ОСНОВЫ ТЕОРИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ ШУМА

Шум аэродинамического происхождения

Шум, вызванный движением самой сплошной среды, а также взаимодействием движущейся среды с обтекаемыми телами.
Частотный и динамический диапазоны чрезвычайно широки.
Примеры: шум авиационных и ракетных двигателей, звучание духовых музыкальных инструментов, голоса, шум обтекания (пограничного слоя), "голос моря", журчание ручья, гул водопада и др. Солн. корона.

Интенсивное развитие теории аэродинамической генерации шума — с 1950-х годов, оно было стимулировано появлением реактивной гражданской авиации (Comet, Ту-104 и др.).

Последовательное развитие теории началось с работ английского акустика Дж. Лайтхилла (Lighthill) 1952 — 1954 гг. и его последователей (N. Curle и др.)

Основная задача теории — установление связи между характеристиками потока среды и создаваемого им звукового поля.

Основная идея Лайтхилла (и его последователей) — запись уравнений движения сплошной среды в виде волнового уравнения с правой частью, интерпретируемой как источник звука (не является заданным!). - такие теории получили название "акустических аналогий".

Основы теории Лайтхилла.

Уравнения гидродинамики (изэнтропическое движение среды):

$$\begin{cases} (1)\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) = Q \\ (2)\ \dfrac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}(\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) = F_i \\ (3)\ \dfrac{\partial p}{\partial \rho} = c_0^2 \end{cases}$$

(1): где Q – производительность источника жидкости

(2): ← уравнение движения в форме уравнения изменения импульса.

(3): где c_0 – скорость звука

$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$ ← тензор напряжений жидкости,
p – давление,
τ_{ij} – "вязкий" тензор,
F_i – внешняя сила.

Дифференцируем (1) по t, (2) по x_i и вычитаем

$$\frac{\partial(1)}{\partial t} - \frac{\partial(2)}{\partial x_i} \longrightarrow \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \cancel{\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial t}(\rho v_i)} - \cancel{\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial t}(\rho v_i)} = \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}(\rho v_i v_j - \sigma_{ij})$$

Чтобы получить в левой части "обычное" волновое уравнение, вычитаем из обеих частей $-c_0^2 \dfrac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2}$ $\left[= -\dfrac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}(c_0^2 \rho \delta_{ij})\right]$

Получаем:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}(\rho v_i v_j - \sigma_{ij} - c_0^2 \rho \delta_{ij}).$$

Обозначим: $T_{ij} = \rho v_i v_j - \sigma_{ij} - c_0^2 \rho \delta_{ij}$ ← тензор турбулентных напряжений Лайтхилла

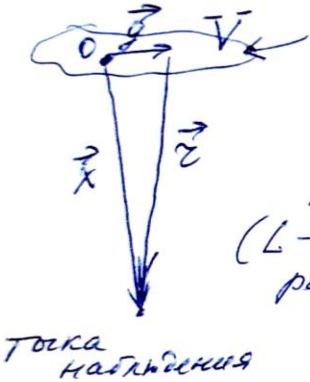
$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial t}}_{\text{монополь}} - \underbrace{\frac{\partial F_i}{\partial x_i}}_{\text{диполь}} + \underbrace{\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}}_{\text{квадруполь}}$$

← уравнение Лайтхилла

NB! В правую часть уравнения Лайтхилла входят неизвестные ρ, v_i, ρ, т.е. это не заданный независимо источник.

Лишь при значительных упрощениях правая часть (T_{ij}) становится заданной с точки зрения акустики (т.е. может быть определена из чисто гидродинамической задачи), например, $T_{ij} \approx \rho_0 v_i v_j$.

Решение уравнения для дальнего поля (для заданного источника)



область потока (V-объём)

$\vec{r} = \vec{x} - \vec{y}$

$|\vec{r}| >> L$, $r \gg \frac{L^2}{\lambda}$ (дальнее поле)

(L-характерный линейный размер)

упрощённо $\vec{r} \simeq (x_1, x_2, x_3)$

Решение — в виде запаздывающих потенциалов

$\left(\vec{y}, t - \frac{|\vec{r}|}{c_0}\right)$

Учитывая, что для рассматриваемого случая

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \approx -\frac{x_i}{c_0 r}\frac{\partial}{\partial t},$$

$$\rho \simeq \underbrace{\frac{1}{4\pi c_0^2 r}\int\limits_V \frac{\partial Q}{\partial t}\,dV}_{\text{монополь}} + \underbrace{\frac{x_i}{4\pi c_0^3 r^2}\int\limits_V \frac{\partial F_i}{\partial t}\,dV}_{\text{диполь}} + \underbrace{\frac{x_i x_j}{4\pi c_0^4 r^3}\int\limits_V \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial t^2}\,dV}_{\text{квадруполь}}.$$

Если $\frac{\partial Q}{\partial t} = 0$, а внешних сил нет, то шум определяется пульсациями скорости потока, прежде всего — турбулентными. (T_{ij}). Это квадрупольный источник шума.

Уравнение Блохинцева – Хоу (Howe, 1975)

Развитие идеи Лайтхилла: у Лайтхилла волновое уравнение (дифф. оператор в левой части уравнения) записывалось для неподвижной среды $\left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2}\right)$, а Хоу предложил записать его для случая стационарного безвихревого потока.

Ранее такое волновое уравнение для движущейся среды (без источников) было получено Д.И. Блохинцевым, поэтому в русскоязычной литературе уравнение, предложенное Хоу, получило название уравнения Блохинцева – Хоу.

Диффер. оператор левой части уравнения

$$\hat{B} = \frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{c^2}\frac{D}{Dt}\right) + \frac{1}{c^2}\frac{D\vec{v}}{Dt}\nabla - \nabla^2$$

где $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ – материальная производная,

c – локальная скорость звука.

Уравнение Блохинцева-Хоу удобно записывается для переменной

$$\underbrace{H = h + \frac{v^2}{2}}, \quad \text{где } h = e + \frac{p}{\rho} \underset{\text{ид. газ}}{=} \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho} \text{ – энтальпия}$$

↳ полная энтальпия, или энтальпия торможения.

Вывод уравнения Блохинцева-Хоу – см. книгу, стр. 68-72.

В результате получаем уравнение Блохинцева – Хоу, которое для случая адиабатического движения среды $\left(\frac{DS}{Dt}=0\right)$ записывается в компактном виде:

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{c_0^2}\frac{DH}{Dt}\right)+\frac{1}{c_0^2}\frac{D\vec{v}}{Dt}\nabla H-\nabla^2 H=\operatorname{div}\vec{A}-\frac{1}{c_0^2}\frac{D\vec{v}}{Dt}\vec{A},$$

где $\vec{A}=[\vec{\Omega}\,\vec{v}]-T\,\mathrm{grad}\,S$, $\vec{\Omega}=\mathrm{rot}\,\vec{v}$ – завихрённость.

В этом случае связь между H и звуковым давлением p определяется простым соотношением

$$\frac{Dp}{Dt}=\rho\frac{DH}{Dt},$$

т.е. излучение звука отсутствует, если полная энтальпия частиц среды постоянна.

(для замыкания ур-ия необходимо добавить ур-ие для завихрённости).

Уравнение Блохинцева – Хоу позволяет сделать важные выводы, дополняющие выводы из уравнения Лайтхилла:

1) источники звука в потоке среды — завихрённость поля скорости ($\mathrm{rot}\,\vec{v}$) и градиенты энтропии ($\mathrm{grad}\,S$) ← см. вектор $\vec{A}$ в правой части уравнения.

2) нестационарное движение среды представляет собой единство нелинейно взаимодействующих между собой вихревой, акустической и энтропийной (тепловой) компонент движения. Разделить их в общем случае невозможно, нужны дополнит. упрощения.

Литература

1. Кравчун П.Н. Генерация и методы снижения шума и звуковой вибрации. – М.: Издательство Моск. ун-та, 1991.
2. Мунин А.Г., Кузнецов В.М., Леонтьев Е.А. Аэродинамические источники шума. – М.: Машиностроение, 1981.
3. Blake W.K. Mechanics of flow-induced sound and vibration. V. 1, 2. – Orlando, Academic Press, 1986.