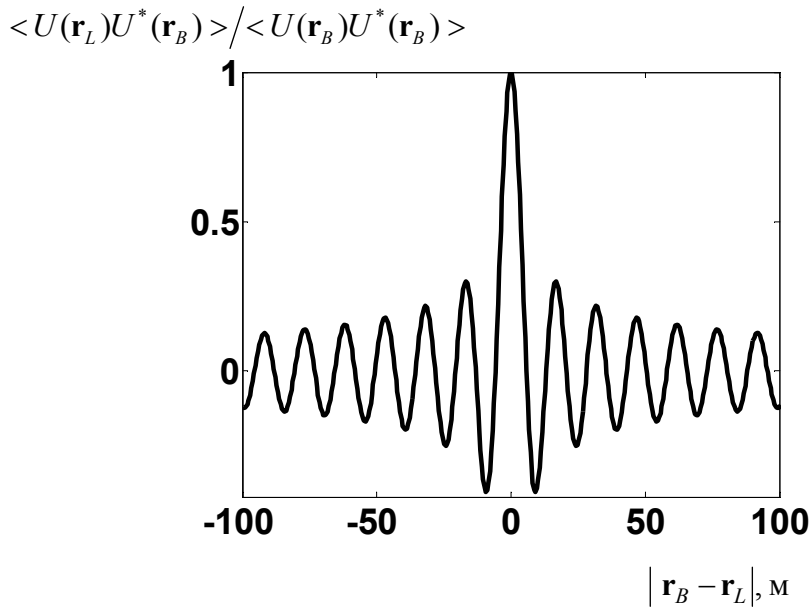


Рис. 4.3. Зависимость поведения нормированной функции взаимной когерентности цилиндрически изотропного шумового поля от расстояния $|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_L|$, при изменении радиус-вектора точки \mathbf{r}_L для фиксированной частоты $f = 100$ Гц.

шумовые поля $U(\mathbf{r}_L)$ на которой дают когерентный вклад в значение функции Грина. Следовательно, в случае однородной среды и цилиндрически изотропного шума ($\langle U(\mathbf{r}_B)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle = \langle U(\mathbf{r}_A)U^*(\mathbf{r}_A) \rangle$) соотношение (4.4)

$$\text{дает: } \langle U(\mathbf{r}_A)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle / \langle U(\mathbf{r}_B)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle \approx 2ik \left(-\frac{i}{4} H_0^{(1)}(\kappa_m R) \right) \frac{2}{k} = H_0^{(1)}(\kappa_m R),$$

т.е. нормированная функция когерентности шумового поля в рассматриваемом приближении позволяет оценить функцию Грина рассматриваемой моды (с точностью до комплексного множителя $-i/4$).

В общем случае основной вклад в интеграл (4.4) дают точки \mathbf{r}_L в окрестности точки \mathbf{r}_B , так как при интегрировании по контуру L высокочастотные осцилляции действительной и мнимой частей подынтегрального выражения в (4.4) обнуляются. Поэтому (4.4) можно записать в следующем виде:

$$\langle U(\mathbf{r}_A)U_{\leftarrow}^*(\mathbf{r}_B) \rangle \approx iD \langle U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_B)U_{\leftarrow}^*(\mathbf{r}_B) \rangle G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B), \quad (4.5)$$

где $D = 2\kappa_m L_f$ – безразмерный коэффициент. Так как величина $iD \langle U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_B)U_{\leftarrow}^*(\mathbf{r}_B) \rangle$ является постоянной для данных условий

распространения, то из (4.5) следует, что функция взаимной когерентности шумового поля, принимаемого двумя гидрофонами, позволяет оценить значения запаздывающей функции Грина для данной частоты и точек расположения этих гидрофонов, как если бы один из них излучал сигнал. В рассмотренном случае «излучающим» считается приемник, расположенный в точке \mathbf{r}_B , что позволяет определить поле, приходящее в \mathbf{r}_A из \mathbf{r}_B . При этом предполагается, что из всех сигналов, приходящих на приемник в точке \mathbf{r}_A , удастся выделить те, которые соответствуют полю $U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_B)$, входящему в область S вблизи точки \mathbf{r}_B и распространяющемуся к \mathbf{r}_A . Этот сигнал дает основной вклад в функцию когерентности (4.5).

Рассматривая альтернативную форму уравнения (4.2) с опережающей функцией Грина $G^{-}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L)$, для которой $\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} G^{-}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L) \approx -ik_m G^{-}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_L)$, и выделяя на приемниках поле, распространяющееся от \mathbf{r}_A к \mathbf{r}_B ($\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} U_{\rightarrow}(\mathbf{r}_L) \approx ik_m U_{\rightarrow}(\mathbf{r}_L)$), можно получить

$$\langle U(\mathbf{r}_A)U_{\rightarrow}^*(\mathbf{r}_B) \rangle \approx -iD \langle U_{\rightarrow}(\mathbf{r}_B)U_{\rightarrow}^*(\mathbf{r}_B) \rangle G^{-}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B), \quad (4.6)$$

что позволяет оценить опережающую функцию Грина для случая, когда «излучающий» гидрофон находится в точке \mathbf{r}_A . При этом основной вклад в функцию взаимной когерентности (4.6) дает поле, распространяющееся от точки \mathbf{r}_A к точке \mathbf{r}_B . Если не выделять при измерениях специальным образом направление прихода шумовых сигналов, то функция когерентности полей позволяет оценить аддитивную комбинацию функций Грина для встречных направлений распространения сигнала между гидрофонами:

$$\langle U(\mathbf{r}_A)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle \approx iD [G^{+}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) - G^{-}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)] \langle U(\mathbf{r}_B)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle. \quad (4.7)$$

Функции Грина $G^{+}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)$ и $G^{-}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)$ уравнения Гельмгольца соответствуют запаздывающему и опережающему полям точечного монохроматического источника. Для случая широкополосного шума необходимо рассматривать волновое уравнение, функция Грина $G^{\pm}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t)$

которого связана с функцией Грина уравнения Гельмгольца $G^\pm(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \omega)$

преобразованием Фурье: $G^\pm(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G^\pm(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$. Домножая

обе части соотношения (4.7) на $\frac{1}{2\pi} e^{-i\omega\tau}$ и интегрируя по ω в бесконечных

пределах, можно получить:

$$\begin{aligned} <U(\mathbf{r}_A, t)U^*(\mathbf{r}_B, t - \tau)> \approx \\ \approx iD \int_{-\infty}^{\infty} [G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta) - G^-(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta)] C(\eta) d\eta, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где $C(\eta) = <U(\mathbf{r}, t)U^*(\mathbf{r}, t - \eta)>$ – функция автокогерентности шума (в случае изотропного шумового поля $C(\eta)$ одинакова для всех точек наблюдения \mathbf{r}).

Поскольку $G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta) \equiv 0$ при $\tau - \eta < 0$ и $G^-(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta) \equiv 0$ при

$\tau - \eta > 0$, то соотношение (4.8) позволяет оценить значения функции Грина

двух точек из функции взаимной когерентности шумового поля, принятого в

этих точках. При этом множитель $i = \exp(i\pi/2)$ в правой части (4.8)

указывает на сдвиг по фазе на $\pi/2$ [93]. Это необходимо учитывать в

томографических задачах. Следует отметить, что в работах [93, 94]

временная структура функции Грина оценивалась через производную по

времени функции когерентности шумов. Это соотношение можно получить,

рассматривая прием шумового сигнала в относительно узкой полосе частот

$[\omega_0 - \Delta\omega/2, \omega_0 + \Delta\omega/2]$, $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$, в которой характеристики шума

меняются слабо. Домножение обеих частей (4.7) на $\frac{i\omega}{2\pi} e^{-i\omega\tau}$ и интегрирование

по ω в рассматриваемой полосе частот, с учетом соотношения

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} i\omega <U(\mathbf{r}_A, \omega)U^*(\mathbf{r}_B, \omega)> e^{-i\omega\tau} d\omega = -\frac{1}{\Delta\omega} \frac{\partial}{\partial\tau} <U(\mathbf{r}_A, t)U^*(\mathbf{r}_B, t - \tau)>_{\Delta\omega},$$

дает:

$$\frac{\partial \langle U(\mathbf{r}_A, t)U^*(\mathbf{r}_B, t - \tau) \rangle_{\Delta\omega}}{\partial \tau} \approx \omega_0 D \int_{-\infty}^{\infty} [G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta) - G^-(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta)] C_{\Delta\omega}(\eta) d\eta \quad (4.9)$$

Из (4.9) следует, что производная по времени функции взаимной когерентности узкополосного шумового сигнала [93, 94], записанного в двух точках, позволяет оценить временную структуру узкополосного фрагмента как запаздывающей (для задержек распространения сигнала $\tau > 0$), так и опережающей (для $\tau < 0$) функций Грина для этих точек. Этот фрагмент является результатом операции типа свертки полной функции Грина $G^\pm(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \eta)$ с функцией автокогерентности $C_{\Delta\omega}(\eta)$ профильтрованного в полосе частот $[\omega_0 - \Delta\omega/2, \omega_0 + \Delta\omega/2]$ шумового поля [86, 87].

4.2. Оценка необходимого времени корреляционного накопления шумового сигнала в задачах акустической томографии

Если статистические характеристики шумового поля таковы, что выполняется условие эргодичности, то усреднение в (4.8), (4.9) по ансамблю реализаций можно заменить усреднением по времени. При этом важен вопрос о времени накопления сигнала, необходимом для достаточно точного определения функции Грина из функции когерентности шумового поля, т.е. чтобы выходное отношение мощности сигнала к шуму $S_{\text{out}}/N_{\text{out}}$ достигало требуемых значений. Очевидно, что время накопления T должно быть меньше характерного времени изменения параметров океанических неоднородностей.

Как и прежде, две приемные системы предполагаются расположенными в точках с координатами \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B , разнесенных на расстояние $|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B| = R$. Для определенности рассматривается поле, принимаемое в точке \mathbf{r}_A , при условии, что сигнал поступает из окрестности L_f точки \mathbf{r}_B , в которой находится вторая антенна. Выходное отношение $S_{\text{out}}/N_{\text{out}}$ для корреляционной схемы можно получить на основании следующего

рассмотрения. Сигнал в точке \mathbf{r}_A является «некогерентной» суперпозицией сигналов со всей окружности L , в то время как сигнал в точке \mathbf{r}_B определен лишь «когерентной» дугой L_f , где располагаются источники вторичных шумовых волн, «когерентные» полю в \mathbf{r}_B . Взаимно-корреляционная обработка сигналов в \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B определяет выходное отношение сигнал/шум $S_{\text{out}}/N_{\text{out}}$, пропорциональное отношению эффективной протяженности области L_f к протяженности всего остального контура L . Доля шумового поля в соседней точке \mathbf{r}_L , когерентного с полем, принятым в фиксированной точке \mathbf{r}_B , пропорциональна функции взаимной когерентности $\langle U(\mathbf{r}_L)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle$, поэтому величина L_f может быть оценена как $L_f \approx \frac{1}{\langle U(\mathbf{r}_B)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle} \oint_L \langle U(\mathbf{r}_L)U^*(\mathbf{r}_B) \rangle dL$. В случае цилиндрически изотропного шумового поля $L_f \approx 2/\kappa_m$, и выходное отношение сигнал/шум для коррелятора с параметром накопления $2\Delta f T$ составляет:

$$S_{\text{out}}/N_{\text{out}} \approx 2\Delta f T (S_{\text{in}}/N_{\text{in}}) = 2\Delta f T (L_f/L) = 2\Delta f T (\lambda_0/2\pi^2 R), \quad (4.10)$$

где λ_0 – длина волны сигнала на центральной частоте f_0 частотного диапазона с шириной Δf . Для численной оценки принимаются следующие значения параметров: $R = 10^5$ м, $\Delta f = 50$ Гц, $\lambda_0 = 15$ м (при $f_0 = 100$ Гц), а требуемая величина $S_{\text{out}}/N_{\text{out}} = 10$. Тогда оцененное из (4.10) значение времени накопления сигнала составляет $T \approx 13000$ с, т.е. около четырех часов. Полученное время является достаточно большим и не всегда может быть приемлемо для томографирования рассматриваемой акватории.

То же отношение $S_{\text{out}}/N_{\text{out}}$ может быть получено при рассмотрении корреляционной схемы с входным отношением $S_{\text{in}}/N_{\text{in}}$, одинаковым для обоих входов и определяемым отношением ширины первой зоны Френеля $2\sqrt{\lambda_0 R}/2$ ($\sqrt{\lambda_0 R}/2$ – полуширина первой зоны Френеля, определяемая

дополнительным набегом фазы $\pi/2$ между \mathbf{r}_B и граничной точкой этой зоны) к полной длине окружности $2\pi R$:

$$S_{\text{out}}/N_{\text{out}} \approx 2\Delta f T (S_{\text{in}}/N_{\text{in}})^2 = 2\Delta f T \left(\sqrt{2\lambda_0 R}/2\pi R \right)^2 = 2\Delta f T (\lambda_0/2\pi^2 R),$$

что совпадает с (4.10).

Как было показано в п. 2, прием шумового сигнала ненаправленными в горизонтальной плоскости системами и дальнейшее вычисление его функции взаимной когерентности приводит к одновременной оценке как запаздывающей $G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)$, так и опережающей $G^-(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)$ функций Грина. Основной вклад в выражения (4.8) и (4.9) дают поля, вошедшие в рассматриваемую область S в окрестности точки \mathbf{r}_B (рис. 4.2) и распространяющиеся к \mathbf{r}_A ($U_{\leftarrow}(\mathbf{r}_B, t)$ и $U_{A\leftarrow B}(\mathbf{r}_A, t)$), а также поля, распространяющиеся в обратном направлении от \mathbf{r}_A к \mathbf{r}_B ($U_{A\rightarrow B}(\mathbf{r}_A, t)$ и $U_{\rightarrow}(\mathbf{r}_B, t)$). Вычисление левой части выражения (4.9) для различных направлений распространения сигнала, дает:

$$\frac{\partial \overline{U_{A\leftarrow B}(\mathbf{r}_A, t)U_{\leftarrow}^*(\mathbf{r}_B, t - \tau)}}{\partial \tau} \approx \omega_0 D \int_{-\infty}^{\infty} G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta) C_{\Delta\omega}(\eta) d\eta,$$

$$\frac{\partial \overline{U_{A\rightarrow B}(\mathbf{r}_A, t)U_{\rightarrow}^*(\mathbf{r}_B, t - \tau)}}{\partial \tau} \approx -\omega_0 D \int_{-\infty}^{\infty} G^-(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta) C_{\Delta\omega}(\eta) d\eta, \quad \text{при этом}$$

$\overline{U_{A\leftarrow B}(\mathbf{r}_A, t)U_{\rightarrow}^*(\mathbf{r}_B, t - \tau)} \approx \overline{U_{A\rightarrow B}(\mathbf{r}_A, t)U_{\leftarrow}^*(\mathbf{r}_B, t - \tau)} \approx 0$; черта сверху обозначает усреднение по времени наблюдения. Таким образом, при ненаправленном приеме и корреляционном выделении из шумового поля одной из функций $G^+(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)$ или $G^-(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)$ играет роль лишь часть принимаемого сигнала, в то время как помеху создают все четыре слагаемых, что приводит к снижению значения $S_{\text{out}}/N_{\text{out}}$ (4.10) и, как следствие, к завышенному значению требуемого времени накопления.

Возможным способом улучшения отношения $S_{\text{out}}/N_{\text{out}}$ может быть использование векторных приемников [194, 195]. Действительно, одновременное измерение векторной и скалярной характеристик (поля

давлений и скоростей движения частиц среды) позволяет сформировать диаграмму направленности каждого приемника в форме кардиоиды [196, 197]. Это позволяет выделить входящее в рассматриваемый регион поле и выходящее из него, что ведет к дополнительному (примерно двухкратному) выигрышу в отношении S_{in}/N_{in} на каждом из приемников и четырехкратному росту выходного отношения. В итоге, использование векторных приемников позволяет уменьшить время накопления в 4 раза для каждой пары гидрофонов (в случае модового приема – для каждой пары антенн). Таким образом, для приведенных ранее параметров задачи время накопления сигнала, необходимого для определения функции Грина, уменьшается до ≈ 1 часа, что является вполне приемлемым при реализации томографирования акватории с рассматриваемыми пространственными размерами и свойственными океаническим неоднородностям временами изменения их параметров даже в случае «быстрых» процессов [64].

Следует отметить, что в работе [198] получены оценки времени накопления сигнала (≈ 1000 часов), которые соответствуют рассмотрению двухточечного приема сигнала в трехмерной области. Действительно, в этом случае в (4.1) следует рассматривать интегрирование по объему, ограниченному замкнутой поверхностью, и величина S_{in}/N_{in} будет пропорциональна отношению эффективной площади области когерентности вблизи \mathbf{r}_B , к площади всей поверхности, ограничивающей рассматриваемый объем: $S_{in}/N_{in} \approx (L_f/L)^2$. Соотношения, аналогичные (4.7)–(4.9), остаются без изменений, однако для прежних параметров задачи время накопления сигнала достигает тысяч часов. Ниже рассматривается прием акустического поля протяженными по вертикали многоэлементными антеннами. Многомодовое представление акустического поля приводит к снижению выходного отношения S_{out}/N_{out} в M раз, где M – число участвующих мод. В этом случае, однако, спектральная плотность мощности шумового поля для моды соответствующего номера также снижается. Более точная оценка

требуемого времени усреднения зависит от ряда частных предположений и допустимых приближений. Тем не менее, изложенные соображения позволяют ожидать существенного сокращения оценок необходимого для проведения томографического восстановления времени накопления до нескольких часов в адиабатическом приближении. Нарушение адиабатичности распространения мод требует измерения межмодовых корреляций, повышает требования на выходное отношение сигнал/шум и усложняет все решение обратной задачи томографирования, что требует дополнительного рассмотрения.

4.3. Выделение мод шумового поля океана

Звуковое давление точечного гармонического источника, расположение которого характеризуется координатами $\{\mathbf{r}_0, z_0\}$, излучающего сигнал частоты ω , представимо в виде [35]:

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z, z_0, \omega) = \pi i \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_m(z_0) \psi_m(z) H_0^{(1)}(k_m \rho), \quad (4.11)$$

где $\rho = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ – горизонтальное расстояние между приемником, расположенным в точке $\{\mathbf{r}, z\}$, и источником; $\varphi_m(z_0)$ и $\psi_m(z)$ – значения моды с номером m в точках излучения и приема, соответственно (в общем случае, $\varphi_m(z)$ и $\psi_m(z)$ – это различающиеся функции аргумента z); k_m – горизонтальное волновое число m -ой моды (усредненное по трассе). Пусть источник излучает сигнал со спектром $F(\mathbf{r}_0, z_0, \omega)$, тогда принимаемое поле представимо в виде (зависимость затухания от частоты и номера моды не

учитывается): $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z, z_0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z, z_0, \omega) F(\mathbf{r}_0, z_0, \omega) e^{-i\omega t} d\omega$. Если

частотный спектр $F(\mathbf{r}_0, z_0, \omega)$ достаточно узок, то моду можно рассматривать как монохроматическую и пренебречь зависимостью горизонтального волнового числа и значений моды от частоты, в пределах некоторого расстояния [191]. Выражение (4.11), записанное для многочастотного, но узкополосного сигнала при $k_m \rho \gg 1$ имеет вид:

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z, z_0, t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z_0, t) \varphi_m(z_0) \psi_m(z), \quad (4.12)$$

где
$$a_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z_0, t) = ie^{-i\pi/4} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi\kappa_m \rho)^{-1/2} F(\mathbf{r}_0, z_0, \omega) \exp[i(\kappa_m \rho - \omega t)] d\omega.$$

Информация о среде, через которую прошел сигнал, содержится в $a_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z_0, t)$. Поэтому для томографических целей важно измерение именно этой характеристики принимаемого поля.

Предполагается, что в океане шумовое поле формируется некогерентными и равномерно распределенными в области $\{\mathbf{r}_0 \in \mathfrak{R}; z_0 \in [0, H]\}$ точечными источниками:

$\langle F(\mathbf{r}_0, z_0, \omega) F^*(\mathbf{r}'_0, z'_0, \omega) \rangle = S(\omega) \delta(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'_0) \delta(z_0 - z'_0)$, где $S(\omega)$ – спектральная плотность мощности, одинаковая для всех шумовых источников. Каждый шумовой источник дает вклад в принимаемое поле вида (4.12), поэтому полное шумовое поле, принимаемое в точке наблюдения, может быть определено как интегральный вклад всех источников:

$$U(\mathbf{r}, z, t) = \int_{\mathfrak{R}} d\mathbf{r}_0 \int_0^H dz_0 U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z, z_0, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \check{a}_m(\mathbf{r}, t) \psi_m(z), \quad (4.13)$$

где $\check{a}_m(\mathbf{r}, t) = \int_{\mathfrak{R}} d\mathbf{r}_0 \int_0^H dz_0 a_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z_0, t) \varphi_m(z_0)$; H – глубина океана в точке

приема. При рассмотрении только одной вертикали некогерентных

источников, для которых $\mathbf{r}_0 = \text{const}$, $\check{a}_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t) = \int_0^H dz_0 a_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z_0, t) \varphi_m(z_0)$, и

коэффициенты межмодовой когерентности имеют вид:

$$\langle \check{a}_k(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t) \check{a}_m^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t - \tau) \rangle = \int_0^H \int_0^H \langle a_k(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z_0, t) a_m^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z'_0, t - \tau) \rangle \varphi_k(z_0) \varphi_m(z'_0) dz_0 dz'_0$$

. Из некогерентности шумовых источников

$\langle a_k(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z_0, t) a_m^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, z'_0, t - \tau) \rangle \sim \delta(z_0 - z'_0)$ и ортогональности мод в случае

волновода с идеальными границами $\int_0^H \varphi_m(z_0) \varphi_k(z_0) dz_0 = \delta_{mk}$ (δ_{mk} – символ

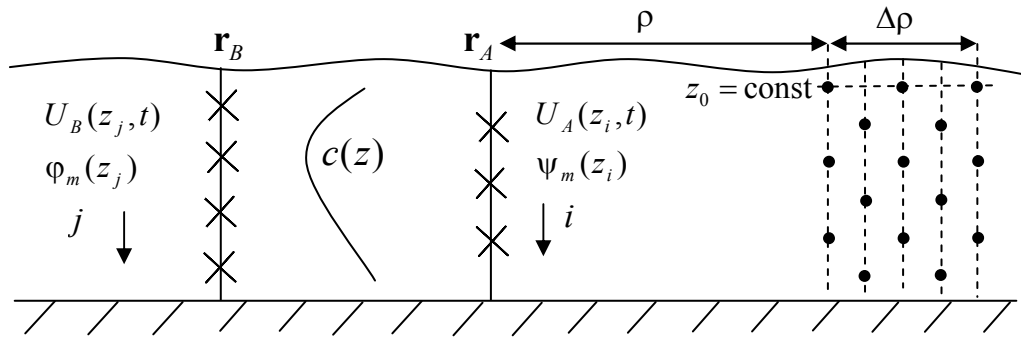


Рис. 4.4. Вертикальный разрез области томографирования. Две антенны, расположенные в точках с радиус-векторами \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B , содержат $i = \overline{1, I}$ и $j = \overline{1, J}$ приемных гидрофонов. Поле в \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B описывается набором мод $\varphi_m(z_j)$ и $\psi_m(z_i)$, $m = \overline{1, M}$. Некогерентные моды формируются шумовыми источниками на части поверхности $\Delta\rho$, либо источниками объемного шума, расположенными вдоль вертикалей.

Кронекера) следует: $\langle \tilde{a}_k(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t) \tilde{a}_m^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, t - \tau) \rangle = \delta_{mk} \mu_k(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \tau)$, где $\mu_k(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \tau)$ – функция, определяемая номером моды k и горизонтальной координатой \mathbf{r}_0 . Рассмотрение большого числа вертикалей шумовых источников, что соответствует интегрированию по \mathbf{r}_0 в (4.13), не меняет полученного результата: моды шумового поля, создаваемого некогерентными источниками, распределенными по глубине океанического волновода, также являются некогерентными. В случае поверхностных источников шума предполагается, что эти источники расположены на плоскости $z_0 = \text{const}$ вблизи поверхности океана (рис. 4.4). В этом случае для определения степени когерентности двух мод с разными номерами m и k рассматривается уровень когерентности сигналов для их модообразующих лучей. Поверхностные источники шума возбуждают лучи, распространяющиеся под всеми возможными углами, что определяет возбуждение мод всех возможных номеров. Предполагается, что происходит непосредственное возбуждение моды источниками без необходимости учета перераспределения шумового поля на неоднородностях среды, т.е. мода присутствует вблизи поверхности. Рассматривается шумовой сигнал, приходящий с больших расстояний (определяемых затуханием мод в океаническом волноводе). Это позволяет рассматривать плоскость, содержащую шумовые источники, как

разделенную на участки с такими линейными размерами, что для любых номеров мод m и k можно выбрать часть поверхности с линейным размером $\Delta\rho$, при котором для углового расстояния между модообразующими лучами выполняется условие $\Delta\alpha_{mk} > \lambda/\Delta\rho$, λ – длина волны. В этом случае сигналы, распространяющиеся по лучам, образующим моды соответствующих номеров, не будут когерентными, откуда также следует некогерентность самих мод. Если моды отсутствуют в поверхностной области, содержащей основную долю шумовых источников, то возбуждение мод происходит за счет перераспределения шумового сигнала на неоднородностях среды, проникновения и захвата поля областью океанического волновода. Возбужденные таким образом моды также являются некогерентными. Таким образом, шумовые сигналы, переносимые различными модами, и принимаемые вертикальной гидроакустической антенной, являются практически некогерентными. При распространении мод между двумя разнесенными вертикальными антеннами, каждая из них приобретает дополнительный набег фазы, что не создает межмодовой когерентности в случае выполнения адиабатического приближения. Таким образом, можно говорить о пространственно-временной взаимной некогерентности мод шумового поля, формируемого случайными некогерентными в пространстве и времени источниками. Предполагается, что в большинстве случаев в реальном океане приближение некогерентности мод выполняется с достаточно высокой точностью.

Далее, при обсуждении процесса модовой обработки, рассматривается вертикальная плоскость, проходящая через точки приема (рис. 4.4). Положение двух вертикальных антенн характеризуется в горизонтальной плоскости радиус-векторами \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B . Для простоты исходной модели предполагается, что антенны строго вертикальны и перекрывают весь океанический волновод (рис. 4.4). В процессе дальнейшего рассмотрения эти предположения будут сняты. Рассматривается шумовое поле (пришедшее на гидрофоны), которое было излучено с больших расстояний (определяемых

затуханием сигнала), многократно рассеялось на океанических неоднородностях и в итоге представляет собой сумму сигналов для всех распространяющихся мод, некогерентных между собой. Иными словами, рассматривается диффузное поле шумов в модовом представлении.

На основании (4.13) шумовой сигнал, принимаемый на антеннах (рис. 4.4), записывается в виде суммы мод:

$$U(\mathbf{r}_A, z, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \check{a}_k(\mathbf{r}_A, t) \psi_k(z), \quad U(\mathbf{r}_B, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \check{b}_m(\mathbf{r}_B, t) \varphi_m(z), \quad (4.14)$$

где $\check{b}_m(\mathbf{r}_B, t) = \int_{\mathfrak{R}} d\mathbf{r}_0 \int_0^H dz_0 a_m(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_0, z_0, t) \psi_m(z_0)$ определяется из (4.13)

аналогично $\check{a}_m(\mathbf{r}, t)$; $\psi_k(z)$ и $\varphi_m(z)$ – k -ая и m -ая моды на антеннах, расположенных в точках с радиус-векторами \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B , соответственно. В адиабатическом приближении моды, распространяющиеся от антенны в \mathbf{r}_B к антенне в \mathbf{r}_A , не перемешиваются, но их профиль может исказиться за счет изменения гидрологии $c(z)$, глубины водоема или других локальных условий (например, профиля течений). Поэтому в (4.14) используется разложение по разным функциям $\psi_m(z)$ и $\varphi_m(z)$.

Элементы матрицы взаимной когерентности $\Gamma(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ шумовых сигналов, полученных на i -ом гидрофоне антенны, характеризуемой радиус-вектором \mathbf{r}_A , и j -ом гидрофоне антенны в \mathbf{r}_B , определяются как $\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) = \langle U_A(\mathbf{r}_A, z_i, t) U_B^*(\mathbf{r}_B, z_j, t - \tau) \rangle$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$. Так как моды некогерентные, то $\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \langle \check{a}_k(\mathbf{r}_A, t) \check{b}_m^*(\mathbf{r}_B, t - \tau) \rangle \psi_k(z_i) \varphi_m(z_j) = \sum_{m=1}^{\infty} \mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \psi_m(z_i) \varphi_m(z_j)$. При использовании матричной формы записи в обозначениях Дирака ($| \rangle$ – вектор-столбец, $\langle |$ – вектор-строка) выражение для матрицы Γ принимает вид:

$$\Gamma = \sum_{m=1}^{\infty} \mu_m |\psi_m\rangle \langle \varphi_m|, \quad (4.15)$$

где $|\psi_m\rangle \equiv \begin{pmatrix} \psi_m(z_1) \\ \psi_m(z_2) \\ \dots \\ \psi_m(z_I) \end{pmatrix}$, $|\phi_m\rangle \equiv \begin{pmatrix} \phi_m(z_1) \\ \phi_m(z_2) \\ \dots \\ \phi_m(z_J) \end{pmatrix}$ – вектор-столбцы, состоящие из

значений мод на разных глубинах; зависимость μ_m и Γ от временной задержки τ и радиус-векторов \mathbf{r}_B и \mathbf{r}_A для краткости опускается. В наиболее простой ситуации условия распространения вдоль трассы между приемными антеннами одинаковы и постоянны (не испытывают резких скачков, нет сильного отражения назад), а число гидрофонов на обеих антеннах совпадает ($I = J$). Тогда матрица Γ является квадратной, а нахождение совпадающих в этом случае мод $|\psi_m\rangle = |\phi_m\rangle$ и функции μ_m сводится к стандартной процедуре поиска собственных значений и собственных функций квадратного оператора путем решения уравнения $\Gamma|\psi_m\rangle = \mu_m|\psi_m\rangle$. Однако в общем случае значения мод в местах расположения двух, разнесенных в пространстве антенн, не совпадают, а число гидрофонов на антеннах не обязательно одно и то же (в результате чего матрица Γ неквадратная). В этом случае, для нахождения собственных значений и собственных функций неквадратного оператора используется конечномерный аналог формализма союзных фундаментальных элементов Шмидта (СФЭШ) [179]. Теория СФЭШ подробно описывалась в Главе 2 и здесь приводятся лишь основные результаты, необходимые для единства логики изложения материала. Рассматриваются два самосопряженных по построению оператора $\Gamma^+\Gamma$ и $\Gamma\Gamma^+$ (символ « $^+$ » означает эрмитово сопряжение). Оба этих оператора имеют набор неотрицательных собственных значений, которые могут быть расположены в порядке возрастания, и отвечающий им набор ортонормированных собственных векторов:

$$\begin{aligned} \lambda_m |\hat{\phi}_m\rangle &= \Gamma^+\Gamma |\hat{\phi}_m\rangle, \quad \lambda_m |\hat{\psi}_m\rangle = \Gamma\Gamma^+ |\hat{\psi}_m\rangle, \\ m &= \overline{1, \infty}, \quad 0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \end{aligned} \quad (4.16)$$

Справедливо разложение Шмидта оператора Γ по системе СФЭШ [180, с. 43]: $\Gamma = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{\mu}_n |\hat{\psi}_n\rangle \langle \hat{\phi}_n|$. Как правило, при достаточном количестве приемных гидрофонов на антеннах, операторы $\Gamma^+\Gamma$ и $\Gamma\Gamma^+$ невырожденные, а их собственные векторы действительные и ортонормированные (в случае неискривленных длинных антенн). Тогда набор собственных векторов этих операторов, с точностью до знака, почти (по причине дискретности задачи) совпадает со значениями мод, т.е. $|\hat{\psi}_m\rangle \approx \pm|\psi_m\rangle$, $|\hat{\phi}_m\rangle \approx \pm|\phi_m\rangle$ и, следовательно, $\hat{\mu}_m \approx \mu_m$. Значения $\hat{\mu}_m$, называемые характеристическими числами оператора Γ , связаны с λ_m из (4.16) соотношением

$$|\mu_m|^2 \approx |\hat{\mu}_m|^2 = \lambda_m. \quad (4.17)$$

Таким образом, вычислив матрицу взаимной когерентности Γ между реализациями сигнала со всех гидрофонов обеих антенн, можно оценить значения мод $|\phi_m\rangle$ и $|\psi_m\rangle$ заданного номера и заданной частоты ω_0 в дискретном наборе точек по глубине, найдя собственные векторы операторов $\Gamma^+\Gamma$ и $\Gamma\Gamma^+$ (4.16), соответственно. Значения μ_m в (4.15) оцениваются из (4.17) через собственные значения λ_m . При вычислении элементов матрицы Γ , из всего спектра принятого гидрофонами шумового сигнала выделяется частотный интервал шириной $\Delta\omega$ с центральной частотой ω_0 , на границах которого мода заданного номера не сильно искажается, т.е. моду на этом интервале частот можно рассматривать как монохроматическую. Ранее было получено в (4.9), что производная по времени функции взаимной когерентности шумового поля, одновременно принимаемого двумя вертикальными антеннами, расположенными в точках с радиус-векторами \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B , позволяет оценить функцию Грина для мод, распространяющихся между этими антеннами. Подстановка в соотношение (4.9) выражения для элементов матрицы когерентности (4.15), соответствующих функции Грина в виде поля точечного источника (4.12), приводит к связи:

$$\frac{\partial \mu_m(\tau)}{\partial \tau} \sim \omega_0 D \int_{-\infty}^{\infty} a_m(\tau - \eta) C_{\Delta\omega}(\eta) d\eta, \quad (4.18)$$

где функции $\mu_m(\tau)$ определяются из (4.17) как характеристические числа матрицы $\Gamma(\tau)$ для разных временных задержек τ . Коэффициенты распространения мод $a_m(\tau)$ в (4.12) могут быть оценены из (4.18) (параметры ω_0 , D и функция автокогерентности шума $C_{\Delta\omega}(\tau)$ предполагаются известными). Таким образом, матрица $\Gamma(\tau)$ позволяет оценить «отклик» в момент времени $t + \tau$ на одной антенне в случае, если на другой антенне в момент t была возбуждена мода определенного номера:

$$U^{(m)}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, z_i, z_j, \tau) = a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \varphi_m(z_j) \psi_m(z_i), m = \overline{1, M}, j = \overline{1, J}, i = \overline{1, I}, \quad (4.19)$$

где моды $\varphi_m(z_j)$ и $\psi_m(z_i)$ оцениваются через собственные векторы операторов $\Gamma^+ \Gamma$ и $\Gamma \Gamma^+$ (4.16); M – число учитываемых распространяющихся мод. Распространение сигнала от антенны с радиус-вектором \mathbf{r}_B , к антенне с \mathbf{r}_A соответствует рассмотрению в (4.18), (4.19) случая $\tau > 0$. Встречное распространение характеризуется временами $\tau < 0$. Соотношение (4.19) является упрощенным, но, тем не менее, основным при построении процедуры пассивной модовой томографии океана с использованием диффузного шумового поля. Определение модовой структуры акустического поля, принимаемого вертикальными антеннами, позволяет восстановить характеристики океанической среды в исследуемой акватории методами модовой томографии [12, 101, 178].

4.4. Краткие выводы к главе 4

На основе интеграла Кирхгофа проанализировано соотношение между функцией Грина и функцией взаимной когерентности шумового поля, что отличается от известных подходов к этой задаче. Оценка времени накопления шумового сигнала, необходимого для определения функции Грина двух географических точек наблюдения, позволяет говорить о возможности реализации схем модовой томографии океана, использующих

внутреннее шумовое поле океана. Использование вертикальных антенных систем с векторными приемниками дает возможность сократить время накопления вплоть до одного или нескольких часов, в зависимости от сложности модовой структуры поля, требуемой точности оценок и разрешающей способности рассматриваемой томографической задачи. Важным упрощением для такой задачи является выполнение адиабатического приближения. Нарушение адиабатичности приводит к увеличению времени накопления и усложнению алгоритма томографического восстановления, что ставит ряд новых вопросов, которые необходимо решить, прежде чем можно будет говорить об эффективности исследуемого подхода в этих случаях.

Глава 5. Использование коротких искривленных вертикальных антенн в акустической томографии океана

При решении томографической задачи предполагается, что структура океана восстанавливается, если удаётся определить полную фазу и номер распространяющихся в нём мод для всех пар используемых вертикальных антенн [101]. Информация о лоцируемых океанических неоднородностях может содержаться, например, во временных задержках распространения мод в представлении акустического поля в виде «вертикальные моды – горизонтальные лучи» [38]. Проблема состоит в том, что моды являются собственными функциями волновода, и для их восстановления целесообразно, вообще говоря, измерить поле по всей глубине океана (что не удаётся сделать в случае коротких антенн) или, по крайней мере, в области сосредоточения основной энергии учитываемых мод. Однако в условиях реального эксперимента перекрыть весь волновод не всегда удастся [200, 201]. Кроме этого, под действием подводных течений элементы гидроакустических антенн могут отклоняться от строго вертикального положения на десятки и даже сотни метров [3, 130], что приводит к существенным ошибкам при обработке сигналов без учета искривлений антенн. Ситуация усугубляется в случае невозможности временного разделения отдельных мод при приеме сигнала.

Далее рассматривается задача определения модовой структуры шумового поля, принимаемого гидрофонами искривленных вертикальных антенн, не перекрывающих весь океанический волновод (рис. 5.1), а также томография океана в случае излучения и приема детерминированных сигналов. Предлагаемое рассмотрение опирается на результаты, полученные в Главе 4, где было показано, что матрица взаимной когерентности шумового поля позволяет определить модовую структуру океана в случае строго вертикальных антенн, перекрывающих по глубине весь океанический волновод.

5.1. Определение времен распространения модовых сигналов из анализа матрицы взаимной когерентности шумового поля

Шумовые поля, принимаемые двумя строго вертикальными, неискривленными антеннами, верхние концы которых расположены в точках \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B , могут быть представлены в виде суммы мод:

$$U(\mathbf{r}_A, z, t) = \sum_{k=1}^M \tilde{a}_k(\mathbf{r}_A, t) \psi_k(z), \quad U(\mathbf{r}_B, z, t) = \sum_{m=1}^M \tilde{b}_m(\mathbf{r}_B, t) \varphi_m(z), \quad \text{где } \psi_k(z) \text{ и } \varphi_m(z) - k\text{-ая и } m\text{-ая моды на рассматриваемых антеннах; } \tilde{a}_k(\mathbf{r}_A, t) \text{ и } \tilde{b}_m(\mathbf{r}_B, t) - \text{коэффициенты, содержащие информацию о пространственных и спектрально-мощностных характеристиках возбуждения соответствующих мод; } M - \text{количество распространяющихся мод.}$$

Далее задача рассматривается в вертикальной плоскости, проходящей через две фиксированные антенны. Отклонение положения гидрофонов антенн в этой плоскости от строго вертикального приводит к дополнительному набегу фазы сигналов, вызванному кривизной профиля антенны. Предполагается, что расстояние между антеннами $\rho = |\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|$ много больше отклонений антенн $\Delta \mathbf{r}_A(z)$, $\Delta \mathbf{r}_B(z)$ от их вертикального положения:

$$|\Delta \mathbf{r}_A(z)|/\rho \ll 1, \quad |\Delta \mathbf{r}_B(z)|/\rho \ll 1.$$

В этом случае поля на антеннах представимы в виде

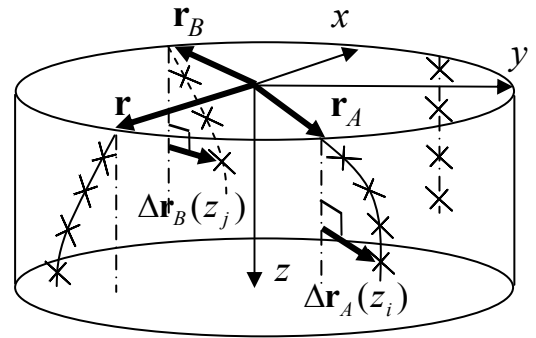


Рис. 5.1. Схема модового томографирования при использовании коротких искривленных антенн, строго вертикальное положение которых изображено штрихпунктирными линиями. Рассматривается плоскость, проходящая через две прямые, соответствующие положению двух неискривленных антенн с верхними концами в точках \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B ; отклонение гидрофонов описывается проекциями $\Delta r'_A(z_i)$, $\Delta r'_B(z_j)$ смещений $\Delta \mathbf{r}_A(z_i)$, $\Delta \mathbf{r}_B(z_j)$ на эту плоскость.

$$U(\mathbf{r}_A, z, t) = \sum_{k=1}^M \tilde{a}_k(\mathbf{r}_A, t) \psi_k(z) \exp[i \mathbf{k}_k \Delta r'_A(z)] = \sum_{k=1}^M \tilde{a}_k(\mathbf{r}_A, t) \tilde{\psi}_k(z), \quad (5.1)$$

$$U(\mathbf{r}_B, z, t) = \sum_{m=1}^M \tilde{b}_m(\mathbf{r}_B, t) \varphi_m(z) \exp[i \mathbf{k}_m \Delta r'_B(z)] = \sum_{m=1}^M \tilde{b}_m(\mathbf{r}_B, t) \tilde{\varphi}_m(z),$$

где $\Delta r'_A(z)$ и $\Delta r'_B(z)$ – проекции радиус-векторов смещений гидрофонов $\Delta \mathbf{r}_A(z)$ и $\Delta \mathbf{r}_B(z)$ на плоскость рассмотрения; κ_k , κ_m – горизонтальные волновые числа мод в местах расположения антенн. Из (5.1) следует, что поле, принимаемое искривленными антеннами, может быть представлено как суперпозиция «искривленных» мод $\check{\varphi}_m(z)$, $\check{\psi}_k(z)$:

$$\check{\varphi}_m(z) \equiv \varphi_m(z) \exp[i\kappa_m \Delta r'_B(z)], \quad \check{\psi}_k(z) \equiv \psi_k(z) \exp[i\kappa_k \Delta r'_A(z)]. \quad (5.2)$$

Разложение шумового поля в конечной полосе частот Δf по искривленным модам справедливо в приближении квазимонохроматичности мод. Для этого необходимо, чтобы на краях частотного диапазона профиль моды не сильно изменялся (например, величина смещения узлов профиля моды должна быть много меньше расстояния между соседними узлами), а изменение времени распространения моды заданного номера должно быть меньше $1/\Delta f$. Кроме этого, изменение времени распространения за счет кривизны антенны также не должно превышать $1/\Delta f$, т.е. искажение сигнала, вносимое искривлением, можно рассматривать как фазовое.

Элементы матрицы взаимной когерентности $\Gamma(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ шумовых сигналов, принятых на i -ом гидрофоне антенны в \mathbf{r}_A и j -ом гидрофоне антенны в \mathbf{r}_B , определяются как $\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) = \langle U(\mathbf{r}_A, z_i, t) U^*(\mathbf{r}_B, z_j, t - \tau) \rangle$, $i = \overline{1, I}$, $j = \overline{1, J}$, где I , J – количество гидрофонов на антеннах в \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B , соответственно; здесь скобки $\langle \cdot \rangle$ означают усреднение по множеству реализаций шумов океана. Если сигналы, распространяющиеся в виде отдельных мод, некогерентны (что, как показано в Главе 4, справедливо в случае некогерентных по модам шумовых источников в океане), то $\langle \check{a}_k(\mathbf{r}_A, t) \check{b}_m^*(\mathbf{r}_B, t - \tau) \rangle = \delta_{km} \mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, где $\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ – функция, определяемая номером моды m и горизонтальным расстоянием между рассматриваемыми антеннами; δ_{km} – символ Кронекера. В этом случае для

зависящих от τ элементов матрицы когерентности, с учетом (5.1), получается выражение

$$\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) = \sum_{m=1}^M \mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \check{\Psi}_m(z_i) \check{\Phi}_m^*(z_j). \quad (5.3)$$

(В [199] при определении $\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ и $\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ задержке приписывался противоположный знак). Функция (от τ и координат) взаимной когерентности шумового поля $\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, измеренного в двух точках (\mathbf{r}_B, z_j) и (\mathbf{r}_A, z_i) , позволяет оценить поле, при условии, что оно излучалось в точке z_j и принималось в точке z_i [96, 97, 94]. В случае использования ненаправленных приемников регистрируемое поле формируется сигналами, приходящими со всех направлений. Использование комбинированных скалярно-векторных приемников позволяет выделить поля, распространяющиеся от антенны в \mathbf{r}_A к антенне в \mathbf{r}_B (или в обратном направлении). Для таких приемников возможен также другой способ выделения направления прихода сигналов – за счет формирования расширенной матрицы когерентности для всех пар сигналов со скалярных и векторных датчиков одной и той же или двух разных антенн. В обоих случаях для комбинированных приемников достигается примерно четырехкратное улучшение отношения сигнал/помеха [199]. Далее предполагается, что гидрофоны регистрируют поля, распространяющиеся от «излучающей» антенны в \mathbf{r}_B к «принимающей» антенне в \mathbf{r}_A (выбор направления определяет знак τ в (5.3)). Точечный «источник» имеет координаты (\mathbf{r}_B, z_j) и излучает в момент времени t сигнал (шумовой или детерминированный) со спектром $C_{\Delta\omega}(\omega)$. Звуковое давление, принимаемое в точке (\mathbf{r}_A, z_i) в момент $t + \tau$ с запаздыванием τ в узкой полосе частот $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ (такой, что моду можно рассматривать как монохроматическую), представимо в виде [199]:

$$U_{ij}(\mathbf{r}_A, t + \tau; \mathbf{r}_B, t) \equiv U_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) = \sum_{m=1}^M a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \psi_m(z_i) \varphi_m(z_j) \quad (\text{далее})$$

зависимость от t опускается). Коэффициенты $a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, содержащие информацию о модовой структуре принимаемого поля (о фазе и амплитуде сигналов, распространяющихся по отдельным модам), при выбранной временной зависимости $\sim \exp(-i\omega t)$ определяются выражением

$$a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} C_{\Delta\omega}(\omega) H_0^{(1)}(\bar{\alpha}_m |\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|) \exp(-i\omega\tau) d\omega, \quad (5.4)$$

где $\bar{\alpha}_m$ – усредненное по трассе $\mathbf{r}_B \rightarrow \mathbf{r}_A$ горизонтальное волновое число m -ой моды. Функции $a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ несут информацию об условиях распространения поля между рассматриваемыми антеннами и далее будут называться «коэффициентами распространения мод». Восстановление набора $a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, $m = \overline{1, M}$, позволяет определить времена распространения сигналов (эквивалентных временам приходов при томографировании в импульсном режиме) по каждой из M распространяющихся мод, что требуется для решения томографической задачи. При малых отклонениях $\Delta\mathbf{r}_B(z)$, $\Delta\mathbf{r}_A(z)$ поле $U_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ может быть представлено в виде разложения по искривленным модам:

$$U_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) = \sum_{m=1}^M a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \check{\psi}_m(z_i) \check{\varphi}_m^*(z_j), \quad (5.5)$$

где $\check{\psi}_m(z_i)$, $\check{\varphi}_m(z_j)$ определены в (5.2). Выражения (5.3) и (5.5) совпадают, за исключением функций $a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ и $\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, т.е. коэффициенты $a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, нахождение которых необходимо для решения томографической задачи, тесно связаны с $\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$. В случае рассмотрения шумового сигнала в полосе $\Delta\omega$ с центральной частотой ω_0 , $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$, соотношение между $\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ и $a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ имеет вид [199]:

$$\frac{\partial \mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)}{\partial \tau} \sim \omega_0 \int_{-\infty}^{\infty} a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau - \eta) C_{\Delta\omega}(\eta) d\eta, \quad C_{\Delta\omega}(\eta) \text{ — функция}$$

автокогерентности шума, профильтрованного в полосе $\Delta\omega$. Если характеристики шума в полосе $\Delta\omega$ изменяются слабо, то значения модулей рассматриваемых функций приблизительно пропорциональны:

$$|\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)| \sim |a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|, \text{ откуда} \\ |\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2 \sim |a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2. \quad (5.6)$$

Момент времени τ , когда $|a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ достигает максимума, соответствует времени прихода сигнала по моде заданного номера m . Поскольку, согласно (5.6), времена τ достижения максимальных значений функциями $|\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ и $|a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ совпадают, то задача определения времен распространения сигналов по отдельным модам сводится к задаче восстановления коэффициентов $|\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ по данным шумовых измерений. Далее рассматривается задача определения набора функций $|\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$, $m = \overline{1, M}$, на основе взаимного корреляционного анализа шумовых полей, принятых гидрофонами рассматриваемых антенн.

Последовательное вычисление функций $\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ для всех i -ых гидрофонов антенны в \mathbf{r}_A и всех j -ых гидрофонов антенны в \mathbf{r}_B позволяет построить «трехмерную» матрицу взаимной когерентности полей $\Gamma(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau_s)$, где $\{\tau_s\}$ ($s = \overline{1, S}$) – дискретные значения временных задержек. При использовании матричной записи в обозначениях Дирака выражение для двумерной матрицы $\Gamma(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau^0)$, при фиксированной временной задержке $\tau^0 \in \{\tau_s\}$, принимает вид:

$$\Gamma(\tau^0) = \sum_{m=1}^M \mu_m(\tau^0) |\check{\Psi}_m\rangle \langle \check{\Phi}_m|, \text{ где } |\check{\Psi}_m\rangle \equiv \begin{pmatrix} \check{\Psi}_m(z_1) \\ \dots \\ \check{\Psi}_m(z_I) \end{pmatrix}, |\check{\Phi}_m\rangle \equiv \begin{pmatrix} \check{\Phi}_m(z_1) \\ \dots \\ \check{\Phi}_m(z_J) \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

– вектор-столбцы, состоящие из значений профилей искривленных мод на разных глубинах; далее зависимость μ_m и Γ от значений τ^0 , \mathbf{r}_B , \mathbf{r}_A опускается. Соотношение (5.7) означает, что матрица Γ при одном значении

временной задержки представима в виде разложения по искривленным модам. С другой стороны, используя конечномерный аналог формализма союзных фундаментальных элементов Шмидта [187, 180], матрицу Γ можно

представить в виде разложения $\Gamma = \sum_{n=1}^N \hat{\mu}_n |\hat{\psi}_n\rangle\langle\hat{\phi}_n|$ по матричным формам,

образованным произведениями ортонормированных собственных векторов $|\hat{\phi}_n\rangle, |\hat{\psi}_n\rangle$ (которые могут не совпадать с векторами $|\check{\phi}_m\rangle, |\check{\psi}_m\rangle$) квадратных

матриц $\Gamma^+\Gamma$ и $\Gamma\Gamma^+$, соответственно (знак «+» обозначает эрмитово сопряжение). Эти матрицы имеют N совпадающих ненулевых собственных

значений $\lambda_n = |\hat{\mu}_n|^2$: $\lambda_n |\hat{\phi}_n\rangle = \Gamma^+\Gamma |\hat{\phi}_n\rangle, \lambda_n |\hat{\psi}_n\rangle = \Gamma\Gamma^+ |\hat{\psi}_n\rangle, n = \overline{1, N},$

$0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots; \lambda_n$ действительны в силу эрмитовости матриц $\Gamma^+\Gamma$ и $\Gamma\Gamma^+$.

Значение N определяется количеством гидрофонов на антеннах (далее, для простоты, совпадающим: $I = J = N$). Собственные векторы и собственные

значения матрицы $\Gamma^+\Gamma$, определенные для разных временных задержек $\{\tau_s\}$,

характеризуют модовый состав поля на антенне в \mathbf{r}_B ; матрица $\Gamma\Gamma^+$ позволяет

оценить времена распространения сигналов между \mathbf{r}_B и \mathbf{r}_A . Таким образом,

восстановление μ_m может основываться на следующем соотношении:

$$\Gamma = \sum_{m=1}^M \mu_m |\check{\psi}_m\rangle\langle\check{\phi}_m| = \sum_{n=1}^N \hat{\mu}_n |\hat{\psi}_n\rangle\langle\hat{\phi}_n|, \text{ где предполагается } N \geq M. \text{ Тем самым,}$$

модовая структура шумового поля определяется из собственных векторов и

собственных значений квадратных матриц $\Gamma^+(\tau)\Gamma(\tau)$ и $\Gamma(\tau)\Gamma^+(\tau)$,

вычисляемых для фиксированных τ . Здесь важно вновь подчеркнуть, что

профили искривленных мод $|\check{\phi}_m\rangle, |\check{\psi}_m\rangle$ и значения μ_m не обязаны в общем

случае совпадать с собственными векторами $|\hat{\phi}_n\rangle, |\hat{\psi}_n\rangle$ и

характеристическими числами $\hat{\mu}_n$. Представление (5.7) в виде суммы

$\Gamma = \mu_1 |\check{\psi}_1\rangle\langle\check{\phi}_1| + \mu_2 |\check{\psi}_2\rangle\langle\check{\phi}_2| + \dots$, приводит к следующему соотношению для

оценки поля на «принимающей» антенне в \mathbf{r}_A :

$$\begin{aligned} \Gamma\Gamma^+ &= \mu_1\mu_1^*\langle\check{\varphi}_1|\check{\varphi}_1\rangle|\check{\psi}_1\rangle\langle\check{\psi}_1| + \mu_2\mu_2^*\langle\check{\varphi}_2|\check{\varphi}_2\rangle|\check{\psi}_2\rangle\langle\check{\psi}_2| + \\ &+ 2\operatorname{Re}\left[\mu_1\mu_2^*\langle\check{\varphi}_2|\check{\varphi}_1\rangle|\check{\psi}_2\rangle\langle\check{\psi}_1|\right] + \dots = \lambda_1|\hat{\psi}_1\rangle\langle\hat{\psi}_1| + \lambda_2|\hat{\psi}_2\rangle\langle\hat{\psi}_2| + \dots \end{aligned} \quad (5.8)$$

Непосредственно решить систему (5.8) относительно неизвестных $|\mu_m|^2 = \mu_m\mu_m^*$ нельзя, так как (5.8) содержит неизвестные величины $\langle\check{\varphi}_m|\check{\varphi}_m\rangle$, $\langle\check{\varphi}_m|\check{\varphi}_k\rangle$ и неизвестные элементы матриц $|\check{\psi}_m\rangle\langle\check{\psi}_m|$, $|\check{\psi}_m\rangle\langle\check{\psi}_k|$, $m = \overline{1, M}$, $k = \overline{m+1, M}$. Существенное упрощение решения возможно при рассмотрении взаимосвязей только между диагональными элементами матриц $|\check{\psi}_m\rangle\langle\check{\psi}_m|$, $|\check{\psi}_m\rangle\langle\check{\psi}_k|$, $m = \overline{1, M}$, $k = \overline{m+1, M}$ и $|\hat{\psi}_n\rangle\langle\hat{\psi}_n|$, $n = \overline{1, N}$, входящих в (5.8). При этом используются следующие соотношения для искривленных мод, позволяющие исключить влияние кривизны антенного профиля:

$$\begin{aligned} \check{\psi}_m(z)\check{\psi}_m^*(z) &= \psi_m(z)\exp[i\mathfrak{a}_m\Delta r'_A(z)]\psi_m(z)\exp[-i\mathfrak{a}_m\Delta r'_A(z)] = \psi_m^2(z), \\ \langle\check{\varphi}_m|\check{\varphi}_m\rangle &= \langle\varphi_m|\varphi_m\rangle, \quad m = \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Предполагается также, что для характерных гидрологических профилей мирового океана [202] и встречающихся на практике искривлений антенного профиля справедливы приближения

$$\begin{aligned} \check{\psi}_m(z)\check{\psi}_k^*(z) &= \psi_m(z)\psi_k(z)\exp[i(\mathfrak{a}_m - \mathfrak{a}_k)\Delta r'_A(z)] \approx \psi_m(z)\psi_k(z), \\ \langle\check{\varphi}_m|\check{\varphi}_k\rangle &\approx \langle\varphi_m|\varphi_k\rangle, \quad m \neq k. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Действительно, в большинстве практически важных случаев разность фазовых скоростей распространяющихся мод с близкими номерами редко превосходит величину $\Delta c_{mk} \sim 20$ м/с, определяемую профилем скорости звука $c(z)$, характерным для эксперимента. В этом случае на смещениях антенного профиля $|\Delta r'_A| \sim 100$ м различие фазовых набегов мод с номерами m и k оценивается как $|(\mathfrak{a}_m - \mathfrak{a}_k)\Delta r'_A| \leq 2\pi f_0 \Delta c_{mk} |\Delta r'_A|/c_0^2 \sim 0.56$ рад (при частоте $f_0 = 100$ Гц и скорости звука $c_0 = 1500$ м/с), что говорит о достаточно широкой области применимости рассматриваемого приближения (5.10) для решения задачи, поставленной в настоящей работе.

С учетом (5.9) и (5.10), для диагональных элементов системы (5.8)

имеем:

$$\begin{aligned} & \langle \varphi_1 | \varphi_1 \rangle | \psi_1 \psi_1 \rangle \mu_1 \mu_1^* + \langle \varphi_2 | \varphi_2 \rangle | \psi_2 \psi_2 \rangle \mu_2 \mu_2^* + \\ & + 2 \langle \varphi_1 | \varphi_2 \rangle | \psi_1 \psi_2 \rangle \operatorname{Re}[\mu_1 \mu_2^*] + \dots = \lambda_1 | \hat{\psi}_1 \hat{\psi}_1^* \rangle + \lambda_2 | \hat{\psi}_2 \hat{\psi}_2^* \rangle + \dots, \end{aligned} \quad (5.11)$$

где

$$\begin{aligned} | \psi_m \psi_m \rangle & \equiv \begin{pmatrix} \psi_m(z_1) \psi_m(z_1) \\ \dots \\ \psi_m(z_I) \psi_m(z_I) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_m(z_1) \tilde{\psi}_m^*(z_1) \\ \dots \\ \tilde{\psi}_m(z_I) \tilde{\psi}_m^*(z_I) \end{pmatrix}, \\ | \psi_m \psi_k \rangle & \equiv \begin{pmatrix} \psi_m(z_1) \psi_k(z_1) \\ \dots \\ \psi_m(z_I) \psi_k(z_I) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_m(z_1) \tilde{\psi}_k^*(z_1) \\ \dots \\ \tilde{\psi}_m(z_I) \tilde{\psi}_k^*(z_I) \end{pmatrix}, \quad m = \overline{1, M}, \quad k = \overline{m+1, M}; \\ | \hat{\psi}_n \hat{\psi}_n^* \rangle & \equiv \begin{pmatrix} \hat{\psi}_n(z_1) \hat{\psi}_n^*(z_1) \\ \dots \\ \hat{\psi}_n(z_I) \hat{\psi}_n^*(z_I) \end{pmatrix}, \quad n = \overline{1, N}, \quad - \text{ вектор-столбцы, состоящие из} \end{aligned}$$

диагональных элементов матриц $|\tilde{\psi}_m\rangle\langle\tilde{\psi}_m|$, $|\tilde{\psi}_m\rangle\langle\tilde{\psi}_k|$ и $|\hat{\psi}_n\rangle\langle\hat{\psi}_n|$, соответственно. Предполагается, что в местах расположения антенн профиль гидрологии известен (например, вдоль вертикальной антенны расположены STD датчики проводимости, температуры и глубины), т.е. известны профили неискривленных мод $\varphi_m(z)$, $\psi_m(z)$. В этом случае соотношения (5.11) представляют собой систему линейных уравнений относительно неизвестных $\mu_m \mu_m^*$ и $\operatorname{Re}[\mu_m \mu_k^*]$, $m = \overline{1, M}$, $k = \overline{m+1, M}$, в краткой матричной форме имеющей вид:

$$\Psi_{(2)} | \mu \mu^* \rangle = | B^{\text{noise}} \rangle, \quad (5.12)$$

$$\text{где } | B^{\text{noise}}(\tau) \rangle \equiv | B^{\text{noise}} \rangle \equiv \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^N \lambda_n \hat{\psi}_n(z_1) \hat{\psi}_n^*(z_1) \\ \dots \\ \sum_{n=1}^N \lambda_n \hat{\psi}_n(z_I) \hat{\psi}_n^*(z_I) \end{pmatrix}, \quad | \mu \mu^* \rangle \equiv \begin{pmatrix} \mu_1 \mu_1^* \\ \dots \\ \operatorname{Re}[\mu_1 \mu_2^*] \\ \dots \end{pmatrix}. \quad \text{Элементы}$$

$$\text{матрицы } \Psi_{(2)} \equiv [\langle \varphi_1 | \varphi_1 \rangle | \psi_1 \psi_1 \rangle \quad \langle \varphi_2 | \varphi_2 \rangle | \psi_2 \psi_2 \rangle \quad \dots \quad 2 \langle \varphi_1 | \varphi_2 \rangle | \psi_1 \psi_2 \rangle \quad \dots]$$

определяются на основании измерений профиля скорости звука в местах расположения антенн, а правая часть $|B^{\text{noise}}\rangle$ определяется собственными векторами $\hat{\psi}_n$ и собственными числами λ_n матрицы $\Gamma(\tau)\Gamma^+(\tau)$ при фиксированном $\tau = \tau^0 \in \{\tau_s\}$; $|\mu\mu^*\rangle$ – вектор неизвестных. Предполагается, что система (5.12) полна или избыточна, т.е. количество неизвестных $M(M+1)/2$ не превышает количества линейно независимых уравнений I :

$$M(M+1)/2 \leq I. \quad (5.13)$$

Решение системы (5.12) может быть найдено методом наименьших квадратов, регуляризованным добавлением к $\Psi_{(2)}^+ \Psi_{(2)}$ диагональной матрицы D с элементами γ_m^2 на диагонали:

$$|\hat{\mu}\mu^*\rangle = (\Psi_{(2)}^+ \Psi_{(2)} + D)^{-1} \Psi_{(2)}^+ |B^{\text{noise}}\rangle. \quad (5.14)$$

В простейшем случае однородной регуляризации все γ_m^2 одинаковы. Однако, численное моделирование показало, что оценка (5.14) более точна в случае неоднородной регуляризации, при которой весовые коэффициенты γ_m^2 разные. В матрице $\Psi_{(2)} \equiv [\Psi_{(2)}^{\text{auto}} \quad \Psi_{(2)}^{\text{cross}}]$ можно выделить два блока: $\Psi_{(2)}^{\text{auto}} \equiv [\langle \varphi_1 | \varphi_1 \rangle |\psi_1 \psi_1\rangle \quad \langle \varphi_2 | \varphi_2 \rangle |\psi_2 \psi_2\rangle \dots]$ и $\Psi_{(2)}^{\text{cross}} \equiv [2\langle \varphi_1 | \varphi_2 \rangle |\psi_1 \psi_2\rangle \quad 2\langle \varphi_1 | \varphi_3 \rangle |\psi_1 \psi_3\rangle \dots]$, образованные, соответственно, произведением профилей мод $\langle \varphi_m | \varphi_m \rangle |\psi_m \psi_m\rangle$ с одинаковыми номерами и перекрестными произведениями $2\langle \varphi_m | \varphi_k \rangle |\psi_m \psi_k\rangle$, $m = \overline{1, M}$, $k = \overline{m+1, M}$.

Так как матрица $\Psi_{(2)}^{\text{auto}}$ хорошо обусловлена, то среди неизвестных $|\hat{\mu}\mu^*\rangle$ первые M членов типа $\mu_m \mu_m^*$ не требуют регуляризации для их оценки, и поэтому полагается $\gamma_m^2 = 0$, $m = \overline{1, M}$. Матрица $\Psi_{(2)}^{\text{cross}}$ обусловлена плохо, и остальные $M(M-1)/2$ неизвестных в виде перекрестных членов $\text{Re}[\mu_m \mu_k^*]$

нуждаются в регуляризации: при численном моделировании значения γ_m^2 , где $m = \overline{M+1, M(M+1)/2}$, полагались равными 10^{-8} от максимального собственного значения матрицы $\Psi_{(2)}^+ \Psi_{(2)}$. Такая выборочная регуляризация оказывается ближе к оптимальной и дает меньшую дисперсию оценок.

Решение (5.14) системы (5.12) позволяет восстановить набор функций $|\mu_m(\tau)|^2$, максимумы которых соответствуют временам τ распространения сигналов по модам с номерами $m = \overline{1, M}$. Если модовые сигналы разделились по временам распространения, то поле для задержек $\tau \in \{\tau_s\}$ может формироваться не всеми M распространяющимися модами, а лишь их частью. В этом случае при решении системы (5.12) для выбранных τ вместо всех M распространяющихся мод следует рассматривать лишь $M' \leq M$ принимаемых мод, если имеется априорная информация о номерах тех мод, которые формируют поле на определенном интервале времени. При этом важно, чтобы количество M' принимаемых мод при всех рассматриваемых $\tau \in \{\tau_s\}$ не превышало количество гидрофонов I .

Таким образом, задача восстановления модовой структуры поля на основе данных измерений с коротких антенн, искривленных подводными течениями, сводится к решению системы линейных уравнений относительно неизвестных квадратов модулей коэффициентов распространения мод. Этот вывод лежит в основе дальнейшего рассмотрения.

Система (5.12) получена в результате ряда приближений, ограничивающих область ее применения. Как уже отмечалось, собственные векторы матриц $\Gamma^+ \Gamma$ или $\Gamma \Gamma^+$ будут характеризовать моды, если изменение времени распространения сигнала за счет кривизны профиля антенны не превышает временного масштаба когерентности $1/\Delta f$ сигнала, т.е.

$$|\Delta r'_A(z)|, |\Delta r'_B(z)| < c_0/\Delta f. \quad (5.15)$$

Условия (5.15) накладывают ограничения на кривизну антенны, которая может быть скомпенсирована при интервале частот Δf . Так, при смещении

антенного профиля $|\Delta r'_A| \sim 150$ м необходимая полоса частот $\Delta f < 10$ Гц. Увеличение $|\Delta r'_A|$ приводит к необходимости сужения полосы частот, что ухудшает отношение сигнал/помеха на выходе корреляционной системы. Таким образом, существует предельное значение смещения $|\Delta r'_A|$ (определяемое требуемым отношением сигнал/помеха), которое может быть скомпенсировано.

Конечная длина антенны определяет присутствие в системе (5.12) перекрестных членов $|\psi_m \psi_k\rangle$, $m \neq k$ с множителями $\langle \varphi_m | \varphi_k \rangle \neq 0$. Это требует рассмотрения дополнительных неизвестных $\text{Re}[\mu_m \mu_k^*]$, $m = \overline{1, M}$, $k = \overline{m+1, M}$, и, как следствие, ухудшает обусловленность системы (5.12). Уменьшение длины антенны, т.е. количества гидрофонов I при примерно равномерном их распределении вдоль антенны, приводит, в силу (5.13), к квадратичному уменьшению количества M разрешаемых мод. В результате уменьшается объем исходных данных и снижается разрешающая способность томографической схемы. Кроме этого, уменьшение количества гидрофонов I приводит к увеличению относительного вклада перекрестных членов в формирование поля при каждом $\tau \in \{\tau_s\}$, т.е. к уменьшению точности определения максимумов функций $|\mu_m(\tau)|^2$. Если антенны перекрывают весь океанический волновод (предполагается, что влияние кривизны может быть нейтрализовано домножением в (5.9) и (5.10) профилей искривленных мод на их комплексно сопряженные значения), то $\langle \psi_m | \psi_k \rangle \approx \delta_{mk}$, и перекрестные члены $|\psi_m \psi_k\rangle$, $m \neq k$, при решении системы (5.12) не учитываются. В этом случае условие (5.13) заменяется не столь строгим требованием $M \leq I$.

При решении системы (5.12) допускается одновременный прием нескольких мод, формирующих поле при рассматриваемом τ . Поскольку в условиях реального эксперимента моды тех или иных номеров могут не

разделяться по временам приходов [43], то важно, что предлагаемый подход позволяет восстановить модовую структуру и в этом случае.

При численном моделировании рассматривались две вертикальные антенны, разнесенные на расстояние $\rho = |\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B| = 2 \times 10^5$ м. Моделировалось распространение случайного поля от антенны в \mathbf{r}_B , к антенне в \mathbf{r}_A . Поле на антенне в \mathbf{r}_B вычислялось из (5.1) в виде суммы первых десяти некогерентных мод $M' = 10$, формирующих поле на рассматриваемом далее интервале задержек τ . Эти моды захвачены каналом без участия поверхности. Коэффициенты $\check{a}_m(\mathbf{r}_A, t)$, $\check{b}_m(\mathbf{r}_B, t)$ содержали как действительную, так и мнимую части, каждая из которых являлась независимой реализацией шума длительностью $T = 400$ с с равномерной плотностью мощности в полосе $\Delta f = 10$ Гц с центральной частотой $f_0 = 80$ Гц и временным шагом дискретизации $1/(1.6\Delta f)$ (при обработке

несущая частота «снималась»). Для разных мод функции $\check{a}_m(\mathbf{r}_A, t)$, $\check{b}_m(\mathbf{r}_B, t)$, $m = \overline{1, 10}$, рассчитывались как комплексные нормальные независимые случайные величины с учетом взаимной задержки $\tau = \tau^{(m)}$ между $\check{a}_m(\mathbf{r}_A, t)$ и $\check{b}_m(\mathbf{r}_B, t)$, определяемой временем распространения $\tau^{(m)}$ моды с номером m на расстояние ρ . В местах расположения антенн задавались отличающиеся гидрологии, близкие к субполярным, что определяло разный набор профилей мод $\varphi_m(z)$, $\psi_m(z)$ (рис. 5.2) и их горизонтальных волновых чисел κ_m , α_m , найденных из решения уравнения для вертикальных мод методом фазовой функции [203].

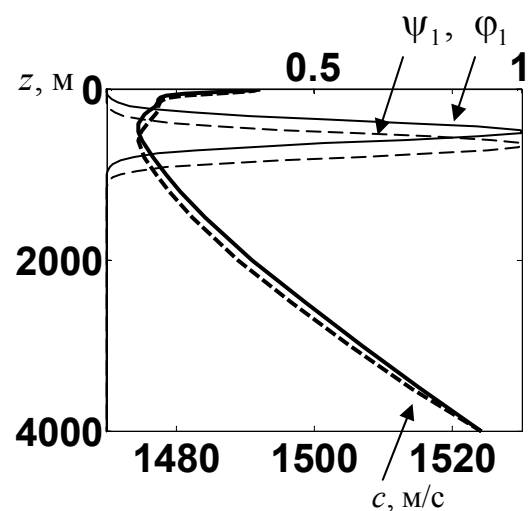


Рис. 5.2. Гидрологии в местах расположения двух антенн и соответствующие им профили первых мод ψ_1 и φ_1 .

Рассматривался случай «глубокого моря», глубина океанического волновода полагалась почти постоянной на трассе и составляла около 4000 м. При расчете временных задержек $\tau^{(m)}$ предполагалось, что гидрология между местами расположения рассматриваемых антенн меняется «линейно», т.е. фазовые скорости мод есть линейные функции горизонтального расстояния r между антеннами и при распространении от \mathbf{r}_B к \mathbf{r}_A изменяются как $c_m(r) = c_m^B + (c_m^A - c_m^B)r/\rho$, где $c_m^B = c_m(r=0) = 2\pi f_0/\kappa_m$, $c_m^A = c_m(r=\rho) = 2\pi f_0/\kappa_m$ – фазовые скорости мод в \mathbf{r}_B и \mathbf{r}_A , соответственно.

Тогда имеет место соотношение

$$\tau^{(m)} = \int_0^\rho \frac{dr}{c_m(r)} = \frac{\rho}{c_m^A - c_m^B} \ln\left(\frac{c_m^A}{c_m^B}\right) = \frac{\rho}{\bar{c}_m}, \text{ где } \bar{c}_m = (c_m^A - c_m^B) \ln^{-1}\left(\frac{c_m^A}{c_m^B}\right), \quad (5.16)$$

которое использовалось при моделировании. В случае почти совпадающих гидрологий, $\bar{c}_m \rightarrow (c_m^A + c_m^B)/2$.

Учет кривизны антенны осуществлялся домножением (5.2) профилей мод $\varphi_m(z)$, $\psi_m(z)$ на фазовые множители, зависящие от глубины, т.е. поля на антеннах представляли собой суперпозицию искривленных мод $\check{\varphi}_m(z)$, $\check{\psi}_k(z)$. Для определения искривления антенного профиля использовался подход, описанный в [125], где рассматривалось равновесие в изоскоростном потоке для системы, состоящей из гибкого нерастяжимого троса заданного диаметра, длины и веса, с закрепленным верхним концом и с отрицательной плавучестью, подвешенной к нижнему концу. Влияние течения на форму антенны, когда она закреплена на дне и растягивается в вертикальном направлении поплавок-бум, рассматривалось в [123]. Полученные в [125] уравнения использовались для оценки отклонений $\Delta r'_B(z)$, $\Delta r'_A(z)$ от вертикального положения в зависимости от длины антенны L , проекции скорости потока v на плоскость рассмотрения ($v = \text{const}$ вдоль всей длины L) и массы груза m_0 , для заданного веса единицы длины троса в воде 0.05 кг/м и диаметра троса 0.002 м.

5.2. Использование коротких антенн

При исследовании влияния конечной длины антенны на возможность определения времен распространения модовых сигналов с помощью предлагаемого подхода (5.12), в начале рассматривался прием шумового поля строго вертикальными антеннами различной длины. На первом шаге предполагалось, что антенны в \mathbf{r}_B и \mathbf{r}_A перекрывают весь океанический волновод, имеют совпадающие длины $L = 4000$ м, и каждая из антенн содержит $I = J = 100$ гидрофонов, равномерно распределенных вдоль вертикали. Конечно, для заданных гидрологий (рис.5.2) нет необходимости перекрывать антеннами весь волновод, однако данный пример позволяет получить результаты, которые могут использоваться в качестве «эталонных» при дальнейшем рассмотрении коротких искривленных антенн. Вычисление функций когерентности $\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, $i, j = \overline{1, 100}$ между всеми гидрофонами

антенн определяет «трехмерную» матрицу когерентности $\Gamma(\tau)$. Для задержек τ в интервале $[\tau_1, \tau_2]$, в котором наблюдается приход модовых сигналов, вычислялись квадратные матрицы $\Gamma(\tau)\Gamma^+(\tau)$, их собственные векторы $|\hat{\psi}_n\rangle$ и собственные значения λ_n , после чего формировалась правая часть $|B^{\text{noise}}(\tau)\rangle$. Профили мод $\varphi_m(z)$, $\psi_m(z)$ для заданных гидрологий в точках расположения антенн позволяют вычислить матрицу $\Psi_{(2)}$. Тогда оценки

коэффициентов $|\mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ получаются в виде (5.14) при всех

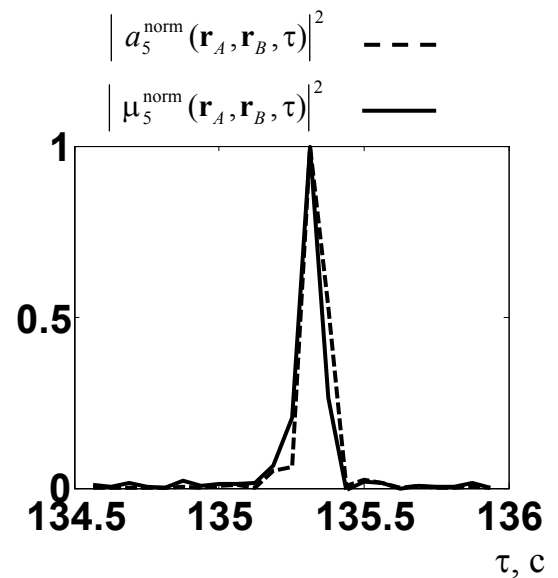


Рис. 5.3. Временная зависимость нормированного значения квадрата модуля коэффициента распространения пятой моды, полученного из функций взаимной когерентности шумового поля (сплошная линия), и рассчитанного для активного излучения шумового сигнала гидрофонами одной антенны с последующим приемом другой антенной (пунктирная линия).

дискретных τ . Критерием точности решения $\left| \hat{\mu} \mu^* \right\rangle$ (в смысле полноты описания всех эффектов, определяемых правой частью $\left| B^{\text{noise}} \right\rangle$), служили невязки по правой части $\eta(\tau)$ при каждом τ :

$$\eta(\tau) = \sum_{i=1}^I \left| B_i^{\text{noise}}(\tau) - \hat{B}_i^{\text{noise}}(\tau) \right| / \sum_{i=1}^I \left| B_i^{\text{noise}}(\tau) \right|, \text{ где } \hat{B}_i^{\text{noise}}(\tau) \text{ – элемент вектор-столбца } \left| \hat{B}^{\text{noise}}(\tau) \right\rangle \equiv \Psi_{(2)} \left| \hat{\mu} \mu^* \right\rangle.$$

Для оценки точности восстановления времени распространения моды заданного номера, из (5.4) вычислялись коэффициенты $a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ для случая излучения шума гидрофонами антенны, расположенной в \mathbf{r}_B . Полагалось, что спектр шума равномерно распределен в полосе $\Delta\omega$, т.е. $C_{\Delta\omega}(\omega) \equiv \{C_0 \text{ при } \omega \in [-\Delta\omega/2, \Delta\omega/2]; 0 \text{ при } \omega \notin [-\Delta\omega/2, \Delta\omega/2]\}$ (несущая частота «снимается»). Тогда, согласно (5.4),

$$a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \cong \frac{i}{2} C_0 \int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} H_0^{(1)}\left(\frac{\omega}{\bar{c}_m} |\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|\right) \exp(-i\omega\tau) d\omega, \quad (5.17)$$

где \bar{c}_m – средняя по трассе скорость (5.16). На рис. 5.3 для пятой моды (номер выбран произвольно) приведены нормированные временные зависимости

$$\left| \mu_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \right|^2 \equiv \left| \mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \right|^2 / \max_{\tau \in [\tau_1, \tau_2]} \left| \mu_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \right|^2 \quad \text{и}$$

$$\left| a_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \right|^2 \equiv \left| a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \right|^2 / \max_{\tau \in [\tau_1, \tau_2]} \left| a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \right|^2, \quad \text{где под } \left| \mu_m \right|^2$$

подразумевается оценка $\left| \hat{\mu} \mu^* \right\rangle$. Как видно, время распространения моды

определено точно. Практически точное совпадение определяемых из (5.14)

коэффициентов $\left| \mu_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \right|^2$ и вычисленных из (5.17) функций

$\left| a_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) \right|^2$ имеет место для всех десяти мод. Из рис. 5.4а, на котором

приведены временные зависимости $|\mu_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ для всех десяти мод, можно однозначно определить времена распространения сигналов по этим модам в случае длинных антенн, перекрывающих весь волновод. Надо отметить, что на рис. 5.4а наблюдаются лишь девять разделившихся во времени функций $|\mu_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ вместо ожидаемых десяти. Дело в том, что шестая и седьмая моды не разделяются по временам приходов для заданных гидрологий и для рассматриваемого диапазона частот, но могут быть разделены с помощью предлагаемого подхода: на рис. 5.4б изображены функции $|\mu_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$, $|a_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ для $m = 6$; похожие графики имеют место для $m = 7$.

На рис. 5.5 приведены зависимости от глубины профилей пятой моды (отделившейся от других мод во времени) и шестой моды (принятой одновременно с седьмой модой при задержке τ^0), совместно с соответствующими этим модам собственными векторами матриц

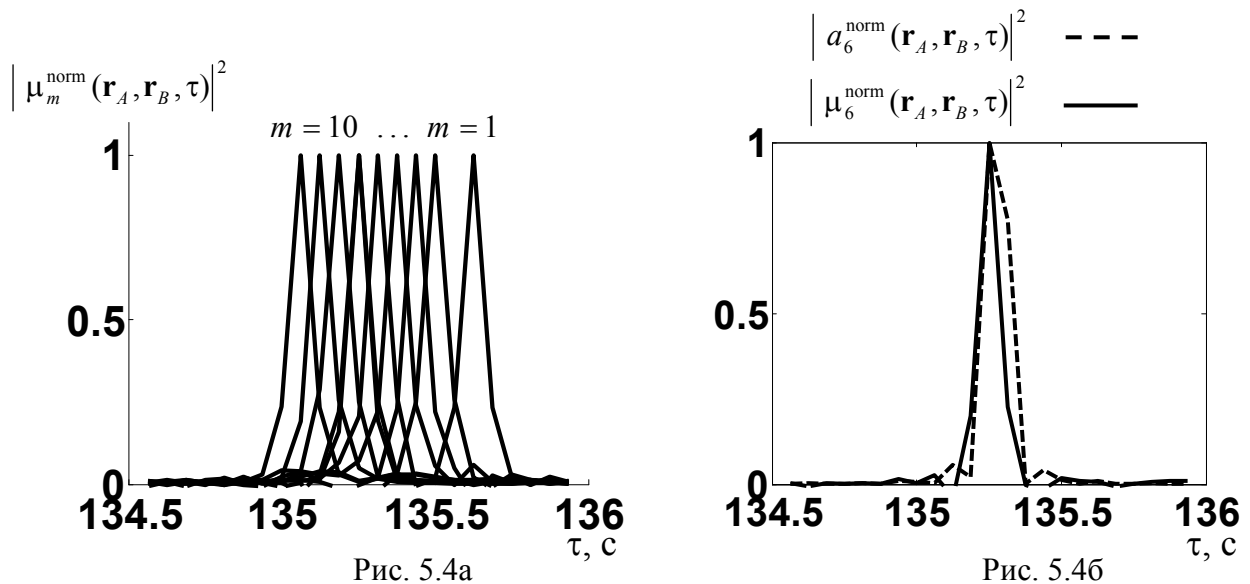


Рис. 5.4. Временные зависимости коэффициентов распространения всех десяти рассматриваемых мод (а), полученные из функции когерентности, при значении невязки $\eta \cong 3 \times 10^{-4}$. Аналогичная зависимость отдельно для шестой моды (б, сплошная линия), принятой одновременно с седьмой модой, сравнивается с точным значением коэффициента распространения этой моды (б, пунктирные линии) при активном излучении и приеме шумового поля длинными строго вертикальными антеннами.

$\Gamma(\tau^0)\Gamma^+(\tau^0)$. Если поле при задержке $\tau = \tau^0$ формируется преимущественно одной модой (моды разделились во времени), то в спектре собственных значений λ_n ($n = \overline{1, N}$) матрицы $\Gamma(\tau^0)\Gamma^+(\tau^0)$ присутствует одно значение λ_{\max} , существенно превосходящее все остальные. Собственный вектор, соответствующий λ_{\max} , есть, с точностью до знака, профиль моды (рис. 5.5а): $|\psi_m\rangle \approx \pm|\hat{\psi}_m\rangle$, $\mu_m\mu_m^* \approx \lambda_m$. Если же модовые сигналы не разделились по временам приходов, в спектре собственных значений матрицы $\Gamma(\tau^0)\Gamma^+(\tau^0)$ существует несколько преобладающих значений λ_n ; их число совпадает с количеством одновременно принятых мод. В этом случае собственные векторы являются линейной комбинацией профилей мод (рис. 5.5б).

При уменьшении длины антенн качество однозначного разделения временной структуры входящих многомодовых сигналов ухудшается. Во-первых, из-за ухудшения обусловленности системы (5.12) в силу условия (5.13); во-вторых, за счет нарушения ортогональности мод и возрастающей роли перекрестных членов в этой системе. Для получения приемлемого качества восстановления мод необходимо, чтобы антенна оставалась в области сосредоточения энергии распространяющихся мод. Улучшение

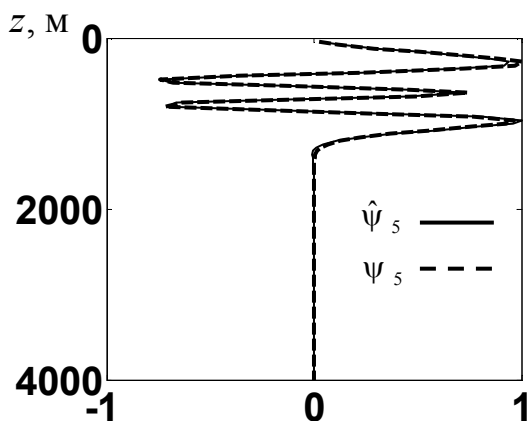


Рис. 5.5а

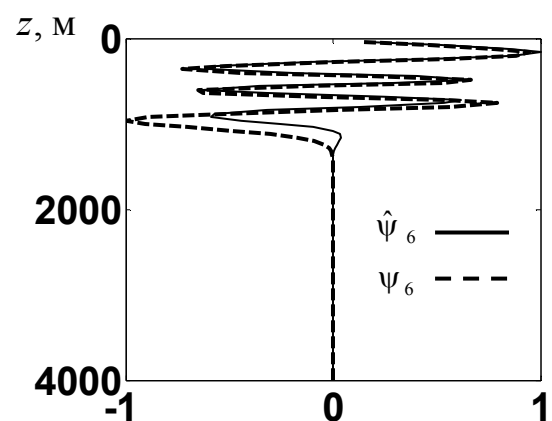


Рис. 5.5б

Рис. 5.5. Истинные профили ψ_m (пунктирные линии) пятой моды (а), отделимой по времени распространения, а также шестой моды (б), принимаемой одновременно с седьмой модой, и соответствующие им собственные векторы $\hat{\psi}_m$ матриц когерентности (сплошные линии).

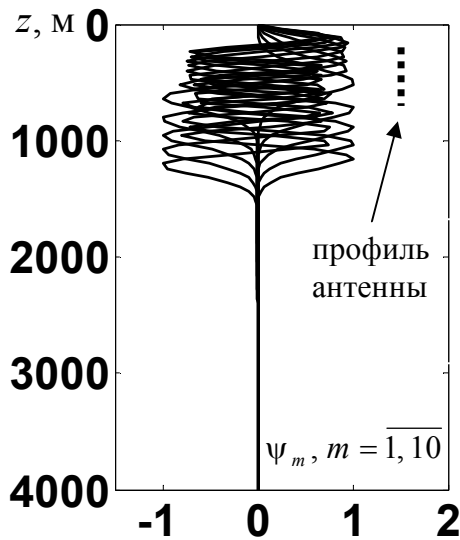


Рис. 5.6а

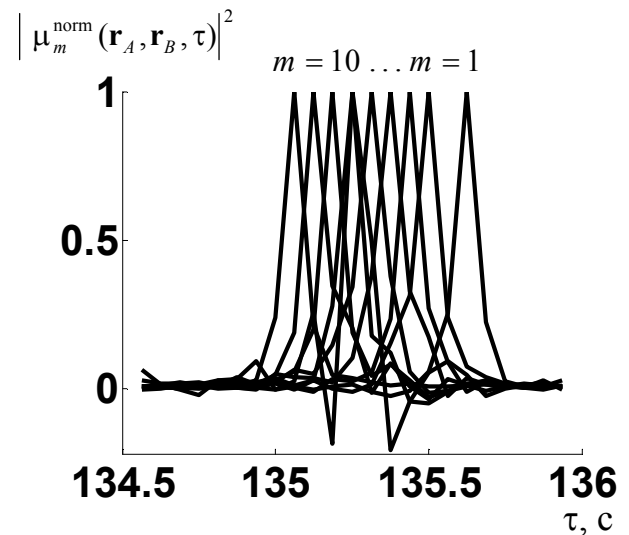


Рис. 5.6б

Рис. 5.6. Истинные профили десяти мод (а) и результат выделения этих мод короткими строго вертикальными антеннами длиной 500м, верхние концы которых погружены на глубину 200м (вертикальная прямая в виде точек на рис. 5.6а): оценка поведения во времени коэффициентов распространения мод (б) при невязке по правой части $\eta \cong 10^{-3}$.

ситуации также возможно за счет увеличения количества гидрофонов на антеннах при ограниченной их длине. На рис. 5.6б приведены оценки $|\mu_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$ для всех десяти рассматриваемых мод (рис. 5.6а), когда длина антенн одинакова и составляет $L = 500$ м, верхние концы антенн погружены на глубину $H = 200$ м, количество гидрофонов $I = J = 50$. При этом антенны не перекрывают всю область сосредоточения мод. Полученные результаты (рис. 5.6) свидетельствуют о приемлемом качестве восстановления временной структуры приходов модовых сигналов в случае коротких антенн, если количество гидрофонов достаточно для выделения заданного числа мод.

5.3. Учет кривизны профиля антенны

Влияние отклонений гидрофонов $\Delta r'_B(z)$, $\Delta r'_A(z)$ от их вертикального положения $\Delta r'_B(z) \equiv 0$, $\Delta r'_A(z) \equiv 0$ рассматривалось для тех же антенн одинаковой длины 500 м, верхние концы которых погружены на глубину

200 м, и их положение на горизонтальной плоскости «закреплено». Каждая антенна содержала $I = J = 50$ равномерно распределенных гидрофонов. Рассматриваемые антенны находятся в изоскоростных потоках $\mathbf{v}_A, \mathbf{v}_B$, с разными проекциями векторов скоростей на плоскость рассмотрения $v_A = 0.2$ м/с и $v_B = 0.3$ м/с, соответственно; к нижним концам антенн прикреплены грузы массы 30 кг. Выполнялось условие квазимонохроматичности (5.15). На рис. 5.7а приведены профили $\Delta r'_B(z)$, $\Delta r'_A(z)$. Рассматривалось распространение шумового сигнала от \mathbf{r}_A к \mathbf{r}_B . Временные зависимости функций $|\mu_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$, $m = \overline{1, 10}$, оцененных на основе анализа матрицы $\Gamma^+(\tau)\Gamma(\tau)$ при $\tau < 0$, представлены на рис. 5.7б. Незначительное ухудшение восстановленной временной структуры, по сравнению с рис. 5.6б, обусловлено кривизной антенного профиля. Однако пиковые значения функций $|\mu_m^{\text{norm}}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$, $m = \overline{1, 10}$, позволяющие однозначно идентифицировать времена распространения модовых сигналов, видны отчетливо.

Для искривленных антенн, в случае временного разделения модовых сигналов, собственные векторы матриц $\Gamma\Gamma^+$ и $\Gamma^+\Gamma$ с точностью до знака определяют профили искривленных мод: $|\check{\phi}_m\rangle \approx \pm|\hat{\phi}_m\rangle$, $|\check{\psi}_m\rangle \approx \pm|\hat{\psi}_m\rangle$. Этот факт можно использовать для оценки смещений антенного профиля в соответствующей плоскости. В случае искривленных антенн собственные векторы матриц $\Gamma\Gamma^+$ и $\Gamma^+\Gamma$ становятся комплексными и быстрее осциллирующими, по сравнению со случаем вертикальных антенн. Так, на частоте $f_0 = 80$ Гц смещения $\Delta r' \approx 38$ м $\approx 2\lambda_0$ приводят к появлению новых нулей у функций $\check{\phi}_m(z)$, $\check{\psi}_m(z)$, и в результате их профиль существенно искажается, по сравнению с профилями $\phi_m(z)$, $\psi_m(z)$. На рис. 5.7в приведена зависимость от глубины z собственного вектора $\hat{\psi}_1(z) = \text{Re}\hat{\psi}_1(z) + i\text{Im}\hat{\psi}_1(z)$ матрицы $\Gamma(\tau)\Gamma^+(\tau)$, где $\tau > 0$, соответствующего

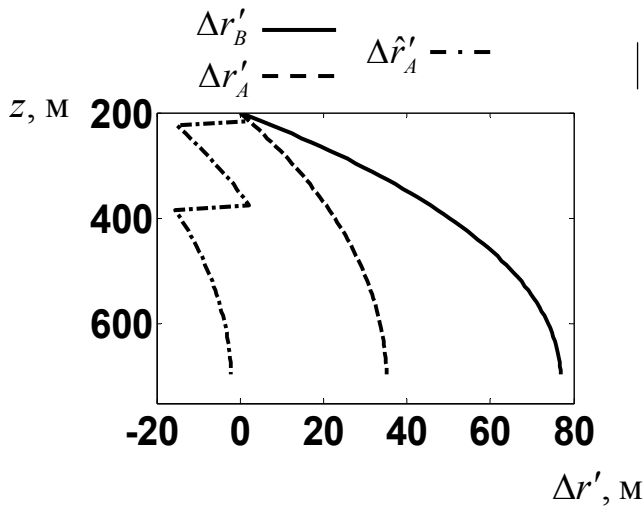


Рис. 5.7а

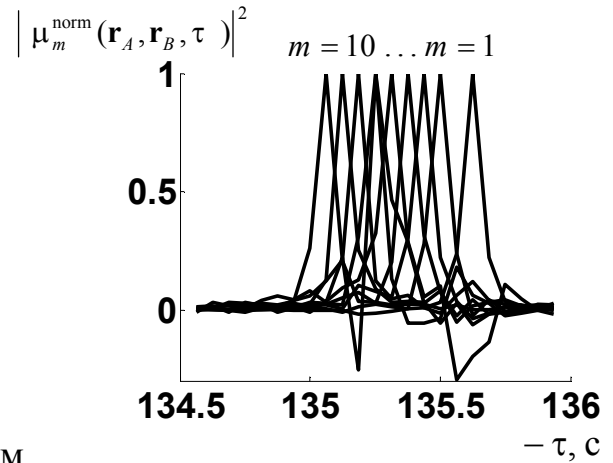


Рис. 5.7б

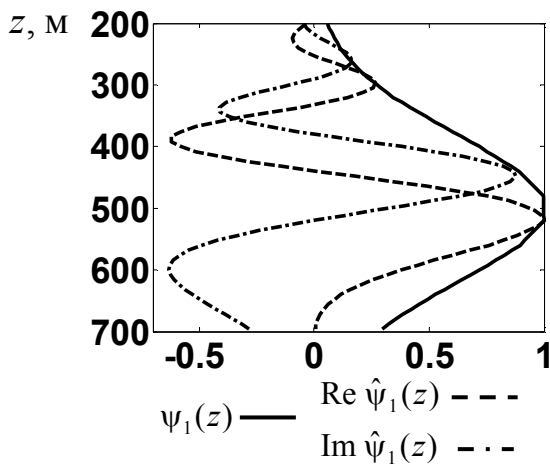


Рис. 5.7в

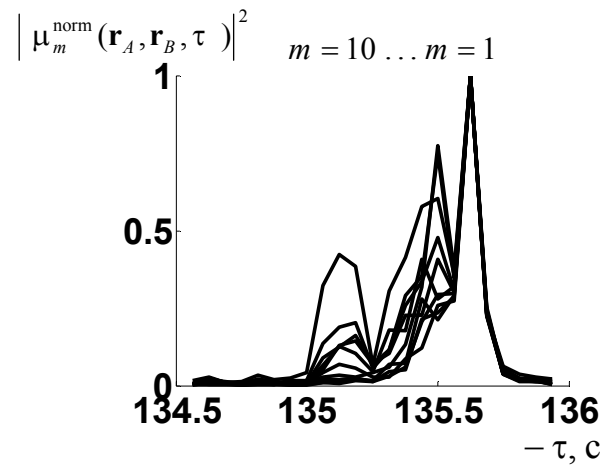


Рис. 5.7г

Рис. 5.7. Случай коротких искривленных антенн. Смещение профиля антенны в r_B (а, сплошная линия) и антенны в r_A (а, пунктирная линия). Оценка коэффициентов распространения мод, принятых антенной в r_B (б), при невязке по правой части $\eta \cong 10^{-4}$.

Результаты фильтрации мод с использованием

$$|\hat{\mu}_m^{\text{norm}}(\tau)|^2 \equiv \sum_{i,j} |\Gamma_{ij}(\tau)\varphi_m(z_j)|^2 / \max_{\tau \in [\tau_1, \tau_2]} \sum_{i,j} |\Gamma_{ij}(\tau)\varphi_m(z_j)|^2,$$

ортогональности мод (г). Профиль первой моды $\psi_1(z)$ (в, сплошная линия) в r_A и соответствующие этой моде действительная (в, пунктирная линия) и мнимая (в, штрихпунктирная линия) части собственного вектора $\hat{\psi}_1(z)$. Оценка смещения антенного профиля $\Delta \hat{r}'_A$ без компенсации скачков фазы вектора $\hat{\psi}_1(z)$ (а, штрихпунктирная линия); после компенсации эта оценка $\Delta \hat{r}'_A$ и итоговая оценка профиля моды $\hat{\psi}_1(z)$ совпадают с их истинными значениями $\Delta r'_A$ (а, пунктирная линия) и $\psi_1(z)$ (в, сплошная линия).

первой искривленной моде $\tilde{\psi}_1(z) = \psi_1(z) \exp[i \alpha_1 \Delta r'_A(z)]$ на антенне в \mathbf{r}_A . Выражение для фазы комплексной величины $\phi_m(z) = \text{arctg}(\text{Im} \tilde{\psi}_m(z) / \text{Re} \tilde{\psi}_m(z))$ и соотношение $\tilde{\psi}_m(z) \cong \pm \hat{\psi}_m(z)$, приводят к оценке $\Delta \hat{r}'_A(z)$ смещения $\Delta r'_A(z)$:

$$\Delta \hat{r}'_A(z) \cong \frac{1}{\alpha_k} [\hat{\phi}_m(z) \pm 2 \pi q], \quad (5.18)$$

где $\hat{\phi}_m(z) = \text{arctg}(\text{Im} \hat{\psi}_m(z) / \text{Re} \hat{\psi}_m(z))$, $q = 0, 1, 2, \dots$. В (5.18) необходимо компенсировать скачки функции $\hat{\phi}_m(z)$ и смену ее знака при переходе через значения $\pm(2q+1)\pi$, имея в виду однозначность соотношения для $\hat{\phi}_m(z)$ на интервале $\hat{\phi}_m(z) \in [-\pi; \pi)$ (при учете знака функций $\text{Re} \hat{\psi}_m(z)$, $\text{Im} \hat{\psi}_m(z)$) и непрерывность функции $\Delta \hat{r}'_A(z)$. Оценка $\Delta \hat{r}'_A(z)$ может быть получена как среднее из значений (5.18), вычисленных для нескольких номеров мод m . Если моды не разделились во времени, то собственные векторы есть линейные комбинации мод, и (5.18) справедливо лишь при выполнении приближений (5.10). Истинный неискривленный профиль моды $\psi_m(z)$ оценивается как $\hat{\psi}_m(z) \cong \psi_m(z) \exp[-i \hat{\phi}_m(z)]$. На рис. 5.7а приведены зависимости от глубины z отклонений $\Delta \hat{r}'_A(z)$, определенных по первой моде $m=1$ на основании (5.18) до компенсации скачков функции $\hat{\phi}_m(z)$. После компенсации оценка $\Delta \hat{r}'_A(z)$ совпадает с истинными значениями смещений $\Delta r'_A(z)$, а оцененный профиль $\hat{\psi}_1(z)$ – с истинным профилем $\psi_1(z)$ неискривленной моды (рис. 5.7в). Приведенные результаты подтверждают возможность восстановления формы антенного профиля из анализа собственных векторов матрицы взаимной когерентности шумового поля в случае хотя бы нескольких модовых сигналов, разделившихся по временам приходов.

5.4. Случай детерминированных сигналов. Сравнение с общепринятым способом фильтрации мод

Если при реализации акустической томографии океана используется достаточное количество низкочастотных излучателей, задача определения модовой структуры поля может быть значительно упрощена. В этом случае нет необходимости накапливать шумовые сигналы в течение нескольких часов, однако техническая сторона эксперимента усложняется, что существенно увеличивается его стоимость.

Пусть акустические поля (5.5) поочередно излучаются всеми источниками вертикальной антенны в \mathbf{r}_B (z_j , $j = \overline{1, J}$), и принимаются с соответствующей задержкой τ всеми гидрофонами антенны в \mathbf{r}_A (z_i , $i = \overline{1, I}$). Тогда можно сформировать трехмерную матрицу $U(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, состоящую из элементов $U_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ (5.5), по аналогии с матрицей $\Gamma(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$ (5.7). Временная структура приходов модовых сигналов оценивается из функций $|a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$, вычисляемых для каждого значения задержки $\tau \in \{\tau_s\}$, $s = \overline{1, S}$, из системы уравнений, аналогичной (5.12):

$$\Psi_{(2)} |aa^*\rangle = |B^{\det}\rangle, \quad (5.19)$$

где $|B^{\det}\rangle \equiv \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^N \lambda_n^{\det} \hat{\psi}_n^{\det}(z_1) (\hat{\psi}_n^{\det}(z_1))^* \\ \dots \\ \sum_{n=1}^N \lambda_n^{\det} \hat{\psi}_n^{\det}(z_I) (\hat{\psi}_n^{\det}(z_I))^* \end{pmatrix}$, $|aa^*\rangle \equiv \begin{pmatrix} a_1 a_1^* \\ a_2 a_2^* \\ \dots \\ \text{Re}[a_1 a_2^*] \\ \dots \end{pmatrix}$. Элементы матриц

$\Psi_{(2)}$ в (5.12) и (5.19) совпадают, а правая часть $|B^{\det}\rangle$ определяется собственными векторами $\hat{\psi}_n^{\det}$ и собственными числами λ_n^{\det} квадратной матрицы $U(\tau^0)U^+(\tau^0) = \sum_{n=1}^N \lambda_n^{\det}(\tau^0) |\hat{\psi}_n^{\det}\rangle \langle \hat{\psi}_n^{\det}|$ для фиксированного $\tau = \tau^0 \in \{\tau_s\}$; $|aa^*\rangle$ – вектор неизвестных. Таким образом, метод определения

времен приходов сигналов естественным образом обобщается на случай «активных» источников звука.

Интересно сравнить предлагаемый подход выделения мод с другим, часто используемым методом фильтрации мод вертикальной антенной [106, 204], заключающимся в решении системы уравнений

$$\Psi_{(1)}|a\rangle = |u\rangle, \text{ где } |u\rangle \equiv \begin{pmatrix} U(z_1) \\ \dots \\ U(z_I) \end{pmatrix}, |a\rangle \equiv \begin{pmatrix} a_1 \\ \dots \\ a_M \end{pmatrix}, \quad (5.20)$$

относительно неизвестных $|a\rangle$. Вектор-столбец $|u\rangle$ правой части (5.20) представляет собой значения акустических полей $U_{ij}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau) = U(z_i, z_j = z_0, \tau = \tau^0) \equiv U(z_i)$ на гидрофонах антенны в \mathbf{r}_A при задержке $\tau = \tau^0$ относительно момента излучения сигнала источником в $(\mathbf{r}_B, z_j = z^0)$, т.е. это один столбец матрицы $U(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau^0)$, определяемый значениями $z_j = z^0$ и τ^0 . Элементы матрицы $\Psi_{(1)} \equiv [\varphi_1(z_0)|\psi_1\rangle \quad \varphi_2(z_0)|\psi_2\rangle \quad \dots \quad \varphi_M(z_0)|\psi_M\rangle]$ предполагаются известными из гидрологических измерений в местах расположения антенн. Если условие ортогональности мод $\langle \psi_m | \psi_k \rangle = \delta_{mk}$ выполняется с требуемой точностью, зависящей от длины антенны и расстояния между гидрофонами (смещения антенного профиля в описываемом методе считаются известными или отсутствуют), то процедура выделения мод сводится к простому домножению вектор-столбца данных на значения профилей мод [110]. Однако в общем случае (короткие антенны, малое количество гидрофонов) такой способ фильтрации может приводить к неудовлетворительному результату (рис. 5.7г). В этом случае необходимо учитывать неортогональность дискретных отрезков мод и использовать тот или иной способ регуляризации с учетом априорной информации [205].

Для сравнения систем (5.19) и (5.20), ниже они представляются в покомпонентном виде. В рассматриваемом случае приема, при фиксированном источнике, система (5.19) имеет вид

$$\sum_{m=1}^M (\Psi_{im})^2 a_m a_m^* + 2 \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{k=m+1}^M \Psi_{ik} \Psi_{im} \operatorname{Re}[a_k a_m^*] = |u_i|^2, \quad i = \overline{1, I}; \quad (5.21)$$

а система (5.20) – вид

$$\sum_{m=1}^M \Psi_{im} a_m = u_i, \quad i = \overline{1, I}, \quad (5.22)$$

где для упрощения записи переобозначено $\Psi_{(1)} \equiv \Psi$. Из сравнения выражений (5.21) и (5.22) следует, что в отличие от общепринятой фильтрации мод (5.22), предполагающей линейную связь между принимаемым полем u_i и профилями мод Ψ_{im} , предлагаемый метод основан на рассмотрении соотношений между квадратами модулей этих функций (5.21). Это делает предлагаемый подход малочувствительным к отклонениям положений гидрофонов при выполнении условий (5.10), (5.15). При этом необходимо учитывать перекрестные члены $\Psi_{ik} \Psi_{im}$, $m \neq k$, что увеличивает количество неизвестных и, как следствие, ухудшает устойчивость решения, получаемого из (5.21), по сравнению с решением системы (5.22). Решение системы (5.21) позволяет оценить значения квадратов модулей коэффициентов $|a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)|^2$, а не сами функции $a_m(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \tau)$, что ограничивает возможности предлагаемого метода при решении задач, где важна информация о полной фазе принимаемого поля.

Рассматриваемый подход позволяет определить времена распространения сигналов по модам разных номеров и идентифицировать номера этих мод. Это, в свою очередь, позволяет вычислить возмущения времен распространения $\Delta\tau^{(m)}$ модовых импульсов, вызванные присутствием неоднородностей, что требуется для решения задачи томографии океана в представлении «вертикальные моды – горизонтальные лучи». Получаемую информацию можно применить для модовой томографии океана [12, 43, 101],

использующей как временные возмущения $\Delta\tau^{(m)}$, так и фазовые возмущения $\Delta\Phi^{(m)} = 2\pi f_0 \Delta\tau^{(m)}$ модовых сигналов.

5.5. Краткие выводы к главе 5

Разработана схема обработки акустических полей, принимаемых короткими антеннами, искривленными неизвестным образом по глубине, позволяющая получить информацию о модовой структуре океана. Предложенный подход применим как для томографии в шумовом поле, так и для детерминированных сигналов. Численное моделирование подтвердило работоспособность предложенной схемы в тех случаях, когда традиционная фильтрация мод оказывается невозможной. Разработанная схема обработки акустических полей даёт исходные данные для рассмотренной в Главе 3 схемы томографии комбинированных рефракционно-кинетических неоднородностей на основе использования времён распространения мод разных номеров на разных частотах.

При обработке шумового поля в пассивной томографии важен вопрос о времени накопления шума. С одной стороны, для уменьшения времени накопления следует рассматривать максимально широкую полосу частот; с другой стороны, необходимо, чтобы мода в пределах этого частотного диапазона оставалась квазимонохроматической, а компенсационная обработка сигналов в рассматриваемой полосе частот позволяла бы нейтрализовать влияние возможной кривизны антенного профиля. Противоречивость этих требований приводит к необходимости дополнительного исследования методов синтеза данных в наборе узких частотных полос.

Основные результаты и выводы

1. Проведено сравнительное исследование возможностей различных базисов, используемых при решении обратных задач акустики океана. В результате теоретически обоснованы преимущества использования мозаичного базиса по сравнению с «традиционными» базисами. Показано, что стандартные требования на базис такие как его безызбыточная полнота и ортогональность, можно существенно ослабить в тех случаях, когда для этого имеется необходимая априорная информация. К немногочисленным условиям, которым должны удовлетворять базисы в рассматриваемых томографических задачах, относятся относительная полнота базиса (то есть его достаточность для описания восстанавливаемой неоднородности с требуемой точностью) и приближенная аддитивность используемых эффектов возмущения.
2. Показано, что условие несжимаемости жидкости дает возможность осуществить реконструкцию полного поля скорости ее течения как для лучевого, так и волнового представления акустического поля при использовании только данных рассеяния. Это сильно упрощает задачу построения томографической схемы и математическую сторону задачи, поскольку не требует дополнительных измерений нормальной составляющей скорости на периметре акватории (что ранее представлялось необходимым) и позволяет описать все кинетические неоднородности (вихри и глобальные течения), а также рефракционные параметры океана в едином представлении.
3. В лучевой и волновой постановке рассмотрена аналитически и решена численно модельная задача томографического восстановления комбинированных скалярно-векторных неоднородностей с использованием полосчатого базиса, который автоматически учитывает условие несжимаемости жидкости при описании

неоднородностей. Разработана итерационная схема восстановления, численно проверена ее работоспособность.

4. Соотношение между функцией Грина и функцией взаимной когерентности шумового поля проанализировано на основе интеграла Кирхгофа, что отличается от известных подходов к этой проблеме. Показано, что время накопления при модовом представлении поля, необходимое для достоверного определения функции Грина, может составлять от одного до несколько часов в зависимости от деталей решаемой задачи при использовании вертикальных многоэлементных антенн, содержащих векторные приемники. Это существенно меньше известных оценок, полученных для безграничной трехмерной среды.
5. Разработана схема выделения мод из узкополосного шумового сигнала по данным с коротких (не перекрывающих весь волновод) гидроакустических антенн, искривленных подводными течениями, что расширяет возможности пассивной томографии океана и перспективы ее использования.

Список литературы

1. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring // *Deep-Sea Res. A.* 1979. V. 26. N2. P. 123-161.
2. Физика визуализаций изображений в медицине: В 2-х томах. Пер. с англ. под. ред. С. Уэбба. М.: Мир, 1991. Т.2. 408 С.
3. *Munk W., Worcester P., Wunsch C.* et al. A demonstration of ocean acoustic tomography // *Nature.* 1982. V. 299. P. 121-125.
4. *Спиндел Р.К., Вустер П.Ф.* Акустическая томография океана // *В мире науки.* 1990. № 12. С. 48-54.
5. *Sherman J., Davis R.E., Owens W.B., Valdes J.* The autonomous underwater glider 'Spray' // *IEEE Oceanic Eng.* 2001. V. 26. N4. P. 437-446.
6. World Ocean Database (WOD) of National Geographic Data Center, National Oceanic & Atmospheric Administration // <http://www.nodc.noaa.gov> .
7. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Использование коротких искривленных вертикальных антенн в акустической томографии океана // *Акустич. журнал.* 2009. Т.55. №2.
8. *Хорн Б. К. П.* Восстановление внутренней структуры объектов с помощью различных схем многолучевого просвечивания // *ТИИЭР.* 1978. Т. 66. №5. С.27-40.
9. *Хорн Б. К. П.* Методы восстановления внутренней структуры объекта // *ТИИЭР.* 1979. Т. 67. №12. С.40-48.
10. *Eisler T.J., New R., Calderone D.* Resolution and variance in acoustic tomography // *J. Acoust. Soc. Am.* 1982. V. 72. N6. P. 1965-1977.
11. *Гончаров В.В., Куртенов В.М.* Успехи и проблемы акустической томографии океана // *Акустические волны в океане.* Под ред. Бреховских Л.М., Андреевой И.Б. М.: Наука, 1987. С. 15-23.
12. *Гончаров В.В., Зайцев В.Ю., Куртенов В.М., Нечаев А.Г., Хилько А.И.* Акустическая томография океана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997. С. 255.

13. *Зайцев В.Ю., Нечаев А.Г., Островский Л.А.* О возможностях модовой томографии океана // Акустика океанской среды. Под ред. Л. Бреховских Л.М., Андреевой И.Б. М.: Наука, 1989. С. 98-107.
14. *Radon J.* Uber die bestimmung von funktionen durch ihre integralwerte langs gewisser mannigfaltigkeiten // Ber. Saechsische Akad. Wiss. 1917. V. 69. P. 262-278.
15. *Наттерер Ф.* Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990. С. 279.
16. *Devaney A.J.* Inversion formula for inverse scattering within the Born approximation // Optics Letters. 1982. V. 7. N3. P. 111-112.
17. *Devaney A.J.* Variable density acoustic tomography // J. Acoust. Soc. Am. 1985. V. 78. N1. P. 120-130.
18. *Шуруп А.С.* Волновая схема акустической томографии океана с разложением рефракционной неоднородности по полосчатому и цилиндрическому базисам // Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов-2004», секция «физика». Сборник тезисов. Физический факультет МГУ, 2004. С. 28-29.
19. *Colosi J.A., Scheer E.K., Flatte S.M., Cornuelle B.D. et al.* Comparison of measured and predicted acoustic fluctuations for a 3250-km propagation experiment in the eastern north pacific ocean // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 105. N6. P. 3202-3218.
20. *Зверев В.А., Иванова Г.К.* Зависимость вертикальной структуры акустического поля в океане от расстояния // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №2. С. 233-240.
21. *Beron-Vera F.J., Brown M.G.* Travel time stability in weakly range-dependent sound channels // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 115. N3. P. 1068-1077.
22. *Godin O.A., Zavorotny V.U., Voronovich A.G., Goncharov V.V.* Refraction of sound in a horizontally inhomogeneous, time-dependent ocean // IEEE Journal of Ocean Engineering. 2006. V. 31. N2. P. 384-401.

23. *Virovlyansky A.L.* Ray travel times in at long range in acoustic waveguides // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. N5. P. 2523-2532.
24. *Осташев В.Е.* Теория распространения звука в неоднородной движущейся среде // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1985. Т.21. №4. С. 358-373.
25. *Руденко О.В., Сухорукова А.К., Сухоруков А.П.* Полные решения уравнения геометрической акустики в движущихся стратифицированных средах // Акустич. журнал. 1997. Т.43. №3. С. 396-401.
26. *Uginčius P.* Ray acoustics and Fermat's principle in a moving inhomogeneous medium // J. Acoust. Soc. Am. 1972. V. 51. N5. P. 1759-1763.
27. *Hegewisch K.C., Cerruti N.R., Tomsovic S.* Ocean acoustic wave propagation and ray method correspondence: Internal wave fine structure // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. N3. P. 1582-1594.
28. *Spiesberger J.L.* Regions that influence acoustic propagation in the sea at moderate frequencies, and the consequent departures from the ray-acoustic description // J. Acoust. Soc. Am. 2006 V. 120. N4. P. 1842-1850.
29. *Worzel J.L., Ewing M., Pekeris C.L.* Propagation of Sound in the Ocean. New York, Geological Society of America, 1948. P. 205.
30. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. С. 502.
31. *Pierce A.D.* Extension of the method of normal modes to sound propagation in an almost-stratified medium // J. Acoust. Soc. Am. 1965. V. 37. N1. P. 19-27.
32. *Shang E. C.* Ocean acoustic tomography based on adiabatic mode theory // J. Acoust. Soc. Am. 1989. V. 85. N4. P. 1531-1537.
33. *Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Любавин Л.Я.* Восстановление средней температуры океана по измерениям времени пробега звуковых импульсов // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №2. С. 216-225.
34. *Headrick R.H., Lynch J.F., Kemp J.N., Newhall A.E.* Modeling mode arrivals in the 1995 SWARM experiment acoustic transmissions // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107. N1. P. 221-257.

35. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982. С. 264.
36. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: rays and modes // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1983. V. 21. N4. P. 777-793.
37. *Brown M.G., Beron-Vera F.J., Rypina I.* Rays, modes, wavefield structure, and wavefield stability // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 117. N3. P. 1607-1610.
38. Распространение волн и подводная акустика. Пер. с англ. Под. ред. Дж. Б. Келлера и Дж.С. Пападакиса. М.: Мир, 1980. С. 208.
39. *Rychagov M.N., Ermert H.* Reconstruction of fluid motion in acoustic diffraction tomography // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 99. N5. P. 3029-3035.
40. *Буров В.А., Сергеев С.Н.* Обратные задачи рассеяния в акустике движущихся сред // *Акустич. журнал.* 1996. Т.42. №6. С. 760-764.
41. *Norton S.J.* Unique tomographic reconstruction of vector fields using boundary data // *IEEE Transactions on image processing.* 1992. V. 1. N2. P. 406-412.
42. *Norton S.J.* Fluid flow imaging by means of wide-band diffraction tomography // *J. Acoust. Soc. Am.* 1999. V. 105. N5. P. 2717-2721.
43. *Munk W., Worcester P., Wunsch C.* Ocean Acoustic Tomography. Cambridge University Press, 1995. P. 433.
44. *Осташев В.Е.* Распространение звука в движущихся средах. М.: Наука, 1992. С. 208.
45. *Finette S., Oba R., Shen C., Evans T.* Acoustic propagation under tidally driven, stratified flow // *J. Acoust. Soc. Am.* 2007. V. 121. N5. P. 2575-2590.
46. *Uscinski B.J.* Acoustic scattering by ocean irregularities: aspects of the inverse problem // *J. Acoust. Soc. Am.* 1986. V. 79. N2. P. 347-355.
47. *Itzikowitz S., Jacobson M. J., Siegmann W. L.* Modeling of long-range acoustic transmission through cyclonic and anticyclonic eddies // *J. Acoust. Soc. Am.* 1983. V. 73. N. 5. P. 1556-1566.
48. *Степаняню Ю. А., Фабрикант А. Л.* Распространение волн в сдвиговых потоках. М.: Наука, 1996. С. 240.

49. *Соколкин В. С.* Об изменении энергии звуковых волн при рассеянии на ращающейся с ускорением среде // *Акустич. журнал.* 2006. Т.52. №2. С. 256-263.
50. *Прохоров В. Е., Чашечкин Ю. Д.* Экспериментальное исследование рассеяния ультразвука на спутных течениях в линейно стратифицированной жидкости // *Акустич. журнал.* 2005. Т.51. №1. С. 117-127.
51. *Климов В.В., Прозоровский В. Л.* Рассеяние акустических волн на трехмерном вихре // *Акустич. журнал.* 1987. Т.33. №1. С. 128-131.
52. *Лямшев Л. М., Скворцов А.Т.* Рассеяние звука вихревым солитоном в осесимметричном потоке со сдвигом скорости // *Акустич. журнал.* 1989. Т.35. №3. С. 472-481.
53. *Головчанская А. Е., Лямшев Л. М. Скворцов А.Т.,* Рассеяние звука трехмерными точечными вихрями // *Акустич. журнал.* 1989. Т.35. №5. С. 805-808.
54. *Блохинцев Д.И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981. С. 206.
55. *Рутенко А.Н.* Влияние движущегося по шельфу внутреннего температурного фронта на распространение звука // *Акустич. журнал.* 2006. Т.52. № 5. С. 710-715.
56. *Акуличев В.А., Безответных В.В., Войтенко Е.А., Каменев С.И., Леонтьев А.П., Моргунов Ю.А.* Акустические дистанционные измерения течений на шельфе Японского моря // *Акустич. журнал.* 2004. Т.50. № 5. С. 581-584.
57. *Микрюков А.В., Попов О.Е.* Влияние внутреннего прилива на медленные флуктуации энергии импульсных сигналов в эксперименте на протяженной стационарной трассе // *Акустич. журнал.* 2006. Т.52. №3. С. 351-359.
58. *Baykov S.V., Burov V.A., Sergeev S.N.* Reconstruction of flow and refractive ocean parameters by tomography methods // *Acoust. Imag.* 1997. V.23. P. 465-470.

59. *Braun H., Hauck A.* Tomographic reconstruction of vector fields // IEEE Transaction on Signal Proc. 1991. V. 39. N2. P. 464-471.
60. *Beckord P., Höfelmann G., Luch H.O., Franken D.* Temperature and velocity fields measurements using ultrasonic computer tomography // Heat and mass transfer. 1998. V.33. P. 395-403.
61. *Spiesberger J.L.* Ocean acoustic tomography: Travel time biases // J. Acoust. Soc. Am. 1985. V. 77. N1. P. 83-100.
62. *Vera M.D.* Examples and applications in long-rang ocean acoustics // Eur. J. Phys. 2007. V. 28. P. 1063-1072.
63. *Holstein P., Raabe A., Müller R., Barth M., Mackenzie D., Starke E.* Acoustic tomography on the basis of travel-time measurement // Meas. Sci. Technol. 2004. V. 15. P. 1420-1428.
64. Распространение звука во флуктуирующем океане: Пер. с англ. Под ред. С. Флатте. М.: Мир, 1982. С. 336.
65. *Хермен Г.* Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.: Наука, 1983. С. 349.
66. *Морс Ф. М., Феибах Г.* Методы теоретической физики. Том 1. М.: Издательство учебной литературы, 1958. С. 930.
67. *Norton S.J.* Tomographic reconstruction of 2-D vector fields: application to flow imaging // Geophys. Journ. 1988. V. 97. P. 161-168.
68. *Norton S.J.* Reconstructing stratified fluid flow from reciprocal scattering measurements // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V.89. N.6. P. 2567-2572.
69. *Рычагов М.Н.* Лучевая и дифракционная акустическая томография вихревых потоков // Доклады X сессии Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2000. С. 145-148.
70. *Rychagov M.N., Ermert H.* Cross-flow visualization by acoustic CT measurements // Ultrasonics. 1996. V. 34. P. 517-522.
71. *Rychagov M.N., Ermert H., Nabokov R.* Reconstruction of inhomogeneous quasi-steady flow and vortex vector fields using acoustic tomography // Proc. of

- Process Tomography 95 Conference. Manchester: UMIST Press, 1995. P. 196-204.
72. *Howe M. S.* On the scattering of sound by a vortex ring // *Journ. of Sound and Vibr.* 1983. P. 567-571.
73. *Rouseff D., Winters K.B.* Two-dimensional vector flow inversion by diffraction tomography // *Inverse Problems.* 1994. V. 10. P. 687-697.
74. *Rychagov M.N., Ermert H.* Applicability of wave tomography methods for 2-D flow imaging // *Proc. of IEEE International Ultrasonics Symp.* New York: IEEE Press, 1994. P. 1731-1735.
75. *Буров В.А., Грачева Т.В., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Томографическое восстановление комбинированных рефракционно-кинетических неоднородностей в океане // *Доклады XIX сессии Российского акустического общества.* М.: ГЕОС, 2007. С. 307-311.
76. *Буров В.А., Грачева Т.В., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Двумерная модель томографического восстановления океанических неоднородностей при волновом и лучевом описании акустического поля // *Акустич. журнал.* 2008. Т.54. №2. С. 291-306.
77. *Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S.* The basis choice and the reconstruction of combined refractive-kinetic inhomogeneities in the problems of ocean acoustic tomography // *Proc. of 9th European Conference on Underwater Acoustics.* Paris. 2008. P. 587-592.
78. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. С. 784.
79. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Ultrasonics without a source: thermal fluctuation correlations at MHz frequencies // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 87. N13. P. 134301-134304.
80. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Fluctuations in diffuse field-field correlations and the emergence of the Green's function in open systems // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 117. N6. P. 3432-3439.

81. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field // *J. Acoust. Soc. Am.* 2001. V. 110. N6. P. 3011-3017.
82. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Diffuse fields in open systems and the emergence of the greens function // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116. N5. P. 2731-2734.
83. *Wapenaar K.* Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93, 254301.
84. *Wapenaar K.* Retrieving the Green's function in an open system by cross correlation: a comparison of approaches (L) // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 118. N5. P. 2783-2786.
85. *Snieder R.* Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase // *Phys. Rev. E.* 2004. V. 69, 046610.
86. *Derode A., Larose E., Tanter M., Rosny J., Tourin A., Campillo M., Fink M.* Recovering the Green's function from field-field correlations in an open scattering medium (L) // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 113. N6. P. 2973-2976.
87. *Derode A., Larose E., Campillo M., Fink M.* Imaging from one-bit correlations of wideband diffuse wavefields // *J. Appl. Phys.* 2004. V. 95. N12. P. 8393-8399.
88. *Derode A., Larose E., Campillo M., Fink M.* How to estimate the Green's function of a heterogeneous medium between two passive sensors? Application to acoustic waves // *Appl. Phys. Lett.* 2003. V. 83. P. 3054-3056.
89. *Siderius M., Harrison C.H., Porter M.B.* A passive fathometer technique for imaging seabed layering using ambient noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 2006. V. 120. N3. P. 1315-1323.
90. *Ingenito F., Kuperman W. A.* Spatial correlation of surface generated noise in a stratified ocean // *J. Acoust. Soc. Am.* 1980. V. 67. N6. P. 1988-1996.
91. *Roux P., Kuperman W. A.* and the NPAL Group. Extracting coherent wavefronts from acoustic ambient noise in the ocean // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116. N4. P. 1995-2003.

92. Roux P., Sabra K.S., Kuperman W. A. Emergence rate of the time-domain Green's function from the ambient noise cross-correlation function // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 118. N6. P. 3524-3531.
93. Roux P., Sabra K.S., Kuperman W. A., Roux A. Ambient noise cross-correlation in free space: theoretical approach // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. N1. P. 79-84.
94. Roux P., Sabra K.G., Thode A.M., D'Spain G.L., Hodgkiss W.S., Kuperman W.A. Using ocean ambient noise for array self-localization and self-synchronization // IEEE J. Ocean. Eng. 2005. V. 30. N.2. P. 338-347.
95. Godin O.A. Recovering the acoustic Green's function from ambient noise cross correlation in an inhomogeneous moving medium // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97, 054301.
96. Sabra K.G., Roux P., Kuperman W.A. Arrival-time structure of the time-averaged ambient noise cross-correlation function in an oceanic waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. N1. P. 164-174.
97. Godin O.A. Emergence of the acoustic Green's function from thermal noise // J. Acoust. Soc. Am. Express Letters. 2007. V. 121. N2. P. 96-102.
98. Френкс Л. Теория сигналов. М.: Советское радио, 1974. С. 344.
99. Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S. The passive mode tomography of the ocean using data from short vertical arrays bent by the ocean currents // Proc. of 9th European Conference on Underwater Acoustics. Paris. 2008. P. 623-628.
100. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Использование коротких искривленных антенн в пассивной томографии океана // Доклады XX сессии Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2008. С. 286-290.
101. Зайцев В.Ю., Нечаев А.Г., Островский Л.А. Об алгоритме трехмерной модовой томографии океана // Акустич. журнал. 1987. Т.33. №6. С. 1124-1125.
102. Кравцов Ю.А., Петников В.Г. О возможности фазовой томографии океана с использованием нормальных волн // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1986. Т.22. №9. С. 992-994.

103. *Baykov S.V., Burov V.A., Sergeev S.N.* Mode tomography of moving ocean // Proc. of 3rd European Conference on Underwater Acoustics. Greece. 1996. P. 845-850.
104. *Tindle C.T., Hobaek H., Muir T.G.* Normal mode filtering for downslope propagation in a shallow water wedge // J. Acoust. Soc. Am. 1987. V. 81. N2. P. 287-294.
105. *Кравцов Ю.А., Кузькин В.М., Петников В.Г.* О различимости лучей и мод в идеальном волноводе // Акустич. журнал. 1988. Т.34. №4. С. 674-678.
106. *Yang T.C.* Effectiveness of mode filtering: a comparison of matched-field and matched-mode processing // J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 87. N5. P. 2072-2084.
107. *Chouhan H.M., Anand G.V.* A new technique of acoustic mode filtering in shallow sea // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V. 89. N2. P. 735-744.
108. Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г. Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. С. 191.
109. *Агеева Н.С., Крупин В.Д.* Частотные характеристики нормальных волн в мелком море // Акустич. журнал. 1981. Т.25. №5. С. 669-677.
110. *Зверев В.А., Стромков А.А., Хилько А.И.* Выделение мод сигнала в мелком море с помощью вертикальной антенной решетки // Акустич. журнал. 2006. Т.52. №6. С. 784-790.
111. *Елисеевнин В.А.* О работе вертикальной линейной антенны в водном слое // Акустич. журнал. 1979. Т.25. №2. С. 227-233.
112. *Елисеевнин В.А.* Концентрация энергии в одну нормальную волну, излучаемую в водном слое вертикальной линейной антенной // Акустич. журнал. 2006. Т.52. №2. С. 275-279.
113. *Лучинин А.Г., Хилько А.И.* Низкочастотная акустическая томография мелкого моря с использованием маломодовых импульсов // Акустич. журнал. 2005. Т.51. №2. С. 228-241.
114. *Хилько А.И., Лучинин А.Г., Бурдуковская В.Г., Смирнов И.П.* Маломодовая томография неоднородностей мелкого моря // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №3. С. 437-450.

115. *Кержаков Б.В., Кулинич В.В., Башев Д.В., Хилько А.И.* Пространственная обработка маломодовых акустических сигналов в мелком море с подводным течением. Препринт. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2005. С. 26.
116. *Зверев В.А., Салин Б.М., Стромков А.А.* Определение модового состава акустического поля в мелком море при однотечном приеме сигнала // Акустич. журнал. 2005. Т.51. №2. С. 221-227.
117. *Зверев В.А., Стромков А.А.* Определение вертикальной направленности излучения короткого импульса на отдельных модах в мелком море // Акустич. журнал. 2006. Т.52. №2. С. 220-226.
118. Нейман Г. Океанские течения. Л.: Гидрометеиздат, 1973. С. 257.
119. *Baggeroer A.B., Kuperman W.A., Mikhalevsky P.N.* An overview of Matched field methods in ocean acoustics // IEEE Journal of Ocean Engineering. 1993. V. 18. N4. P. 401-424.
120. *Roux P., Walker S.C., Kuperman W. A.* Active waveguide Green's function estimation with application to time-reversal focusing without a probe source in a range-independent waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 120. N5. P. 2755-2763.
121. *Gaillard F.* Ocean acoustic tomography with moving sources or receivers // J. Geophys. Res. 1985. V. 90. N C6. P. 11891-11898.
122. *Cornuelle B.D.* Simulations of acoustic tomography array performance with untracked or drifting sources and receivers // J. Geophys. Res. 1985. V. 90. N C5. P. 9079-9088.
123. *Кравчун П.Н., Тонаканов О.С.* Влияние подводного течения на направленность линейной гидроакустической антенны // Вестник Московского Университета. Сер.3, Физика, Астрономия. 1991. Т.32. №3. С.99-102.
124. *Елисеевнин В.А., Тужилкин Ю.И.* Направленность излучающей линейной антенны в волноводе при ее слабом отклонении от вертикали // Акустич. журнал. 2002. Т.48. №5. С. 627-632.

125. *Кудрявцев Н.Ф.* Теория и расчет равновесия океанографических измерительных систем. Л.: Гидрометеиздат, 1979. С. 232.
126. *Goncharov V.V., Voronovich A.G.* An experiment on matched-field acoustic tomography with continuous wave signals in the North Sea // *J. Acoust. Soc. Am.* 1993. V. 93. N1. P. 1873-1881.
127. *Brook G.H., Kilistoff S.J., Sotirin B.J.* Array element localization algorithms for vertical line arrays // *Proc. of 3rd European Conference on Underwater Acoustics.* Heraclion. 1996. P. 537-542.
128. *Spindel R.C., Porter R.P., Jaffee R.J.* Long-range sound fluctuation with drifting hydrophones // *J. Acoust. Soc. Am.* 1974. V. 56. N2. P. 440-446.
129. *Wang Y., Hachiya H.* Differential travel time series of reciprocal transmission in 1999 ocean acoustic tomography data // *Acoust. Sci. & Tech.* 2005. V. 26. N1. P. 76-78.
130. *Kumar S.P., Murty T.V.R. et al.* Acoustic tomography experiment in the eastern Arabian sea // *ACUSTICA acta acustica.* 1999. V. 85. N1. P. 31-38.
131. *Ogasawara H., Nakamura T. et al.* Fluctuation of long-distance sound propagation in Central Pacific // *Japanese J. Appl. Phys.* 2006. V. 45. N5B. P. 4842-4846.
132. *Буров В.А., Сергеев С.Н.* Акустическая томография океана по данным с вертикальной модовой антенны, произвольно искривленной подводными течениями // *Акустич. журнал.* 1992. Т.38. №2. С. 350-353.
133. *Вуров В.А., Сергеев С.Н.* Ocean tomography by vertical arrays // *Acoust. Imag.* 1996. V. 22. P. 119-124.
134. *Михин Д. Ю., Годин О. А., Чепурин Ю. А., Гончаров В. В., Буренков С. В., Алейник Д. Л., Писляков В. В.* Динамическая томография Средиземного моря // *Доклады VII школы-семинара акад. Л.М. Бреховских «Акустика океана».* М.: ГЕОС, 1998. С. 24-30.
135. *Годин О.А., Буренков С.В., Михин Д.Ю., Молчанов С.Я., Селиванов В.Г., Чепурин Ю.А., Алейник Д.Л.* Эксперимент по динамической томографии в западной части Средиземного моря // *ДАН.* 1996. Т. 349. № 3. С. 398-403.

136. *Mikhin D.Yu., Godin O.A., Burenkov S.V., Chepurin Yu.A., Goncharov V.V., Kurteпов V.M., Selivanov V.G.* An experiment on acoustic tomography of Western Mediterranean from a moving ship // Proc. 3d European Conference on Underwater Acoustics. Greece. 1996. V. 2. P. 821-826.
137. *Nakano I.* A matching-time peak tracking for ocean acoustic tomography // Proc. of 6th International Offshore and Polar Engineering Conference. San Francisco. 2006. P. 166-170.
138. *Rudnick D.L., Munk W.* Scattering from the mixed layer base into the sound shadow // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 120. N5. P. 2580-2594.
139. *Tolstoy A., Diachok O., Frazer L.* Acoustic Tomography via matched field processing // J. Acoust. Soc. Am. 1991. V.89. N.3. P. 1119-1127.
140. *Гончаров В.В.* Метод согласованного поля в задачах акустической томографии океана // Доклады VII школы-семинара акад. Л.М. Бреховских «Акустика океана». М.: ГЕОС, 1998. С. 30-37.
141. *Годин О.А., Михин Д.Ю., Мохов А.В.* Акустическая томография океанских течений по методу согласованной невзаимности // Акустич. журнал. 1996. Т.42. №4. С. 501-509.
142. *Гончаров В.В.* Акустическая томография течений в океане с использованием линеаризованного метода согласованной невзаимности // Акустич. журнал. 2001. Т.47. № 1. С. 37-43.
143. *Годин О.А., Михин Д.Ю., Палмер Д.Р.* Мониторинг океанских течений в прибрежной зоне // Известия АН, Серия Физика атмосферы и океана. 2000. Т.36. №1. С. 131-142.
144. *Гончаров В.В.* Метод согласованных временных откликов в акустической томографии океана // Акустич. журнал. 1997. Т.43. №5. С. 622-629.
145. *Кузькин В.М., Переселков С.А.* Акустический свип-мониторинг фоновых внутренних волн // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №4. С. 557-564.
146. *Кузькин В.М., Пересёлков С.А.* Об эффективности фокусировки звукового поля в океаническом волноводе на больших расстояниях в

- присутствии фоновых внутренних волн // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №2. С. 241-248.
147. *Галкин О.П.* Горизонтальная рефракция звуковых лучей в океане, обусловленная короткопериодными внутренними волнами // Акустич. журнал. 2006. Т.52. №5. С. 648-654.
148. *Кузькин В.М., Огурцов А.В., Петников В.Г.* Влияние гидродинамической изменчивости на частотные смещения интерференционной структуры звукового поля в мелком море // Акустич. журнал. 1998. Т.44. №1. С. 94-100.
149. *Кравцов Ю.А., Кузькин В.М., Петников В.Г.* Изменчивость интерференционной структуры звукового поля в мелком море // Доклады VII школы-семинара акад. Л.М. Бреховских «Акустика океана». М.: ГЕОС, 1998. С. 15-19.
150. *Кузькин В.М.* Частотные смещения интерференционной структуры звукового поля в мелком море // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 2. С. 258-263.
151. *Smith K.B., Brown M.G., Tappert F.D.* Acoustic ray chaos induced by mesoscale ocean structure // J. Acoust. Soc. Am. 1992. V. 91. N4. P. 1950-1959.
152. *Вировлянский А.Л., Заславский Г.М.* Лучевой и волновой хаос в задачах о дальнем распространении звука в океане // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №3. С. 329-345.
153. *Smirnov I.P., Virovlyansky A.L., Edelman M., Zaslavsky G.M.* Chaos-induced intensification of wave scattering // Physical Rev. E. 2005. V.72. N.026206. P. 1-17.
154. *Wolfson M.A., Tappert F.D.* Study of horizontal multipaths and ray chaos in underwater acoustics // J. Acoust. Soc. Amer. 2000. V. 107. N1. P. 154-162.
155. *Wolfson M.A., Tomsovic S.* On the stability of long-range sound propagation through a structured ocean // J. Acoust. Soc. Amer. 2001. V. 109. N6. P. 2694-2703.

156. *Смирнов И.П., Смирнова И.Р., Хилько А.А.* Возможности томографии океана в условиях лучевого хаоса. Ч. I. Анализ статистики времен распространения. Препринт. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2005. С. 31.
157. *Макаров Д.В., Улейский М.Ю.* Высвечивание лучей из горизонтально-неоднородного подводного звукового канала // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №4. С. 565-473.
158. *Worcester P.F., Cornuelle B.D., Dzieciuch M.A., Munk W.H.* et al. A test of basin-scale acoustic thermometry using a large-aperture vertical array at 3250-km range in the eastern north pacific ocean // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 105. N6. P. 3185-3201.
159. *Dushaw B.D., Howe B.M., Mercer J.A., Spindel R.C.* et al. Multimegahertz-range acoustic data obtained by bottom-mounted hydrophone array for measurements of ocean temperature // IEEE Oceanic Eng. 1999. V. 24. N2. P. 202-214.
160. *Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Любавин Л.Я.* О возможности использования вертикальной антенны для оценки задержек звуковых импульсов на тысячекилометровых трассах // Акустич. журнал. 2008. Т.54. №4. С. 565-574.
161. *Eriksen C.C., Osse T.J., Light R.D. and others.* Seaglider: a long-range autonomous underwater vehicle for oceanographic research // IEEE Oceanic Eng. 2001. V. 26. N4. P. 424-436.
162. *Нелено Б.А., Терехин Ю.В., Коснырев В.К., Хмыров Б.Е.* Спутниковая гидрофизика. М.: Наука, 1983. С. 253.
163. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. С. 285.
164. *Cornuelle B., Howe B.M.* High spatial resolution in vertical slice ocean acoustic tomography // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. N C11. P. 11680-11692.
165. *Cornuelle B., Munk W., Worcester P.F.* Ocean acoustic tomography from ships // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. N C5. P. 6232-6250.

166. *Гончаров В.В., Куртенов В.М.* Численные эксперименты по томографии океана // Акустика океанской среды. Под ред. Л. Бреховских Л.М., Андреевой И.Б. М.: Наука, 1989. С. 107-115.
167. *Алейник Д.Л., Гончаров В.В., Чепурин Ю.А.* Акустическая томография внутритермоклинной линзы с движущегося судна // Доклады VIII школы-семинара акад. Л.М. Бреховских «Акустика океана». М.: ГЕОС, 2000. С. 18-21.
168. *Завадский В.Ю.* Метод сеток для волноводов. М.: Наука, 1986. С.367.
169. *Завадский В.Ю.* Моделирование волновых процессов. М.: Наука, 1991. С.246.
170. *Baykov S.V., Burov V.A., Sergeev S.N.* Stability of mode tomography problem in case of limited data set // Proc. of 4th European Conference on Underwater Acoustics. Rome. 1998. P. 617-621.
171. *Бухштабер В.М., Маслов В.К.* Методы решения трехмерных обратных задач дистанционного зондирования океана // Методы гидрофизических исследований. Горький. ИПФ. 1987. С. 305-320.
172. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Представление и восстановление океанических неоднородностей в нестандартных базисах // Доклады X школы-семинара акад. Л.М. Бреховских «Акустика океана», совмещённой с XIV сессией Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2004. С. 193-196.
173. *Буров В.А., Попов А.Ю., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Акустическая томография океана при использовании нестандартного представления рефракционных неоднородностей // Акустич. журнал. 2005. Т.51. №5. С. 602-613.
174. *Буров В.А., Морозов С.А.* Связь между амплитудой и фазой сигнала, рассеянного "точечной" акустической неоднородностью // Акустич. журнал. 2001. Т.47. №6. С. 751-756.
175. *Андрианова Т.А., Белов В.Е., Залезский А.А., Шаронов Г.А.* Исследование модового состава и пространственного распределения акустического поля

- при различной локализации неоднородностей в слое жидкости // Акустич. журнал. 1996. Т.42. №4. С. 465-477.
176. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Представление и восстановление двумерных океанических течений и вихрей в мозаичном базисе // Доклады XVI сессии Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2005. С. 254-258.
177. Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S. Acoustical tomography of the nonuniform and moving ocean in non-standard basis // Proc. of 8th European Conference on Underwater Acoustics. Carvoeiro. 2006. P. 669-675.
178. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шмелев А.А. Возможность восстановления сезонной изменчивости мирового океана методами акустической томографии // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №2. С. 302-312.
179. Функциональный анализ. Под. ред. С.Г. Крейна. М.: Наука, 1972. С. 544.
180. Горюнов А.А., Сасковец А.В. Обратные задачи рассеяния в акустике. М.: Издательство Московского Университета, 1989. С. 150.
181. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Наука, 1970. С. 831.
182. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 2. М.: Наука, 1974. С. 628.
183. Spofford C.W., Stokes A.P. An iterative perturbation approach for ocean acoustic tomography // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 75. N5. P. 1443-1450.
184. Буров В.А., Румянцева О.В., Сасковец А.В. Акустическая томография и дефектоскопия как обратные задачи рассеяния // Вест. Моск. Ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1994. Т.35. №6. С. 61-71.
185. Malanotte-Rizzoli P. Long-range inversions for ocean acoustic tomography // J. Geophys. Res. 1985. V. 90. N C4. P. 7098-7116.
186. Spiesberger J.L. Gyre-scale acoustic tomography: biases, iterated inversions, and numerical methods // J. Geophys. Res. 1985. V. 90. N C6. P. 11869-11876.
187. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Роль выбора базиса в задачах акустической томографии океана // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №6. С. 791-808.

188. *Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Решение задачи прохождения и рассеяния цилиндрической волны на слабо преломляющей плоской неоднородности // Вестник Московского Университета. Сер.3, Физика, Астрономия. 2004. №6. С.34-38.
189. *Фабрикант А.Л.* Рассеяние звука вихревыми течениями // Акустич. журнал. 1983. Т.29. №2. С. 262-267.
190. *Аверьянов М.В., Хохлова В.А., Сапожников О.А., Блан-Бенон Ф., Кливленд Р.О.* Параболическое уравнение для описания распространения нелинейных акустических волн в неоднородных движущихся средах // Акустич. журнал. 2006. Т.52. №6. С. 725-735.
191. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1990. С. 432.
192. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. С. 428.
193. *Буров В.А., Дариалашвили П.И., Румянцева О.Д.* Активно-пассивная термоакустическая томография // Акустич. журнал. 2002. Т.48. №4. С. 474-484.
194. *Гордиенко В.А., Ильичев В.И., Захаров Л.Н.* Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Наука, 1989. С. 223.
195. *Буренин А.В., Моргунов Ю.Н., Стробыкин Д.С.* Экспериментальные исследования особенностей применения векторных приемников в задачах томографии океана // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №6. С. 786-790.
196. *Schmidlin D.J.* Directionality of generalized acoustic sensors of arbitrary order // J. Acoust. Soc. Am. 2007. V. 121. N6. P. 3569-3578.
197. *D'Spain G.L., Luby J.C., Wilson G.R., Gramann R.A.* Vector sensors and vector line arrays: comments on optimal array gain and detection // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 120. N1. P. 171-185.
198. *Курьянов Б.Ф.* К возможности пассивной акустической томографии в диффузном шумовом поле // Доклады XI школы-семинара акад. Л.М.

- Бреховских «Акустика океана», совмещённой с XVII сессией Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2006. С. 179-185.
199. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Использование в пассивной томографии океана низкочастотных шумов // Акустич. журнал. 2008. Т.54. №1. С. 51-61.
200. Чепурин Ю.А. Эксперименты по подводной акустической томографии // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №3. С. 451-476.
201. Рутенко А.Н. Особенности спектров вариаций температуры воды и интенсивностей акустических сигналов, измеренных на шельфе японского моря // Акустич. журнал. 2006. Т.52. №4. С. 531-538.
202. Вадов Р.А. Открытие подводного звукового канала, экспериментальные исследования и региональные различия // Акустич. журнал. 2007. Т.53. №3. С. 313-328.
203. Крупин В.Д. Вычисление звуковых полей в волноводах на основе метода фазовой функции // Вопросы судостроения, сер. Акустика. 1977. №9. С. 3-13.
204. Воронович А.Г., Гончаров В.В., Никольцев А.Ю., Чепурин Ю.А. Сравнительный анализ методов разложения акустического поля по нормальным волнам в волноводе: численное моделирование и натурный эксперимент // Акустич. журнал. 1992. Т.38. №4. С. 661-670.
205. Collison N.E., Dosso S.E. Regularized matched-mode processing for source localization // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107. N6. P. 3089-3100.