

На правах рукописи



Румянцева Ольга Дмитриевна

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ МНОГОМЕРНЫХ  
ЗАДАЧ АКУСТИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ  
И ИХ ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Специальность: 01.04.06 – акустика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва – 2022

Работа выполнена на кафедре акустики физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

**Официальные  
оппоненты:**

**Базулин Евгений Геннадиевич,**  
доктор технических наук,  
заместитель генерального директора по науке  
и системе качества, начальник системного отдела  
Научно-производственного центра неразрушающего  
контроля «ЭХО+»

**Новиков Роман Геннадьевич,**  
доктор физико-математических наук,  
главный научный сотрудник лаборатории прямых  
и обратных задач, изучения очага землетрясений  
Института теории прогноза землетрясений и  
математической геофизики Российской академии наук  
(ИТПЗ РАН)

**Рычагов Михаил Николаевич,**  
доктор физико-математических наук, профессор,  
старший менеджер по разработке программного  
обеспечения московского филиала корпорации “Алаин  
Текнолоджи Ресерч энд Девелопмент, Инк”

Защита состоится “23” июня 2022 года в 15 часов 00 минут  
на заседании диссертационного совета МГУ.01.08 на физическом факультете  
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу:  
119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские Горы, д. 1, стр. 2, Центральная физическая  
аудитория им. Р.В. Хохлова.

Диссертация находится на хранении в отделе диссертаций Научной  
библиотеки Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова  
(119192, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д. 27).

С диссертацией в электронном виде, а также со сведениями о регистрации  
участия в защите в удаленном интерактивном режиме можно ознакомиться  
на сайте ИАС «ИСТИНА»: <https://istina.msu.ru/dissertations/434196316/>

Автореферат разослан “21” апреля 2022 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета МГУ.01.08  
доктор физико-математических наук, доцент  
e-mail: [kosareva@physics.msu.ru](mailto:kosareva@physics.msu.ru)



О.Г. Косарева

## Общая характеристика работы

Под обратными задачами обычно понимают задачи, в результате решения которых удастся определить те или иные характеристики причины на основании наблюдения ее следствий. Обратные задачи достаточно ясным образом отличаются от прямых задач – предсказания следствий известной причины. На интуитивном уровне подобные решения обратных задач находятся нами непрерывно: интерпретация зрительных или слуховых ощущений – типичные примеры таких решений. Вместе с тем, содержательная математическая формулировка подобного рода проблем и разработка строгих или приближенных методов их решения является одним из сложнейших разделов математики, а в приложении к физическим проблемам – разделом математической физики.

Обратные волновые задачи относятся к этим сложным областям. В приложении к акустическим проблемам, перечень обратных волновых задач очень велик и хорошо известен. Это задачи акустического мониторинга окружающей среды, атмосферы и океана; дефектоскопия; медицинская акустоскопия; идентификация естественных шумов и вибраций, сейсмоакустика, кардиофоноскопия и респираторная фоноскопия и т.д. В предлагаемой диссертационной работе рассматриваются, прежде всего, прикладные акустические задачи томографического типа. Диссертационная работа разделена на две части, в определенной мере взаимосвязанные между собой. В каждой из частей излагаются теоретические аспекты проблемы, а также обсуждаются перспективы прикладного применения.

*Часть I “Обратные задачи акустического рассеяния”* (главы 1–4) посвящена обратным задачам акустического рассеяния, как в приближении однократного рассеяния, так и с учетом перерассеяний [А 3–А 20, А 62]. Помимо общей теории, затрагиваются вопросы единственности и устойчивости решения обратной задачи рассеяния. Большое внимание уделяется обсуждению прикладных возможностей акустических томографических систем, разработанных в последние годы. Полученные результаты отражены в монографии [А 2].

Применению строгих методов функционального анализа для решения акустических обратных задач рассеяния и впервые полученным при этом результатам модельных исследований посвящена *часть II “Функционально-аналитические методы решения многомерной акустической обратной задачи рассеяния”* (главы 5–9) [А 21–А 40]. Эти исследования опираются на результаты, полученные ранее в области решения обратных задач рассеяния квантованных полей на потенциалах, хорошо локализованных в пространстве.

Материал, относящийся к обратным задачам излучения [А 41–А 47], не вошел в представляемую диссертационную работу в виде самостоятельных глав, однако подытожен в монографии “Обратные задачи излучения в акустике” [А 1], неоднократно цитируемой в диссертации. В данной монографии [А 1] кратко рассматриваются обратные когерентные задачи излучения, которым присуща некорректность и сильнейшая степень неединственности. Излагаются различные подходы к решению обратных волновых задач излучения и некогерентных задач активно-пассивной акустической томографии. Показывается, что активно-пассивный режим позволяет определять совокупность акустических и термических характеристик среды в рамках общей томографической схемы.

Кроме того, в представляемой диссертационной работе не рассматривается отдельно (но только в виде ссылок) материал, относящийся к другому типу томографии – активной томографии пространственного распределения акустических нелинейных параметров второго и третьего порядков, прежде всего, в биологических средах. Этой тематике посвящены работы [А 48–А 58] и патенты [А 63, А 64], в которых предлагаются как оригинальные методы и устройства, так и достаточно перспективные подходы к их практической реализации. Возможность томографии данного типа обеспечивается уже при малом количестве преобразователей благодаря использованию сложных рассеянных сигналов. Такие нелинейно рассеянные сигналы порождаются нелинейным взаимодействием в случае трех зондирующих волн, из которых две или три являются кодированными.

Отдельное место занимают работы по классификации изображений [А 59–А 61].

### **Актуальность темы исследования**

Математической стороне обратных задач, посвящены, например, крупные работы [65–72]. В книге [68] рассматриваются, в первую очередь, рентгеновские методы томографирования, как с математической, так и с прикладной точек зрения. Прикладная сторона обратных задач затрагивается также в [70–72]. Постановка многих обратных задач носит достаточно общий характер, и методы их решения могут быть полезными при решении акустических обратных задач.

Использование акустического излучения в целях медицинской, геофизической и технической диагностики насчитывает многие десятилетия. При этом трудности, возникающие при разработке различных акустических томографических систем (предназначенных, например, для целей медицинской диагностики или для диагностических целей в промышленности, океанологии, геоакустике и т.п.) делают *актуальным* рассмотрение обратных волновых задач в самых различных постановках. Необходимо принимать во внимание, с одной стороны, физико-математическую сторону задачи, которая весьма нетривиальна из-за эффектов рефракции и многократного рассеяния волн внутри исследуемого объекта, а с другой стороны – специфику и конечные цели конкретных прикладных задач.

В частности, одной из актуальнейших медицинских задач является диагностика доброкачественных и злокачественных новообразований биологических тканей. В ряде случаев (например, при раке молочной железы) патологию важно обнаружить и классифицировать еще на ранней стадии ее развития. В настоящее время в медицинских целях наиболее широко используются такие системы интроскопии как рентгеновские томографы (так называемая КТ-томография), магнито-резонансные томографы, действующие на основе эффекта ядерного магнитного резонанса (ЯМР), и ультразвуковые системы типа УЗИ-аппаратов. Однако упомянутым диагностическим системам присущи определенные недостатки. Так, рентгеновское излучение при КТ-томографировании может быть небезопасным; кроме того, чувствительность рентгеновских томографов к ряду патологических новообразований определенных типов не всегда высока. С другой стороны, качество диагностирования с помощью ЯМР-томографов очень высоко; тем не менее, высокая стоимость этих устройств не позволяет использовать их для массового профилактического обследования населения.

Если говорить об акустических системах интроскопии, то в настоящее время их развитие происходит в двух основных направлениях. Первое направление – это совершенствование технических характеристик устройств. Однако чисто техническое совершенствование на определенном этапе приводит к некоторому пределу, при достижении которого дальнейший рост качества диагностики с помощью данного устройства останавливается. Такая ситуация заставляет обратиться ко второму направлению развития – анализу на новом научном уровне, с учетом последних современных достижений в области математических и физических наук, тех физических принципов и методов получения томограмм, на основе которых действует та или иная интроскопическая система. Оба упомянутых направления учитываются и активно развиваются в разработках ультразвуковых медицинских томографов, которые проводятся в настоящее время научными коллективами США, Германии и России. Достаточно подробно ситуация описывается в разделе 4.1 представляемой диссертационной работы, и там же приводятся ссылки на соответствующие публикации.

Фактически все системы активной ультразвуковой интроскопии основаны на наблюдении нарушений регулярного характера распространения зондирующего акустического излучения. В медицинских задачах восстановление рассеивающего объекта – в виде априори неизвестных пространственных распределений искомым акустическим параметрам – сводится к полному или частичному решению той или иной обратной задачи. Приемлемое качество восстановления внутренней структуры объекта, сильно рассеивающего (искажающего) падающую волну, возможно только при учете эффектов рефракции и поглощения волн, происходящих внутри рассеивателя. Более того, если необходимо не только обнаружить малое новообразование, рассеивающее акустические волны, но и получить его количественные характеристики, то необходимо привлекать достаточно точные математические методы решения обратных задач. Тем самым, совершенствование таких методов (например, итерационных процедур, которые могут быть организованы в координатном или пространственно-спектральном представлении), а также развитие новых методов решения (в рамках диссертации рассматривается внедрение строгих функциональных методов в прикладные обратные акустические задачи – как двумерные, так и трехмерные) представляет собой сложную, но весьма *актуальную* задачу. Сложность усугубляется тем, что обратные задачи рассматриваемого томографического типа являются, во-первых, некорректными и, во-вторых, им присуща, в большинстве практических случаев, нелинейная зависимость наблюдаемых данных (рассеянных полей на приемниках) от тех характеристик внутренней структуры исследуемого объекта, которые надо восстановить в результате томографирования.

### **Цель и задачи диссертационной работы**

Целью диссертационной работы является разработка и апробация итерационных и функциональных методов решения многомерных обратных волновых задач с последующим внедрением этих методов в конкретные акустические томографические устройства. Разработка предназначается для получения количественных характеристик внутренней структуры исследуемого объекта с высокой разрешающей способностью – в первую очередь, для диагностики патологий мягких биологических тканей на ранней стадии возникновения патологий.

В этой связи были поставлены и решались следующие задачи:

1. Разработка двухшагового алгоритма томографирования, позволяющего воспроизводить тонкую структуру объекта на фоне его крупномасштабных деталей, предварительно определяемых на первом шаге процедуры восстановления.
2. Решение обратной задачи рассеяния в статистической постановке.
3. Выявление влияния объема и характера дискретизованных экспериментальных данных на единственность и устойчивость решения обратной задачи рассеяния томографического типа.
4. Разработка способа улучшения разрешающей способности итоговых томограмм в направлении, перпендикулярном плоскости двумерного томографирования.
5. Разделение рассеивающих компонент исследуемого объекта (скорости звука, плотности, коэффициента поглощения) в многочастотном режиме в условиях неточно известной частотной зависимости коэффициента поглощения.
6. Разработка корреляционных методов восстановления карты вектора скорости кровотока в процессе акустического томографирования.
7. Внедрение строгих функциональных методов решения двумерных и трехмерных обратных задач в акустические задачи с прикладной направленностью.
8. Определение границ работоспособности и степени помехоустойчивости функциональных алгоритмов.
9. Разработка способа обобщения двумерного функционального алгоритма на многочастотный режим зондирования исследуемого объекта.
10. Апробация рассматриваемых методов на модельных и экспериментальных данных.

### **Объект и предмет исследования**

Объектом исследования диссертационной работы являются методы и алгоритмы решения акустической обратной задачи рассеяния применительно к прикладным задачам томографического типа. Предметом исследования являются восстановленные пространственные распределения различных акустических характеристик области томографирования.

### **Методология исследования**

Исследования, выполненные в рамках диссертационной работы, являются продолжением научных работ отечественных и зарубежных авторов, посвященных развитию методов решения обратных задач рассеяния как в общетеоретическом плане, так и с точки зрения практического применения. Для восстановления полных пространственных распределений скорости звука и коэффициента поглощения в исследуемом объекте в диссертации применена, во-первых, методология двухшагового способа определения характеристик крупных и мелких деталей объекта. Во-вторых, методология, основанная на статистических оценках (метод максимальной апостериорной вероятности), которая позволяет использовать априорную информацию о корреляционных свойствах как искомых характеристик, так и помехи. Для разделения упругих и вязких характеристик рассеивателя в случае неполных экспериментальных данных, а также при написании уравнений связи с целью обобщения функционального метода решения обратной задачи на многочастотный режим, использован тот факт, что различные компоненты рас-

сеивателя имеют индивидуальный характер зависимости от частоты. Для восстановления карты вектора скорости кровотока привлечена методология построения промежуточных изображений (содержащих спекл-структуры, которые смещаются во времени из-за смещения движущихся кластеров крови) и методология последующей пространственной корреляции фрагментов этих изображений. При рассмотрении функциональных алгоритмов использована методология добавления к волновым векторам мнимой добавки, произвольно или, в частности, ортогонально ориентированной к действительной части этих векторов; данный прием был предложен и развит учеными-математиками специально для разработки строгих функциональных методов решения обратных задач. При апробировании предлагаемых алгоритмов восстановления на численных моделях использовались методы математического моделирования и вычислительной математики; при этом в ряде случаев оказалось целесообразным выполнять процедуру восстановления в пространстве, фурье-сопряженном к пространству углов падения зондирующих волн и углов приема рассеянных сигналов.

### **Научная новизна работы**

1. Впервые показано, что при томографировании акустического рассеивателя, создающего эффекты многократного рассеяния волн, восстановление тонкой структуры этого рассеивателя в виде адекватных количественных оценок значений скорости звука и коэффициента поглощения невозможно без сопутствующей оценки характеристик более крупномасштабных деталей.
2. Разработан оригинальный алгоритм, позволяющий восстанавливать характеристики рассеивателя в пространственно-спектральном представлении при учете статистических аспектов задачи. В этой связи впервые получено обобщение процедуры винеровской фильтрации на случай, когда исследуемые рассеиватели сильно искажают зондирующее поле, и, тем самым, измеряемые данные становятся нелинейно зависящими от искомым характеристик.
3. Впервые сделаны количественные оценки, касающиеся взаимосвязи между конечным объемом томографических экспериментальных данных, с одной стороны, и процессами возникновения неустойчивости и неединственности при решении акустической обратной задачи рассеяния, с другой стороны, в двумерном и трехмерном пространствах.
4. Разработан оригинальный способ повышения разрешающей способности ультразвуковых систем послойного томографирования в направлении, перпендикулярном поверхности слоя. Впервые показано, что предложенный эффект достигается благодаря внесению наклонов излучающих и приемных преобразователей антенной решетки на разные углы.
5. Впервые предложены алгоритмы отдельного восстановления различных акустических линейных характеристик (скорости звука, плотности среды, коэффициента поглощения и его неизвестной частотной зависимости) в случае неполных данных рассеяния, что приводит к возникновению мнимой части у аппаратной функции алгоритма восстановления и, как следствие, “перемешивает” информацию об искомым характеристиках на томограммах, изначально полученных в одночастотном режиме.
6. Разработаны оригинальные корреляционные алгоритмы, которые позволяют по некогерентным данным, полученным при различных излучателях в процессе

томографирования акустических линейных параметров, дополнительно воспроизводить карту вектора скорости кровотока на основе эффекта движения спекл-структур.

7. Впервые выполнено численное моделирование нескольких вариантов двумерных функциональных алгоритмов, позволяющих восстанавливать одновременно разномасштабные детали рассеивателя произвольной силы в монохроматическом режиме без привлечения итерационной процедуры.
8. Впервые численным моделированием проиллюстрировано, что область работоспособности исследуемых двумерных функциональных алгоритмов в монохроматическом режиме гораздо шире, чем это предполагалось изначально в рамках теоретических исследований авторов алгоритмов.
9. Впервые предложено обобщение монохроматического двумерного функционального алгоритма на случай многочастотного зондирования. Впервые численным моделированием проиллюстрирована эффективность выполненного обобщения как способа подавления процессов неустойчивости решения, возникающих в монохроматическом случае.
10. Впервые выполнено численное моделирование трехмерного функционального алгоритма Новикова, позволяющего посредством итераций восстанавливать рефракционно-поглощающие рассеиватели произвольной силы.

### **Практическая значимость работы**

Практическая значимость диссертационной работы для акустики, в целом, заключается в том, что предлагаемые методы и алгоритмы предназначаются для внедрения их в конкретные устройства томографического типа [А 62–А 64], служащие для решения прикладных задач в медицине, океанологии и неразрушающем контроле. Более конкретно можно отметить следующие моменты.

Непосредственно на основе экспериментальных данных, полученных с опытного образца ультразвукового медицинского томографа [А 62] и обработанных двухшаговым алгоритмом, показана эффективность данного алгоритма при получении томограмм с высоким разрешением (не хуже половины длины волны, т.е. около 0.5 мм при работе в мегагерцовом диапазоне) в реальных условиях. В то же время, дальнейшая модернизация двухшагового алгоритма позволит улучшить точность получаемых количественных оценок восстанавливаемых параметров – в первую очередь, коэффициента поглощения. С другой стороны, привлечение технологии параллельного программирования CUDA для обработки экспериментальных данных позволяет восстанавливать двумерную томограмму форматом 1024×1024 отсчетов всего за несколько минут. Таким образом, двухшаговый алгоритм, наряду с функциональными алгоритмами, может быть использован, например, для ранней диагностики доброкачественных и злокачественных новообразований молочной железы.

Разработанный и апробированный на модельных данных алгоритм, который учитывает статистические аспекты задачи восстановления характеристик акустического рассеивателя и зашумленность экспериментальных данных, представляет собой хорошую теоретическую базу для последующего использования в прикладных томографических задачах.

Проведенные исследования, касающиеся необходимого объема независимых экспериментальных данных и, одновременно, устойчивости и единственно-



сти процесса восстановления, являются конкретными рекомендациями при организации томографического эксперимента, с точки зрения обеспечения минимально необходимого количества излучателей и приемников, а также наиболее целесообразного их размещения вокруг исследуемого объекта.

Выполненный анализ ограничений, возникающих при практической реализации процесса томографирования в конкретном устройстве в силу технических причин или в силу анатомических особенностей исследуемого органа, позволил предложить методику учета этих ограничений на этапе обработки экспериментальных данных. В свою очередь, это позволило, по возможности, скомпенсировать влияние упомянутых ограничений на точность восстановления искомым количественных характеристик исследуемого объекта.

Предложенный способ наклона излучающих и приемных преобразователей антенной решетки при томографировании каждого фиксированного слоя трехмерного объекта очень удобен для практического применения: улучшить разрешающую способность по третьей координате можно простым техническим приемом и соответствующей процедурой обработки данных, без увеличения количества преобразователей.

Предложенные корреляционные алгоритмы, оперирующие с рассеянными сигналами от движущихся кластеров крови, позволяют получать практически по тем же данным, которые регистрируются в ультразвуковом томографе для получения пространственных распределений скорости звука и коэффициента поглощения, векторную карту кровотока. Более того, эта методика была модифицирована для внедрения ее в томографические системы, использующие эффекты нелинейного взаимодействия волн с образованием комбинационных частот [А 63, А 64].

Высокоточные функциональные методы, берущие свое начало в квантовомеханических обратных задачах, специально были адаптированы и доведены до программной реализации с целью использования в акустических прикладных обратных задачах. Высокая точность решения даже при весьма сильно выраженных эффектах перерасеяния волн, высокая разрешающая способность (около одной трети характерной длины волны), а также обобщение алгоритмической схемы на многочастотный режим, выполненное с целью обеспечения хорошей помехоустойчивости, позволяют рассматривать функциональные алгоритмы как новый класс алгоритмов восстановления, который в настоящее время подготовлен к внедрению в практику акустической томографии, как в области медицины, так и океанологии. Трехмерные функциональные алгоритмы требуют особенно большого объема вычислительных затрат, однако и они могут быть внедрены в акустоскопические системы, снабженные многоэлементной приемоизлучающей антенной и высокопроизводительными вычислительными мощностями.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Пространственные распределения скорости звука и коэффициента поглощения восстанавливаются двухшаговым методом томографирования в виде количественных значений крупномасштабного фона (с линейным размером более нескольких длин волн) и тонкой структуры (с размером от нескольких десятых длины волны до нескольких длин волн) на таком фоне с разрешающей способностью около  $\lambda_0/3$ , где  $\lambda_0$  – характерная длина волны.

2. Статистический подход к оценке характеристик акустического рассеивателя приводит к алгоритму восстановления, включающему в себя нелинейную фильтрацию винеровского типа – эффективный фактор подавления влияния сильных помех при восстановлении рассеивателей, которые, в общем случае, существенно искажают падающее на них поле, т.е. создают явно выраженные эффекты многократного рассеяния волн.
3. Единственность и устойчивость решения акустической обратной задачи рассеяния на основе конечного объема независимых дискретизованных экспериментальных данных обеспечивается только при определенных условиях, зависящих от размерности пространства, от типа рассеивателя (совокупность точечных рассеивателей или пространственно-распределенный рассеиватель), а также от линейных размеров рассеивателя и характерной ширины пространственного спектра его вторичных источников. Данная информация учитывается при постановке физического эксперимента.
4. Наклоны преобразователей двумерной антенной решетки на разные углы улучшают в несколько раз разрешающую способность итогового изображения в направлении, перпендикулярном плоскости томографирования. Так, при томографировании мягких биотканей разрешающая способность становится около  $(2.5 \div 3.5)\lambda_0$ , в то время как в отсутствие наклонов она близка к толщине озвучиваемого слоя  $(10 \div 15)\lambda_0$ .
5. Разработанные алгоритмы реконструкции изображений в условиях неполных экспериментальных данных позволяют получать отдельные пространственные распределения не только скорости звука, плотности среды и коэффициента поглощения, но и степени частотной зависимости коэффициента поглощения на основе данных, соответствующих различным частотным спектрам зондирующих импульсов.
6. Дополнительная возможность ультразвукового томографа – восстановление карты вектора скорости движущихся рассеивателей (карты кровотока в медицинских приложениях) – обеспечивается посылкой не менее трех последовательных зондирующих импульсов каждым излучателем, предварительной селекцией регистрируемых полей, построением промежуточных изображений со спекл-структурой и последующей пространственной корреляцией отдельных фрагментов этих изображений.
7. Функциональные двумерные и трехмерные алгоритмы решения монохроматической обратной задачи рассеяния, изначально предназначавшиеся для решения квантовомеханических обратных задач, хорошо адаптируются для решения акустических задач томографического типа при всестороннем облучении исследуемого объекта и всестороннем приеме данных. Такие алгоритмы восстанавливают сразу полную структуру рассеивателя и ее количественные характеристики при строгом учете процессов многократного рассеяния акустических волн, делающие задачу особенно сложной. В отличие от двухшагового алгоритма, в процессе восстановления не происходит разделения структуры на крупномасштабные и мелкомасштабные составляющие при сохранении высокой разрешающей способности около  $\lambda_0/3$ .
8. Модифицированный функциональный двумерный алгоритм решения обратной задачи рассеяния, исследованный в диссертационной работе, имеет эффектив-

ное обобщение на многочастотный режим получения данных благодаря привлечению уравнений связи, вытекающих из рассмотрения частотной зависимости отдельных характеристик акустического рассеивателя. Многочастотный вариант алгоритма позволяет подавить эффекты неустойчивости, которые могут возникать при восстановлении сильных акустических рассеивателей (создающих дополнительный набег фазы более  $\pi$ ), и повысить информативность томограмм.

### **Степень достоверности полученных результатов**

Достоверность результатов, представленных в диссертационной работе, обусловлена следующими факторами: корректной постановкой задач; базированием процедуры решения на строгих физико-математических методах и вытекающих из них строгих математических соотношениях; согласием итоговых результатов с физическими характеристиками объектов-моделей (как с однородной, так и с неоднородной внутренней структурой), которые задавались при численном моделировании и при проведении физических экспериментов с фантомами. Результаты диссертационной работы многократно представлялись на всероссийских и международных конференциях и опубликованы в рецензируемых журналах.

### **Апробация результатов работы**

Результаты, представляемые в диссертационной работе, доложены и обсуждены на следующих всероссийских и международных конференциях: Научная конференция “Ломоносовские чтения” (г. Москва, Россия, 1990); X Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн (г. Винница, Украина, 1990); XI Всесоюзная Акустическая конференция (г. Москва, Россия, 1991); Международная конференция “Некорректно поставленные задачи в естественных науках” (г. Москва, Россия, 1991); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-21” (California, USA, 1994); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-22” (Florence, Italy, 1995); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-23” (Boston, USA, 1997); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-24” (Santa Barbara, USA, 1998); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-25” (Bristol, UK, 2000); XI сессия Российского Акустического Общества (г. Москва, Россия, 2001); I Евразийский конгресс по медицинской физике и инженерии “Медицинская физика – 2001” (г. Москва, Россия, 2001); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-26” (Windsor, Canada, 2001); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-27” (Saarbrücken, Germany, 2003); XV сессия Российского Акустического Общества (г. Москва, Россия, 2004); II Евразийский конгресс по медицинской физике и инженерии “Медицинская физика-2005” (г. Москва, Россия, 21-24 июня 2005); XVI сессия Российского Акустического Общества (г. Москва, Россия, 2005); XI Всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн. Волны-2007” (г. Звенигород Московской области, Россия, 2007); XIX сессия Российского Акустического Общества (г. Москва, Россия, 2007); XI Всероссийская школа-семинар “Волновые явления в неоднородных средах. Волны-2008” (г. Звенигород Московской области, Россия, 2008); The 18th International Symposium on Nonlinear Acoustics (Stockholm, Sweden, 2008); XX сессия Российского Акустического Общества (г. Москва, Россия, 2008); XXII сессия

Российского Акустического Общества (г. Москва, Россия, 2010); III Евразийский конгресс по медицинской физике и инженерии “Медицинская Физика-2010” (г. Москва, Россия, 2010); 53-я научная конференция МФТИ “Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Управление и прикладная математика” (г. Долгопрудный Московской области, Россия, 2010); The 8<sup>th</sup> Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing (г. Москва, Россия, 2011); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-30” (Monterey, USA 2009); 54-я научная конференция МФТИ “Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе. Управление и прикладная математика” (г. Долгопрудный Московской области, Россия, 2011); XIII Всероссийская школа-семинар “Волновые явления в неоднородных средах. Волны-2012” (г. Звенигород Московской области, Россия, 2012); V Троицкая конференция “Медицинская Физика и Инновации в Медицине” (г. Троицк Московской области, Россия, 2012); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-31” (Warsaw, Poland, 2011); The 11th European Conference on Underwater Acoustics (Edinburgh, Scotland, 2012); 5-я Международная конференция “Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации” (г. Суздаль, Россия, 2012); XXV сессия Российского Акустического Общества (г. Москва, Россия, 2012); 55-я научная конференции МФТИ “Проблемы фундаментальных и прикладных естественных и технических наук в современном информационном обществе. Управление и прикладная математика” (г. Долгопрудный Московской области, Россия, 2012); 6-я Международная конференция “Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации” (г. Суздаль, Россия, 2013); 57-я научная конференции МФТИ с международным участием “Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики. Управление и прикладная математика” (г. Долгопрудный Московской области, Россия, 2014); XV Всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн. Волны-2015” (г. Москва, Россия, 2015); Международный симпозиум “Acoustical Imaging-32” (Singapore, Singapore, 2013); Международная конференция “Quasilinear equations, inverse problems and their applications” (г. Долгопрудный Московской области, Россия, 2015); XV Всероссийская школа-семинар “Волновые явления в неоднородных средах. Волны-2016” (г. Москва, Россия, 2016); Международная конференция “Quasilinear equations, inverse problems and their applications” (г. Долгопрудный Московской области, Россия, 2016); XVI Всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн. Волны-2017” (г. Москва, Россия, 2017); II Всероссийская акустическая конференция, совмещенная с XXX сессией Российского акустического общества (г. Нижний Новгород, Россия, 2017); Международная конференция “Quasilinear equations, inverse problems and their applications” (г. Долгопрудный Московской области, Россия, 2017); XVI Всероссийская школа-семинар “Волновые явления в неоднородных средах. Волны-2018” (г. Москва, Россия, 2018); Международная конференция “Quasilinear equations, inverse problems and their applications” (г. Долгопрудный Московской области, Россия, 2018); XVII Всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн. Волны-2019” (г. Москва, Россия, 2019); The 179th Meeting the Acoustical Society of America (Virtual meeting, USA, 2020); Международная конференция “Days on Diffraction 2020” (г. С.-Петербург, Россия, 2020); XXXII Всероссийская школа-семинар “Волновые явления: физика

и применение. Волны-2021” (г. Москва, Россия, 2021); Международная конференция “Inverse and Ill-Posed Problems: Theory and Numerics. XIII international scientific conference and young scientist school” (г. Новосибирск, Россия, 2021); The 180th Meeting of the Acoustical Society of America (Virtual meeting, USA, 2021).

Кроме того, полученные результаты обсуждались на научных семинарах кафедры акустики физического факультета МГУ и на научных семинарах кафедры математики физического факультета МГУ под руководством профессора А. Н. Боголюбова, на семинаре Лаборатории геометрических методов математической физики им. Н. Н. Боголюбова механико-математического факультета МГУ, на семинаре “Динамические обратные задачи” в Санкт-Петербургском отделении Математического института РАН им. В.А. Стеклова, на семинаре под руководством д.ф.-м.н. Г. М. Хенкина “Квазилинейное уравнение и обратные задачи” (г. Москва), а также на семинарах Научного Совета по акустике РАН, Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Научного центра волновых исследований Института общей физики им. А. М. Прохорова РАН.

### **Публикации автора**

Основные результаты диссертации изложены в 122 печатных работах, в том числе в 2 монографиях [А 1, А 2], 59 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова [А 3–А 61], 3 патентах [А 62–А 64] и 58 публикациях в сборниках трудов. Список основных публикаций автора [А 1–А 64] представлен в конце автореферата перед списком литературы.

### **Личный вклад автора**

Оригинальные результаты, изложенные в диссертационной работе, получены автором лично либо при его определяющей роли, а также при непосредственном участии автора в теоретических и прикладных исследованиях, которые проводились совместно с соавторами публикаций, изданных по теме диссертации. В работах, опубликованных в соавторстве, основополагающий вклад принадлежит соискателю.

### **Структура и объем диссертационной работы**

Диссертационная работа состоит из введения, девяти глав текста, заключения, списка публикаций автора по теме диссертации и списка литературы. Объем работы составляет 347 страниц, включая 133 рисунка; список цитируемой литературы содержит 417 работ.

## Содержание диссертационной работы

Во **введении** обозначены актуальность темы исследований, цели и задачи диссертационной работы, объект и предмет исследования, методология исследования, научная новизна и практическая значимость работы; приведены выносимые на защиту положения и краткое содержание работы, а также сведения об апробации результатов работы.

**Первая глава** носит обзорный характер. Приводятся основные понятия и соотношения, которые в последующих главах используются для рассмотрения проблемы акустической волновой томографии (восстановление внутренней структуры объекта в виде томограмм) как обратной задачи рассеяния.

Материал последующих глав связан с рассмотрением возможностей и особенностей различных методов решения обратной задачи рассеяния, причем с учетом процессов многократного рассеяния волн внутри томографируемого объекта. Такие процессы характерны для подавляющего большинства прикладных акустических обратных задач; они существенно усложняют решение соответствующей обратной задачи, однако только при учете этих процессов возможно высококачественное восстановление томографических изображений, сопровождающееся их *количественными* значениями. Рассматриваемые в диссертационной работе итоговые томограммы отображают пространственные распределения скорости звука  $c(\mathbf{r})$ , плотности среды  $\rho(\mathbf{r})$ , амплитудного коэффициента поглощения  $\alpha(\mathbf{r}, \omega)$  (при фиксированной частоте  $\omega$  или усредненного по частоте) и степени его частотной зависимости. Эти функции являются искомыми характеристиками исследуемого объекта – акустического рассеивателя. При волновом описании обратной задачи и временной зависимости полей  $\sim \exp(-i\omega t)$  они восстанавливаются в монокроматическом режиме в виде так называемой функции рассеивателя

$$v(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c_0^2} \left( 1 - \frac{c_0^2}{c^2(\mathbf{r})} \right) + \sqrt{\frac{\rho(\mathbf{r})}{\rho_0}} \nabla^2 \left( \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho(\mathbf{r})}} \right) - 2i\omega \frac{\alpha(\mathbf{r}, \omega)}{c(\mathbf{r})}; \quad (1)$$

$v(\mathbf{r}) \equiv 0$  при  $\mathbf{r} \notin \mathfrak{R}$ , где  $\mathfrak{R}$  – область локализации рассеивателя. Здесь однородная изотропная непоглощающая фоновая среда (т.е. среда в отсутствие рассеивателя) характеризуется постоянными значениями скорости звука  $c_0$  и плотности  $\rho_0$ . Уравнение Гельмгольца для волнового акустического поля  $u(\mathbf{z})$  в произвольной точке пространства  $\mathbf{z}$  имеет вид

$$\nabla^2 u(\mathbf{z}) + k_0^2 u(\mathbf{z}) = F_0(\mathbf{z}) + v(\mathbf{z}) u(\mathbf{z}); \quad (2)$$

$F_0(\mathbf{z})$  – первичные источники, создающие падающие поля  $u_0(\mathbf{z})$ , т.е. поля, зондирующие исследуемый объект;  $k_0 = \omega/c_0$  и  $G_0$  – волновое число и функция Грина фоновой среды. Тогда имеет место уравнение Липпмана–Швингера:

$$u(\mathbf{z}) = u_0(\mathbf{z}) + \int_{\mathfrak{R}} G_0(\mathbf{z}, \mathbf{r}') v(\mathbf{r}') u(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (3)$$

**Вторая глава** посвящена двухшаговому алгоритму, который описывается в **разделе 2.1** и предназначается для восстановления пространственных распределений скорости звука  $c(\mathbf{r})$  и амплитудного коэффициента поглощения  $\overline{\alpha(\mathbf{r})}^{\Delta\omega}$ , усредненного по частоте в рабочей полосе частот с шириной  $\Delta\omega$  [А 2 (§ 5.4.1), А 12, А 13]. Возникновение двухшагового алгоритма связано со спецификой задач медицинской томографии, при которой неоднородности фазовой скорости звука и большие размеры областей с такими неоднородностями вызывают сильное искажение волновых фронтов в биоткани. Необходимо восстановить объект-рассеиватель, включающий в себя мелкомасштабные характерные детали (т.е. тонкую структуру с линейными размерами от нескольких десятых долей длины волны до нескольких длин волн), которые присутствуют на фоне крупномасштабных неизвестных неоднородностей (с размерами в несколько длин волн и более) фазовой скорости, плотности биоткани и коэффициента поглощения. Тогда *на первом шаге* алгоритма восстанавливаются именно крупномасштабные неоднородности скорости звука  $c_0(\mathbf{r})$  и коэффициента поглощения  $\overline{\alpha_0(\mathbf{r})}^{\Delta\omega}$ . Первый шаг необходим из-за большого диапазона возможных вариаций скорости звука и коэффициента поглощения в биотканях. При восстановлении приближенно полагается, что сигналы распространяются вдоль лучей, причем прямолинейных (рефракция на неоднородностях не учитывается). Разрешающая способность – диаметр лучевой трубки  $\sqrt{L\lambda_0}$  ( $L$  – линейный размер рассеивателя,  $\lambda_0$  – характерная длина волны), который составляет несколько длин волн, т.е.  $5 \div 10$  мм при мегагерцовом диапазоне частот и  $L \cong (10 \div 20)$  см.

Входными данными первого шага являются значения разности времен распространения сигнала от излучателя  $S$  до приемника  $R$  в присутствии исследуемого объекта  $t_{RS}$  и в его отсутствие  $t_{RS}^0$  (для восстановления крупномасштабного пространственного распределения скорости звука), а также отношение эффективных амплитуд соответствующих сигналов  $A_{RS}$  и  $A_{RS}^0$  (для восстановления крупномасштабного пространственного распределения коэффициента поглощения) при всестороннем озвучивании объекта и различных ракурсах приема. В реальных условиях такие данные предварительно формируются по разработанному корреляционному алгоритму определения временного сдвига при мешающем воздействии сигналов от боковых лучевых трубок [А 15, А 16].

Восстановление крупномасштабных деталей осуществлялось, для сравнения, двумя алгоритмами (результаты восстановления оказались близкими). Один из них является переложением алгоритма рентгеновского томографирования в расходящихся пучках [73] для акустических данных. Другой представляет собой МНК-решение избыточной системы линейных уравнений [А 15]:

$$\int_{S \rightarrow R} \mathfrak{I}(\mathbf{r}) dl_{\mathbf{r}} = \mathcal{D}_{RS}, \quad (4)$$

где при восстановлении:

$$\mathfrak{I}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c_0(\mathbf{r})} - \frac{1}{c_0}, \quad \mathcal{D}_{RS} = t_{RS} - t_{RS}^0 \quad \text{для скорости звука;}$$

$$\mathfrak{I}(\mathbf{r}) = \overline{\alpha_0(\mathbf{r})}^{\Delta\omega}, \quad \mathcal{D}_{RS} \equiv -\ln(A_{RS}/A_{RS}^0) \quad \text{для коэффициента поглощения.}$$

Интегрирование в (4) осуществляется вдоль оси лучевой трубки  $S \rightarrow R$ , соединяющей точки излучения  $S$  и приема  $R$ ;  $dl_r$  – длина элемента траектории.

Ошибка восстановления, возникающая за счет приближений первого шага, частично устраняется на *втором шаге*. Здесь восстанавливается тонкая структура рассеивателя, располагающаяся на фоне вышеупомянутых крупномасштабных неоднородностей, уже найденных. Используется один из алгоритмов, основанных на приближении однократного рассеяния, но с учетом неоднородности фона [72].

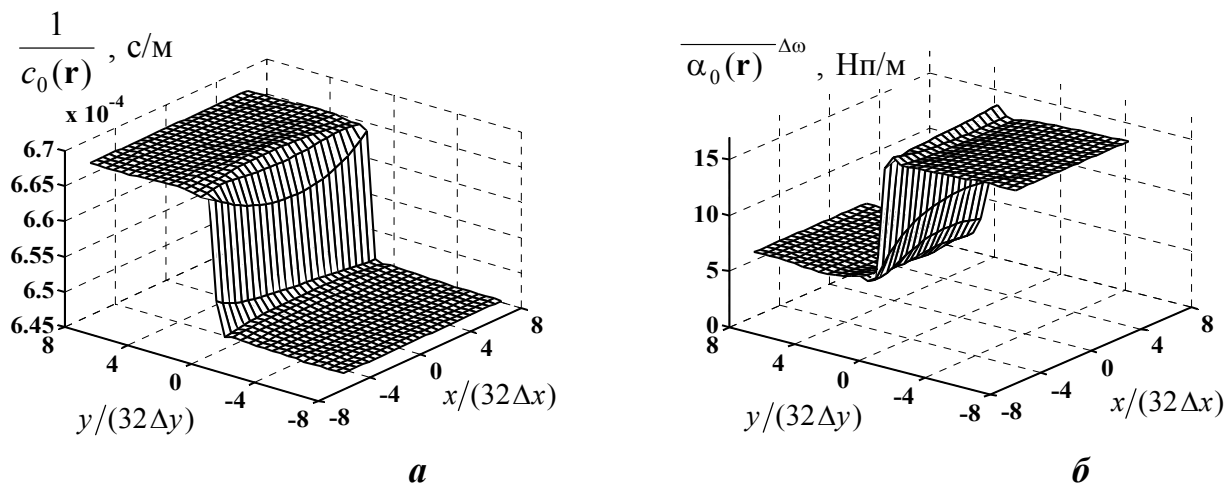
Работоспособность двухшагового алгоритма иллюстрируется с помощью томографических данных рассеяния – полей, регистрируемых на приемниках при каждом фиксированном падающем поле. Сначала используются данные, смоделированные на компьютере (**раздел 2.2**) решением прямой задачи. Поскольку, в итоге, исследования предназначаются для работы с экспериментальным образцом ультразвукового томографа (**раздел 2.3**), то характерные параметры при численном моделировании (размер области томографирования, круговое расположение приемоизлучающих преобразователей, рабочие частоты, формат и шаги дискретизации двумерных изображений и т.п. – см. ниже) задавались близкими к реальным. Крупномасштабный фон задавался в виде “ступенчатого” изменения как скорости звука, так и поглощения (рис. 1). Тонкая структура имитировалась в виде букв текста, располагающихся на таком крупномасштабном фоне (рис. 2), и описывалась функцией

$$V(\mathbf{r}) \approx c_0^2 \left( \frac{1}{c_0^2(\mathbf{r})} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \right) M_c + c_0^2 \left( \frac{\overline{\alpha(\mathbf{r})}^{\Delta\omega}}{c(\mathbf{r})} - \frac{\overline{\alpha_0(\mathbf{r})}^{\Delta\omega}}{c_0(\mathbf{r})} \right) M_\alpha$$

без учета неоднородностей плотности;  $M_c$  и  $M_\alpha$  – размерностные комплексные коэффициенты, зависящие от частотного спектра зондирующих полей.

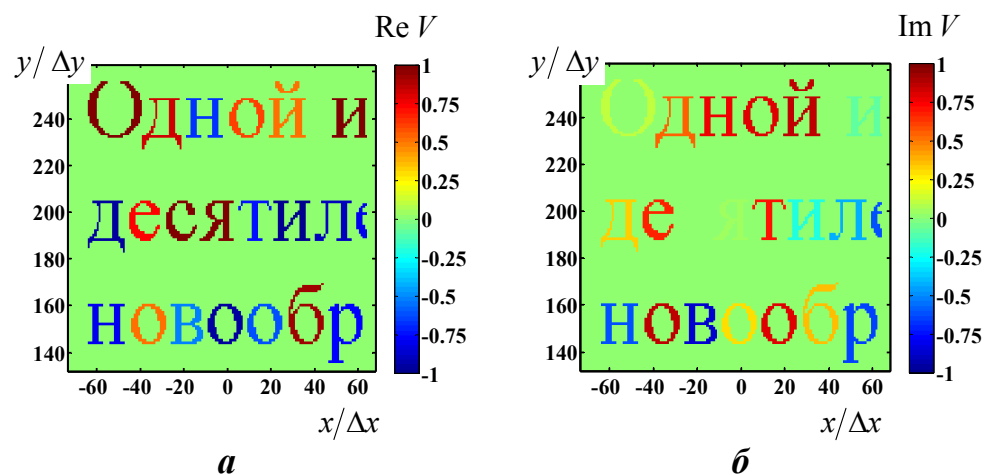
Сетка итоговых изображений, получаемых на втором шаге, имела формат  $1024 \times 1024$  пространственных отсчетов и соответствовала самому мелкому используемому шагу дискретизации  $\Delta x = \Delta y = 0.25$  мм, т.е. около  $0.25 \div 0.3$  длины волны при несущей частоте  $f_0 \approx 1.5$  МГц. Такой шаг не превышает разрешающую способность получаемого изображения и, в то же время, удобен для врача-диагноста при определении конкретных координат подозрительного участка. Тонкая структура в виде оценки  $\hat{V}(\mathbf{r})$  функции  $V(\mathbf{r})$  восстанавливается в отсутствие помех с хорошим качеством и высоким разрешением (рис. 3а–в) при учете влияния фоновых крупномасштабных неоднородностей скорости звука и поглощения, восстановленных на первом шаге (рис. 1).





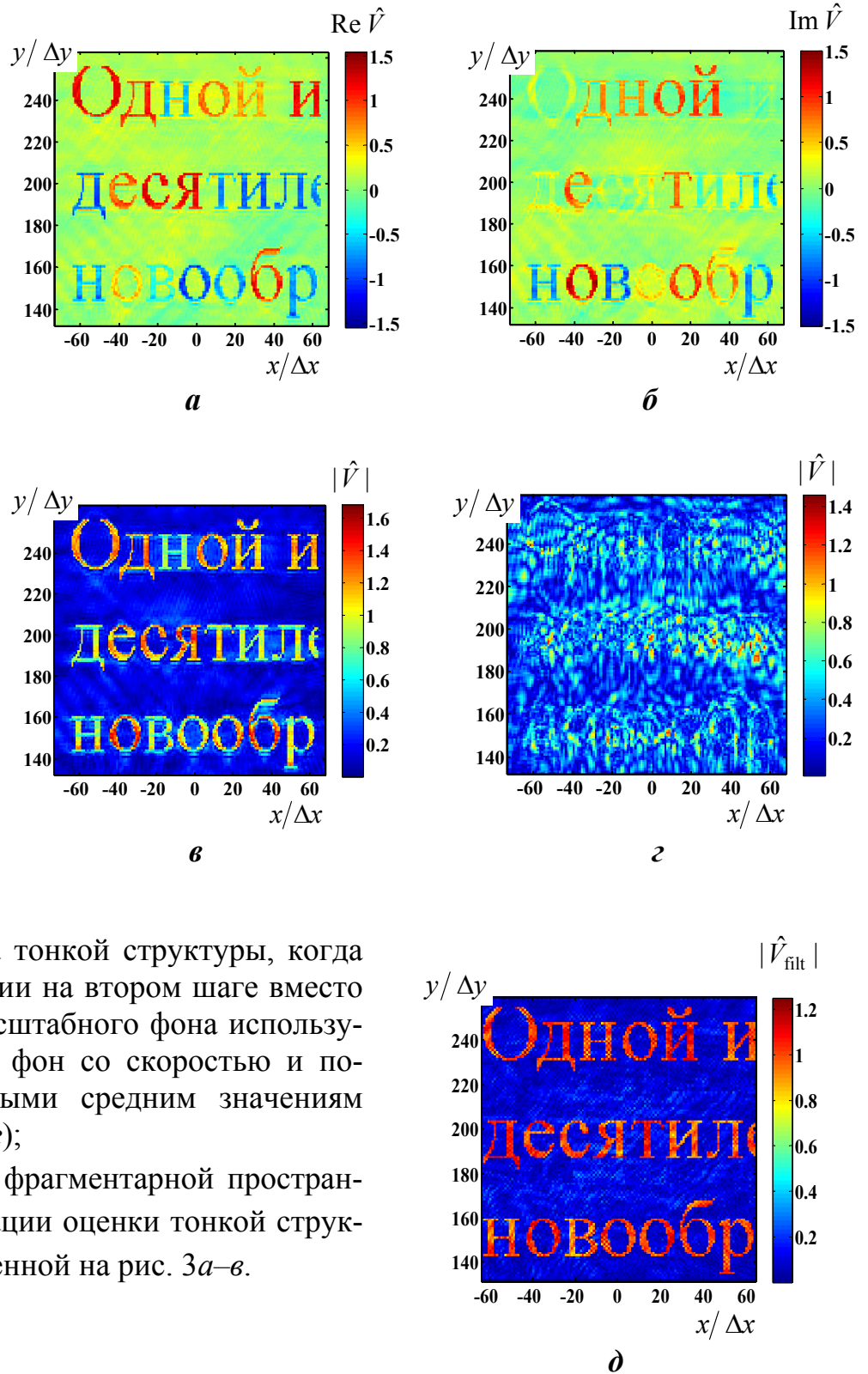
**Рис. 1.** Пространственные распределения крупномасштабных контрастных неоднородностей медленности (*a*) и амплитудного коэффициента поглощения (*б*), восстановленные на первом шаге двухшагового алгоритма. Истинная крупномасштабная неоднородность “ступенчатой” формы имеет скорость звука 1500 м/с (медленность  $6.67 \times 10^{-4}$  с/м) и поглощение 0.5 дБ/см (5.76 Нп/м) в верхней части области томографирования; соответствующие значения в нижней части 1545 м/с (медленность  $6.47 \times 10^{-4}$  с/м) и 1.5 дБ/см (17.27 Нп/м);  $\Delta x = \Delta y = 0.25$  мм.

**Рис. 2.** Модель тонкой структуры – мелкомасштабных деталей исследуемого объекта в виде текста, присутствующих на крупномасштабном сильно неоднородном фоне; один пространственный отсчет составляет  $\Delta x = \Delta y = 0.25$  мм: изображение фрагмента действительной (*a*) и мнимой (*б*) частей функции  $V$ , описывающей тонкую структуру пространственных распределений скорости звука и коэффициента поглощения.



**Рис. 3.** Модельная иллюстрация возможности восстановления двухшаговым алгоритмом тонкой структуры, изображенной на рис. 2:

- оценка фрагмента тонкой структуры  $\hat{V}$ , полученная с учетом восстановленного на первом шаге крупномасштабного фона (рис. 1): действительная (а) и мнимая (б) части, модуль (в);
- оценка фрагмента тонкой структуры, когда при восстановлении на втором шаге вместо оценки крупномасштабного фона используется однородный фон со скоростью и поглощением, равными средним значениям истинного фона (г);
- результат  $\hat{V}_{\text{filt}}$  (д) фрагментарной пространственной фильтрации оценки тонкой структуры  $\hat{V}$ , изображенной на рис. 3а–в.



При использовании 256-ти приемоизлучающих преобразователей и полосе частот около 300 кГц, диаметр рабочей зоны, где качество восстановления достаточно высоко, составляет около 25 см. Это удовлетворяет потребностям многих практических задач, в том числе, задаче диагностики молочной железы. Высокое разрешение в рассматриваемом томографе [А 2 (глава 8), А 62], составляющее около одной трети длины волны, обеспечивается за счет большого эффективного количества преобразователей (упомянутые 256 штук) и за счет волнового алго-

ритма обработки второго шага, учитывающего неоднородный фон, где происходит многократное рассеяние полей.

Принципиальная необходимость восстановления крупномасштабной структуры фона и последующего учета этого неоднородного фона при восстановлении тонкой структуры была проиллюстрирована следующим образом. Восстановление тонкой структуры осуществлялось так, как будто фон однородный, с постоянными значениями скорости звука и коэффициента поглощения, равными средним значениям истинного неоднородного фона. Поскольку на самом деле контраст истинного неоднородного фона сильный, то текст в восстановленном изображении теперь не виден (рис. 3з).

В разделе 2.3 внимание сконцентрировано на прикладных аспектах, связанных с медицинской акустической томографией мягких биологических тканей для ранней диагностики новообразований [А 15, А 16, А 38]. Все этапы, а также конкретные алгоритмы и приемы, которые используются при практической реализации двухшагового метода в целях томографирования мягких биотканей, собраны воедино и подробно описаны в [А 2 (глава 8)]. Предлагаемые в [А 2 (глава 8)] алгоритмы предназначены для обработки данных, которые поступают с разработанного опытного образца ультразвукового томографа [А 38, А 62]. Используется двумерная круговая томографическая схема; преобразователи (работающие как в режиме излучения, так и в режиме приема) располагаются на окружности, внутри которой находится томографируемый объект. Каждый преобразователь представляет собой сектор пьезокерамического тонкостенного цилиндра с центральной рабочей частотой около 1.25 МГц при ширине рабочей полосы около 300 кГц. В качестве иммерсионной жидкости использовалась вода; интенсивности зондирующих импульсов невелики – до 0.1 Вт/см<sup>2</sup>. Поскольку исследуемый объект имеет линейные размеры 10 ÷ 20 см, то для восстановления значений скорости звука и коэффициента поглощения в нем нужно иметь экспериментальные данные от нескольких сотен приемоизлучающих преобразователей. В томографе реально установлены только 26 преобразователей, однако антенная решетка разрежена специальным образом, т.е. преобразователи расположены на окружности неравномерно, в предварительно рассчитанных угловых положениях. Кроме того, антенная решетка может вращаться, и за один полный оборот она занимает последовательно 256 дискретных угловых позиций с равномерным угловым шагом  $2\pi/256$ . Благодаря сочетанию разреженной кольцевой решетки и вращения, полный объем экспериментальных данных оказывается эквивалентным объему данных, который был бы получен с неподвижной кольцевой антенной решеткой, содержащей 256 приемоизлучающих преобразователей.

Ввиду аппаратных погрешностей и возможной зависимости характеристик иммерсионной жидкости от температуры окружающей среды, процессу собственно реконструкции изображений должны предшествовать вспомогательные процедуры, позволяющие компенсировать влияние упомянутых факторов на качество реконструкции. Так, сначала определяются параметры томографической установки, которые не связаны с присутствием исследуемого органа. К таким параметрам относятся, во-первых, скорость звука и коэффициент поглощения в иммерсионной жидкости при данной температуре в отсутствие пациента. Во-вторых, оцениваются геометрические поправки (характеризующие радиальные и угловые от-

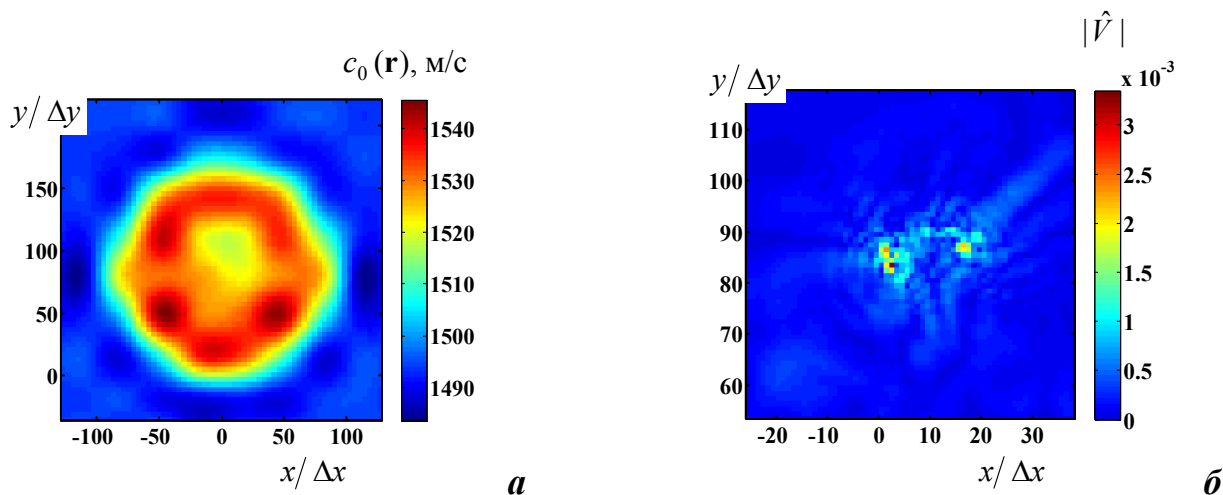
клонения положений преобразователей от их идеальных положений на окружности) и фазовые поправки (которые привносятся в сигналы, прежде всего, самими преобразователями в режиме излучения и приема). В-третьих, на основе разработанного алгоритма корреляционного типа предварительно определяется смещение положения геометрического центра антенной решетки от положения центра вращения антенны в целом; этот вид поправок связан с возможным смещением всей кольцевой антенной решетки, как целой, относительно ее идеального положения. Перечисленные поправки могут давать вклад в момент прихода сигнала на текущий приемник, сравнимый со временем прохождения звуком расстояния от нескольких десятых долей длины волны до одной-двух длин волн. Поскольку это значение близко к величине желаемого итогового разрешения, то поправки должны быть учтены в процессе восстановления на втором шаге.

Обозначенные методики были реализованы в вышеупомянутой томографической установке научным сотрудником кафедры акустики Д.И. Зотовым. В [А 2 (§ 8.3.2), А 15] представлены результаты восстановления на основе экспериментальных данных двумерных сечений (плоскостью томографирования) для различных объектов, имитирующих присутствие биоткани. На пространственном распределении скорости звука  $c_0(\mathbf{r})$ , оцененном на первом шаге, четко различимы оболочка из белка и отличающийся от нее по акустическим характеристикам желток сваренного и очищенного от скорлупы куриного яйца (рис. 4а). Численные значения  $c_0(\mathbf{r})$  близки к ожидаемым. В то же время, восстановление пространственного распределения амплитудного коэффициента поглощения оказалось более проблематичным, поскольку амплитуда сигнала, проходящего через объект, изменяется не только за счет поглощения, но и за счет эффектов рефракции. По этой причине, пространственное распределение  $\overline{\alpha_0(\mathbf{r})^{\Delta\omega}}$ , восстанавливаемое в результате первого шага, характеризует некоторое эффективное изменение амплитуды волны не только за счет поглощения, но и за счет рефракции.

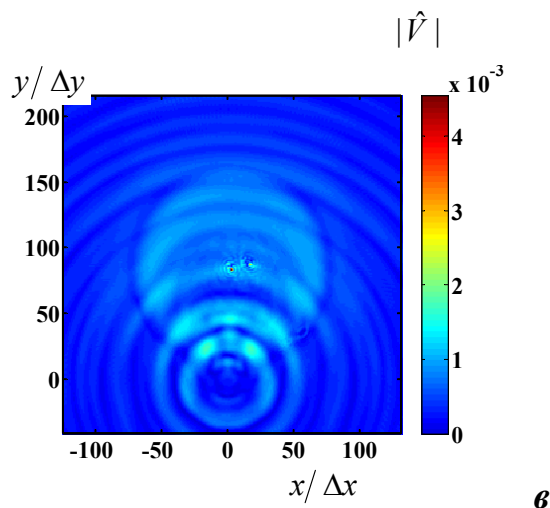
Входные данные второго шага формировались (с учетом уже оцененного неоднородного фона) из экспериментально известных полей-импульсов  $u(\mathbf{y}, t)$ , которые регистрировались квазиточечными приемниками, находящимися в области  $\mathcal{Y}$  вне рассеивателя ( $\mathbf{y} \in \mathcal{Y}$ ). Для обработки данных использовались, в качестве сопроцессоров, две видеокарты NVidia GeForce GTX 590 и GTX 560, имеющие в сумме примерно 1400 параллельно работающих ядер. Технология параллельного программирования CUDA на видеокартах позволила восстанавливать итоговое изображение форматом 1024×1024 отсчетов за несколько минут, в то время как полная процедура аналогичных расчетов на двухядерной ЭВМ с помощью программы на языке C++ с привнесением элементов программирования на языке Ассемблер занимала около 18 часов.

Принципиальная роль корректирующих поправок в обеспечении хорошего качества восстановления тонкой структуры на втором шаге иллюстрируется в [А 2 (раздел 8.4), А 39]. В эксперименте тонкая структура создавалась с помощью медной проволоки диаметром 0.3 мм, которой в двух местах прокалывалось яйцо [А 15]. На изображении, полученном на втором шаге (рис. 4б), видны оба места проколов яйца медной проволокой, причем размеры проколов близки к ожидаемому разрешению второго шага (около одного дискретного отсчета итоговой

мелкой сетки, равного 0.25 мм), что соответствует действительности. Амплитуды оценки  $|\hat{V}|$  в местах проколов разные, поскольку один прокол был заполнен водой, а в другом оставалась проволока. В то же время, результат восстановления в приближении однократного рассеяния в предположении однородного фона, т.е. без первого шага, неудовлетворителен (рис. 4в).



**Рис. 4.** Двумерные томограммы для рассеивателя в виде вареного куриного яйца, проткнутого в двух местах медной проволокой;  $\Delta x = \Delta y = 0.25$  мм: пространственное распределение скорости звука, восстановленное на первом шаге с низким разрешением (а); модуль функции, восстановленной на втором шаге и описывающей тонкую структуру рассеивателя (б); восстановление в приближении однократного рассеяния на однородном фоне (в).



**Третья глава** посвящена статистическим оценкам в обратных задачах рассеяния. Эти задачи являются, как и большинство обратных задач, некорректными, т.е. их решения могут быть весьма критичными к ошибкам в измерениях. Нелинейность обратных задач рассеяния относительно неизвестных характеристик рассеивателя усугубляет положение.

**Раздел 3.1** посвящен восстановлению искомым характеристик – в виде функции рассеивателя (1) – методом максимальной апостериорной вероятности [А 2 (§ 5.4.3), А 18, А 19]. Данными рассеяния являются поля  $u(\mathbf{y})$ , которые при каждом фиксированном падающем поле  $u_0$  измеряются приемниками, находящимися в области  $\mathcal{Y}$  ( $\mathbf{y} \in \mathcal{Y}$ ) и характеризующимися радиус-вектором  $\mathbf{y}$ . Данные

рассеяния, экспериментально полученные в реальных условиях, с неизбежностью содержат ошибки измерения, статистические свойства которых в той или иной степени известны. Относительно вида рассеивателя обычно также имеется та или иная априорная информация, которая может быть эффективно использована при рассмотрении обратной задачи рассеяния как статистической задачи оценивания.

Решение (рассматриваемое как в пространстве координат, так и в фурье-сопряженном к нему пространстве) строится путем минимизации функционала

$$F_{\text{func}} = F_{\text{ДААННЫЕ}} + F_{\text{УР.СВЯЗИ}} + F_{\text{АПР.ИНФОРМАЦИЯ}} .$$

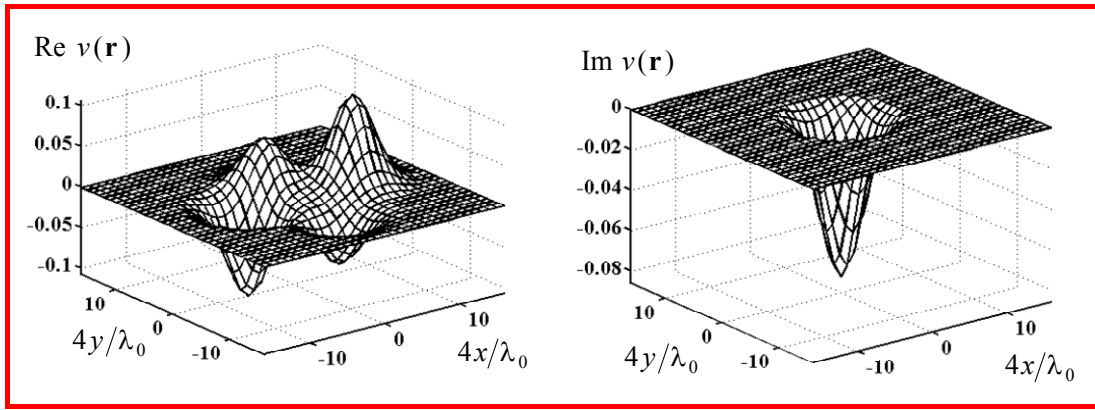
Первый член функционала  $F_{\text{ДААННЫЕ}}$  представляет собой квадратичную форму, которая строится на основе уравнений, отображающих разницу между экспериментальными данными  $u(\mathbf{y})$  и их оценками, следующими из уравнений типа уравнений Липпмана–Швингера (3) при  $\mathbf{z} = \mathbf{y}$ , где  $\mathbf{y} \in \mathcal{Y}$ . Этот член  $F_{\text{ДААННЫЕ}}$  содержит обратную корреляционную матрицу помехи.

Второй член  $F_{\text{УР.СВЯЗИ}}$  содержит ограничительные соотношения на неизвестные функции, вытекающие из уравнений типа уравнений Липпмана–Швингера (3) при  $\mathbf{z} = \mathbf{r}$ , где  $\mathbf{r} \in \mathcal{R}$ . Эти ограничительные соотношения отражают, по сути, уравнения связи между неизвестными функциями – функцией рассеивателя  $v(\mathbf{r})$  и внутренним полем  $u(\mathbf{r})$  или же вторичными источниками

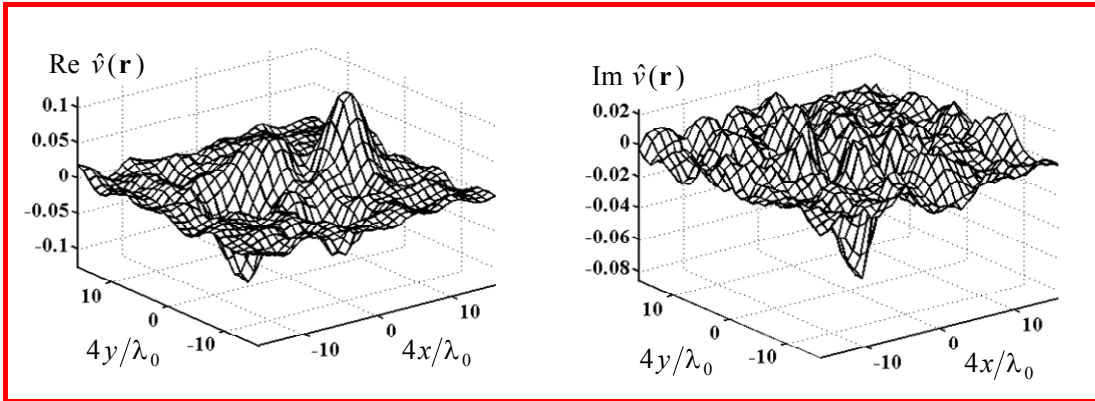
$$I(\mathbf{r}) = v(\mathbf{r})u(\mathbf{r}) . \quad (5)$$

В третьем квадратичном члене  $F_{\text{АПР.ИНФОРМАЦИЯ}}$  отражена априорная статистическая информация о корреляционных характеристиках рассеивателя, входящая с весовым функциональным множителем.

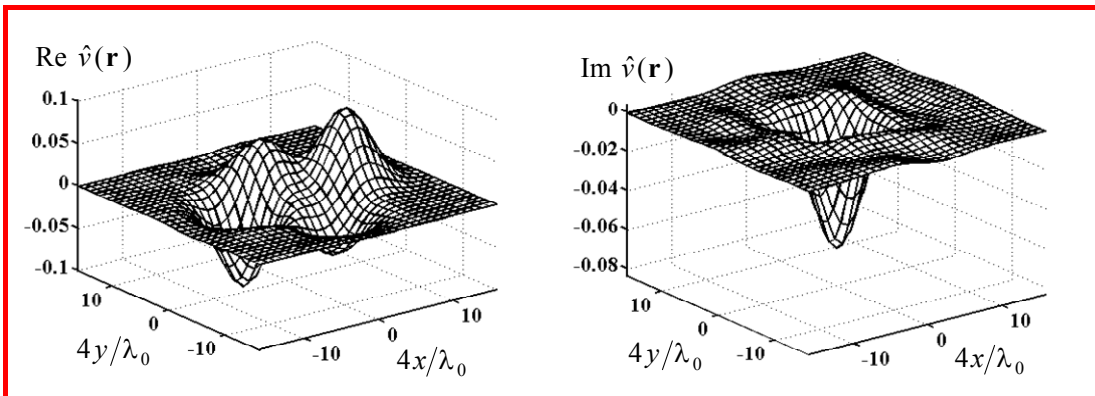
Процессы перерассеяния учитываются в максимально строгой математической постановке. Нелинейность решения относительно экспериментально известных данных и, возможно, одновременная нелинейность самих данных относительно искомым неизвестных функций делают задачу весьма трудной и предполагают итерационный поиск решения. Предложенный с этой целью алгоритм включает в себя полученное нелинейное обобщение процедуры винеровской фильтрации. Итоговые регуляризованные оценки  $\hat{v}(\mathbf{r})$  воспроизводят пространственное распределение по области томографирования функции рассеивателя  $v(\mathbf{r})$ , – см. рис. 5, где  $\lambda_0$  – длина волны в фоновой среде. Согласно (1), из действительной части этой функции извлекается информация о неоднородностях скорости звука (и, при необходимости, о плотности среды в случае использования данных рассеяния на разных частотах); из мнимой части – информация о коэффициенте поглощения. Платой за оптимальность подхода является усложнение результирующей системы нелинейных уравнений и большой (однако приемлемый) объем вычислений.



*a*



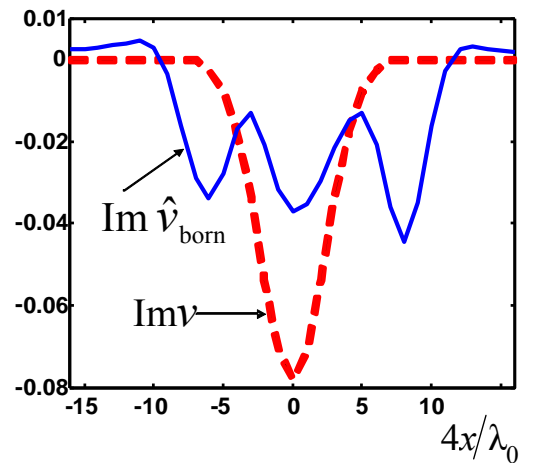
*б*



*в*

**Рис. 5.** Рефракционно-поглощающий рассеиватель, создающий многократное рассеяние; контраст скорости  $\Delta c/c_0 \equiv (c - c_0)/c_0$  меняется от  $-0.077$  до  $0.1$ ; амплитудное поглощение в рассеивателе – в  $1.78$  раз:

- (*a*) – общий вид действительной и мнимой частей истинного рассеивателя  $v$ ;
- (*б*, *в*) – рассеиватель  $\hat{v}$ , восстановленный по зашумленным данным при входном амплитудном отношении “помеха/сигнал”  $\approx 1.1$  в случае “слабой” (*б*) и согласованной (*в*) регуляризующей фильтрации;
- (*г*) – центральные сечения мнимой части истинного рассеивателя (красный пунктир) и рассеивателя, восстановленного в приближении однократного рассеяния по незашумленным данным (синяя сплошная линия).



*г*

В разделе 3.2 обсуждается проблема взаимосвязи неустойчивости и неединственности решения обратной акустической задачи рассеяния для рассеивателей произвольной силы, а также обсуждается роль избыточности конечного объема дискретизованных экспериментальных данных. Нетривиальность вопроса и важность учета этих факторов при решении прикладных задач обусловлены нелинейностью задачи относительно неизвестных характеристик рассеивателя.

Пусть  $A$  – количество падающих полей, которыми последовательно зондируется исследуемый рассеиватель;  $B$  – количество приемников при каждом падающем поле. Тем самым, общее конечное число дискретизованных данных рассеяния составляет  $AB$ . Показано [А 2 (глава 6), А 10, А 11], что необходимым условием для обеспечения единственности решения обратной задачи рассеяния на основе таких данных является  $AB > N$ , где  $N$  – количество независимых степеней свободы, характеризующих вторичные источники (5). В то же время, для обеспечения устойчивости решения угловое расстояние между соседними приемноизлучающими элементами антенной решетки должно быть не менее угла рэлеевского разрешения. Тогда для пространственно-распределенных рассеивателей обеспечение устойчивости решения монохроматической обратной задачи рассеяния в двумерном пространстве возможно, если вторичные источники (5) не имеют характерных деталей мельче, чем  $\lambda_0/4$ . В трехмерном пространстве такие детали могут быть несколько мельче благодаря размерностной избыточности полных данных рассеяния даже в монохроматической задаче. В противном случае необходим переход к импульсному или многочастотному режиму зондирования, который является источником получения дополнительных независимых данных рассеяния.

**Четвертая глава** включает в себя несколько разделов, касающихся особенностей и, одновременно, дополнительных возможностей, которые возникают при решении обратной задачи рассеяния в условиях реального томографического эксперимента. Подобные вопросы относятся к перспективам развития методов томографирования в практических условиях. **Раздел 4.1** носит обзорный характер; в нем достаточно подробно описывается современное состояние дел в области разработки конкретных томографических устройств – ультразвуковых медицинских томографов, нацеленных на диагностику патологий молочной железы с высокой разрешающей способностью и, одновременно, с предоставлением количественных значений для искомым характеристик. Создание таких устройств, способных предоставить диагностическую информацию принципиально более высокого уровня, чем широко используемые в настоящее время УЗИ-системы, сталкивается с рядом проблем как при технической реализации устройства, так и при разработке точных и, в то же время, достаточно быстродействующих алгоритмов обработки томографических данных [74–76]. В **разделе 4.2** предлагается оригинальный и простой для практического внедрения метод улучшения разрешающей способности томограмм в направлении, перпендикулярном плоскости томографирования при послоевом озвучивании исследуемого объекта. Дело в том, что реализация схемы полного трехмерного томографирования, обеспечивающей высокую разрешающую способность изображения по всем трем измерениям, требует существенного усложнения как самого томографического устройства, так и алгоритмической стороны. В связи с этим предлагается компромиссный вариант усовершен-



ствования двумерного томографа, не требующий принципиального усложнения приемоизлучающей антенной решетки и алгоритма обработки, но повышающий в несколько раз (по сравнению с чисто двумерным вариантом томографирования) разрешение по третьей координате. Это достигается за счет наклона излучающих и приемных преобразователей на различные углы в заданном диапазоне [А 2 (раздел 7.2), А 3]. Диапазон углов наклона определяется возможностями используемой антенны и особенностями томографируемого объекта (например, органа).

С другой стороны, практическая реализация томографических схем сталкивается с проблемой неполноты доступных данных рассеяния, т.е. данные рассеяния в полном объеме не всегда доступны по техническим либо другим причинам (рассматриваемые в разделе 4.2 схемы с наклонными преобразователями являются примером таких систем). Как следствие, аппаратная функция алгоритма восстановления – т.е. реакция алгоритма на  $\delta$ -образный рассеиватель – может приобрести мнимую часть. Данное обстоятельство не позволяет применить известные приемы получения *раздельных* томограмм с адекватными *количественными* значениями для скоростной ( $c$ ), плотностной ( $\rho$ ) и поглощающей ( $\alpha$ ) компонент рассеивателя. Тем самым, требуется разработка алгоритмов [А 2 (раздел 7.3), А 3, А 7], в которых “геометрическая” неполнота данных восполняется привлечением многочастотного режима зондирования (**раздел 4.3**). Ситуация усугубляется еще тем, что для восстановления томограмм в виде раздельных пространственных распределений акустических характеристик объекта нужно дополнительно знать показатель степени  $\zeta(\mathbf{r})$  частотной зависимости коэффициента поглощения:

$$\alpha(\mathbf{r}, \omega) = \left( \frac{\omega}{\omega_2} \right)^{\zeta(\mathbf{r})} \alpha(\mathbf{r}, \omega_2), \quad \omega > 0; \quad (6)$$

в качестве  $\omega_2 > 0$  выбирается средняя частота в рабочем частотном диапазоне  $\omega \in [\omega_1, \omega_3]$ . Значение  $\zeta(\mathbf{r})$ , как правило, не только неизвестно априори, но еще и варьируется в разных участках неоднородного по структуре объекта (органа). Эти вопросы и соответствующие алгоритмические схемы, апробируемые численным моделированием, рассматриваются в **разделе 4.3**. В итоге показано, что выделить отдельные вклады от  $c$ -,  $\rho$ -,  $\alpha$ -компонент из томограмм, первоначально полученных в результате обработки исходных данных, возможно решением системы уравнений для каждой фиксированной точки  $\mathbf{r}$ .

Если показатель степени частотной зависимости  $\zeta(\mathbf{r}) \neq 1$  известен, то для обеспечения единственности решения такой системы необходимы исходные данные, как минимум, для трех различных частотных спектров (или трех частот) зондирующих полей. Линейная зависимость коэффициента поглощения от частоты ( $\zeta = 1$ ) возможна в некоторых биологических тканях [77 (§ 4.5)]. Тогда коэффициенты при скоростной и поглощающей компонентах в (1) не отличаются по частотной зависимости, и при неполных данных наличие мнимой части у аппаратной функции приводит к неразделимому “перемешиванию” оценок этих  $c$ - и  $\alpha$ -компонент.

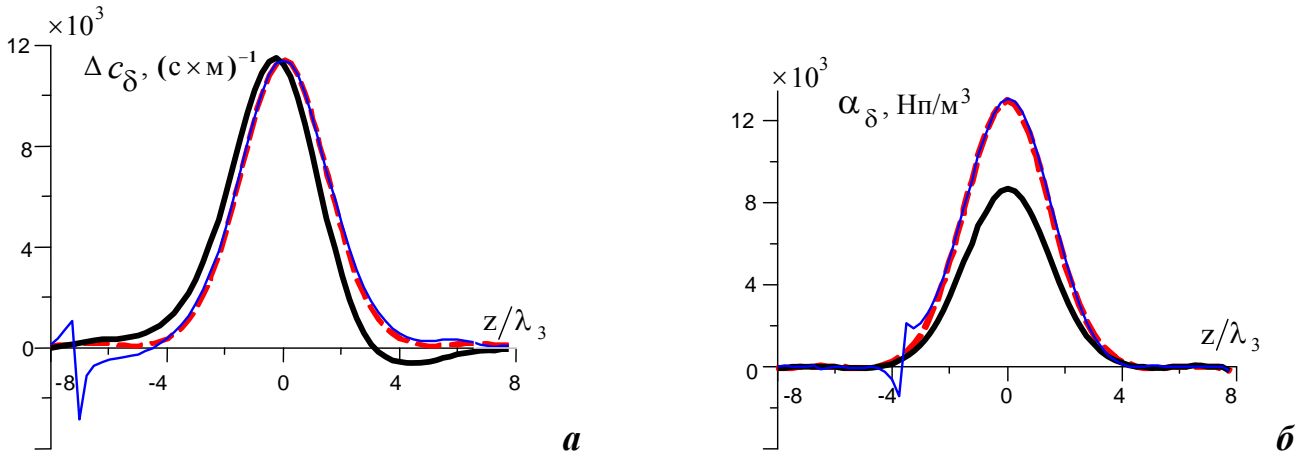
Если показатель  $\zeta(\mathbf{r})$  неизвестен, то в каждой точке  $\mathbf{r}$  оказывается возможным итерационное выделение истинных оценок для  $c$ -,  $\rho$ -,  $\alpha$ -компонент из пер-

воначальных томограмм с параллельным определением неизвестной зависимости  $\zeta(\mathbf{r})$ , служащей дополнительным диагностическим параметром при медицинских исследованиях. При этом предполагается, что если у аппаратных функций присутствует мнимая часть, то  $\zeta(\mathbf{r}) \neq \pm 1$ . Тогда необходимо иметь исходные данные, как минимум, на четырех частотах. Итерационный процесс, работоспособность которого подтверждена численным моделированием, основывается на различных вариантах соотношений, полученных в диссертации; при этом используется факт независимости искоемых истинных величин от набора частот.

В модели на рис. 6 в качестве  $\Delta c(\mathbf{r}) \equiv c(\mathbf{r}) - c_0$ ,  $\mathcal{P}(\mathbf{r}) \equiv \sqrt{\rho(\mathbf{r})} \nabla^2 \left( \frac{1}{\sqrt{\rho(\mathbf{r})}} \right)$ ,

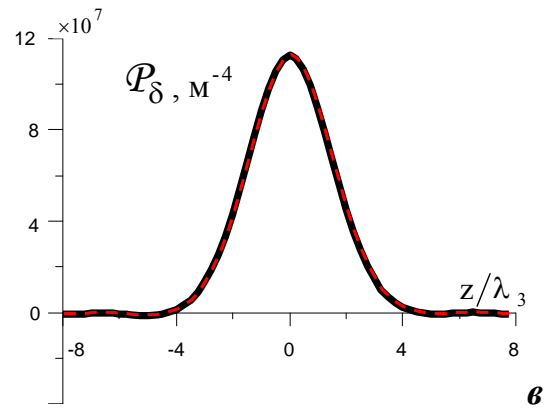
$\alpha(\mathbf{r}, \omega_2)$  использовались пробные функции  $\Delta c_\delta(\mathbf{r})$ ,  $\mathcal{P}_\delta(\mathbf{r})$ ,  $\alpha_\delta(\mathbf{r})$  “игольчатого” характера, т.е. “точечные” в плоскости  $(x, y)$  и протяженные вдоль  $z$ -направления. Такая идеализированная модель позволяет исследовать качество восстановления структуры рассеивающих компонент, протяженных в  $z$ -направлении, при исключении влияния их структуры в плоскости  $(x, y)$ . Амплитудно-нормировочные множители полагались равными типичным отклонениям от фоновых значений физических величин в мягких биотканях:  $\Delta c = (5 \div 10) \text{ м/с}$ ,  $\alpha = 11.5 \text{ Нп/м} \approx 1 \text{ дБ/см}$ . Эффективный параметр  $\mathcal{P}_0 = 10^5 \text{ м}^{-2}$  оценивался на основе ожидаемого максимального значения относительных флуктуаций плотности [А 2 (§7.3.1), А 3]: в мягких биотканях плотностной контраст тканей с патологией на фоне здоровой ткани может достигать  $(20 \div 30)\%$  [78]. На рис. 6 представлен результат отдельной реконструкции величин  $\Delta c_\delta(\mathbf{r})$ ,  $\alpha_\delta(\mathbf{r})$ ,  $\mathcal{P}_\delta(\mathbf{r})$  вдоль  $z$ -сечения. В силу “игольчатого” характера пробных функций, их размерность относится к размерности соответствующих функций  $\Delta c$ ,  $\alpha$ ,  $\mathcal{P}$  как  $\text{м}^{-2}$ . Модельные данные рассеяния формировались на частотах 400 кГц, 600 кГц, 800 кГц, 1000 кГц. Поскольку для мягких биотканей  $\zeta$  лежит в диапазоне  $1 \div 2$  [77 (§ 4.5)], то при восстановлении сначала показатель степени полагался равным  $\zeta_0 = 2$  вместо истинного, но неизвестного, значения  $\zeta = 1.75$ . Результат восстановления при  $\zeta_0 = 2$  (толстые сплошные линии на рис. 6; длина волны  $\lambda_3$  соответствует высшей частоте) служил начальным приближением для итераций.

Итог итераций совпадает в отсутствие помех с оценками, получаемыми при известном  $\zeta$  (пунктирные линии на рис. 6), и показатель степени восстанавливается также идеально. При этом абсолютная погрешность в оценке  $\rho$ -компоненты значительно меньше, чем в  $c$ - и  $\alpha$ -компонентах: для  $\rho$ -компоненты линии практически совпадают (рис. 6в). Это обстоятельство подтверждается в диссертационной работе теоретически. Случайные помехи несколько искажают итог итераций (тонкие сплошные линии на рис. 6), опять же в наименьшей степени влияя на  $\rho$ -компоненту; помехоустойчивость решения будет расти по мере увеличения количества используемых частот [А 14].



**Рис. 6.** Скоростная (а), поглощающая (б) и плотностная (в) компоненты рассеивателя, восстановленные по неполным данным рассеяния с шумом:

- истинная степень  $\zeta = 1.75$  частотной зависимости коэффициента поглощения известна (красный пунктир);
- изначально при восстановлении предполагается степень  $\zeta_0 = 2$  вместо истинной  $\zeta = 1.75$ , после чего восстановленные компоненты (черная толстая линия) являются исходными данными для итераций; уровень случайных шумовых помех приводит к ошибке в этих данных не более 1%;
- результат итераций в четырехчастотном режиме при неизвестном  $\zeta$  (синяя тонкая линия).



В разделе 4.4 обсуждается дополнительная возможность ультразвукового медицинского томографа – получение карты вектора скорости кровотока исследуемого органа за счет корреляционной обработки принимаемых полей, без привлечения доплеровского эффекта. Использование некогерентных пространственно-корреляционных методов в многоракурсных томографических системах позволяет расширить возможности восстановления картины кровоснабжения благодаря тому, что такие системы допускают накопление данных от движущейся крови (содержащей или не содержащей акустически контрастный агент) при разных положениях приемопередатчиков преобразователей, т.е. некогерентное пространственное накопление. В этой связи в разделе 4.4 исследуются возможности некогерентных режимов работы томографа, и под корреляционным режимом томографирования подразумевается следующий предлагаемый метод.

В томографе [А 62] (см. раздел 2.3 диссертации) каждый текущий излучатель с радиус-вектором  $\mathbf{r}_s$  последовательно посылает три (или более) одинаковых зондирующих импульса  $u_0^{(q)}$  ( $q = 1, 2, 3$ ), которые объединяются в пару I ( $q = 1, 2$ ) и пару II ( $q = 2, 3$ ). Интервал времени  $T_{\text{rep}}$  между первым и вторым импульсами каждой пары одинаков для обеих пар. Соответствующие разностные данные

$$\Delta u_{sc}^I(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, t) \equiv u_{sc}^{(2)}(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, t) - u_{sc}^{(1)}(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, t);$$

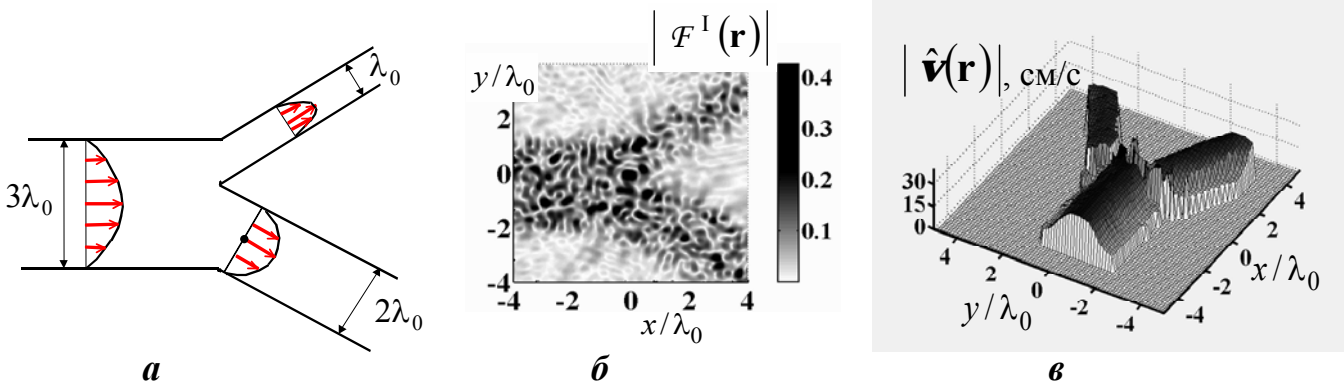
$$\Delta u_{sc}^{II}(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, t) \equiv u_{sc}^{(3)}(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, t) - u_{sc}^{(2)}(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, t)$$

выполняют роль селекции движущихся рассеивателей и формируются из рассеянных сигналов  $u_{sc}^{(q)} \equiv u^{(q)} - u_0^{(q)}$  ( $u^{(q)}$  – полное поле), приходящих на приемник с радиус-вектором  $\mathbf{r}_R$ . Промежуточные изображения  $Z^I$  и  $Z^{II}$  для фиксированной серии посылок I и II строятся при каждом фиксированном излучателе  $\mathbf{r}_S$

по аддитивной схеме 
$$Z(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}) = \sum_R J(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, \mathbf{r}) \quad \text{или}$$

по мультипликативной схеме 
$$Z(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}) = \sum_R \sum_{R', R' \neq R} J(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, \mathbf{r}) J^*(\mathbf{r}_{R'}, \mathbf{r}_S, \mathbf{r}),$$

где  $J(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, \mathbf{r}) \equiv \Delta u_{sc}(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, t_{RS}(\mathbf{r})) A(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, \mathbf{r})$ ;  $A(\mathbf{r}_R, \mathbf{r}_S, \mathbf{r})$  – весовые множители;  $t_{RS}(\mathbf{r})$  – фазирующий момент времени. При обеих схемах построения предполагается, что в течение общего времени съема данных при переборе всех излучателей картина искомого пространственного распределения вектора скорости  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  остается приблизительно неизменной. Такое условие может быть обеспечено не только при выполнении всех измерений в течение короткого времени между двумя последовательными сокращениями сердца, но и когда посылки от различных излучателей осуществляются после разных сокращений, но при одной и той же задержке по отношению к опорной фазе очередного сокращения.

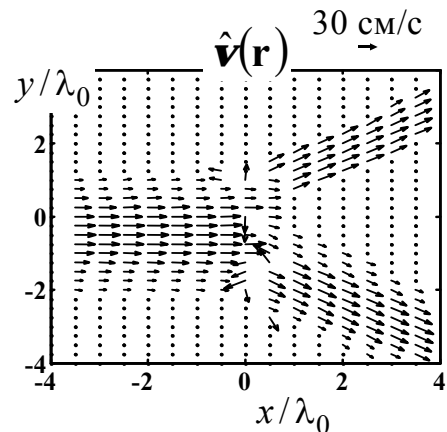


**Рис. 7.** Модельное восстановление аддитивно-корреляционным методом вектора скорости, неравномерно распределенного в поперечных сечениях разветвленного сосуда:

- модель кровеносного сосуда (а);
- модуль результата аддитивного накопления сфазированных разностных сигналов

$$F^I(\mathbf{r}) \equiv \sum_S Z^I(\mathbf{r}_S, \mathbf{r});$$

- оценка модуля вектора скорости кровотока (в) и восстановленное векторное поле скорости (г).



2

Поскольку в построении изображений участвуют непосредственно сами сигналы, а не их модули, то эти изображения обладают спекл-структурами (т.е. “зернистостью изображения” типа рис. 7б), перемещающимися вдоль кровеносных сосудов при движении по ним крови. Такое перемещение определяется пространственно-корреляционным сравнением небольших фрагментов изображений  $Z^I(\mathbf{r}_S, \mathbf{r})$  и  $Z^{II}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r})$  при одном и том же излучателе  $\mathbf{r}_S$ , т.е. определяется взаимное смещение  $\Delta \mathbf{r}_{\max}$  двух фрагментов с центром в текущей точке  $\mathbf{r}$  за время  $T_{\text{rep}}$  между посылками. Усреднение результатов корреляционного сравнения происходит по множеству сигналов от всех излучателей, и это заменяет собой временное усреднение. В итоге вектор  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  оценивается как  $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) = \Delta \mathbf{r}_{\max} / T_{\text{rep}}$  (рис. 7в, з).

Такой режим имеет преимущества когерентного и некогерентного режимов. Как и в когерентных системах, удастся осуществить временную селекцию сигнала, отраженного от интересующего элемента объема. С другой стороны, как и в некогерентных системах, усреднение по большой серии посылок с различных направлений, дающих сотни независимых измерений, позволяет повысить выходное отношение сигнал/помеха на этапе получения картины кровеносных сосудов. Удобство предлагаемого метода заключается в том, что использование круговой (или близкой к ней) схемы получения первичной информации позволяет построить векторную картину кровотока в тесной связи с процессом построения (на основе тех же измерений) изображения всего органа в целом, в виде томограмм скорости звука и коэффициента поглощения. Применение предлагаемой схемы предполагается, в первую очередь, в вышеупомянутом томографе [А 62]. Ориентация делается на использование относительно низких частот – около  $1 \div 2$  МГц, за счет чего увеличивается доступная глубина проникновения ультразвука в исследуемую мягкую биоткань, и становится возможным исследование кровоснабжения не только вблизи поверхности, но и в глубине органа.

**Пятая глава** носит обзорный характер. Написанная по материалам библиографических источников, в том числе [65, 66, 69, 79, 80], она открывает вторую крупную часть диссертационной работы, посвященную функциональным методам решения обратной задачи рассеяния. Эти строгие методы обеспечивают высокую точность решения, позволяя полностью учитывать процессы многократного рассеяния, и очень удобны для обработки томографических данных, полученных в реальных условиях. Однако рассматриваемые функциональные методы отличаются изначально их квантово-механической направленностью и сугубо математическим характером ряда работ. Это затрудняет восприятие перспективных результатов акустикой-прикладниками и, тем самым, предполагает соответствующую адаптацию материала, выполненную в диссертации. Кроме того, численное моделирование функциональных алгоритмов, рассматриваемых в диссертации, впервые выполнено именно в связи с прикладными акустическими задачами.

**Шестая глава** посвящена точному функциональному решению *двумерной* обратной задачи рассеяния в монохроматическом случае, исходя из соотношений (1)–(3). **Раздел 6.1** содержит описание математического аппарата, необходимого для последующего восприятия алгоритмической стороны функциональных методов, рассматриваемых в диссертационной работе. Аппарат основан на идее акаде-

мика РАН Л.Д. Фаддеева – вводить мнимые добавки к исходным действительным волновым векторам  $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^D$ , где  $D$  – размерность пространства. Тем самым, волновой вектор  $\mathbf{k}$  падающей на объект плоской волны  $u_0(\mathbf{z}, \mathbf{k}) = \exp(i \mathbf{k} \cdot \mathbf{z})$  становится формально комплексным [65, 66, 81, 82]:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_R + i \mathbf{k}_I, \text{ где } \mathbf{k} \in \mathbb{C}^D,$$

$\mathbf{k}_R$  и  $\mathbf{k}_I$  – действительная и мнимая части вектора  $\mathbf{k}$ . Важно, что добавленная мнимая часть волнового вектора не обязательно сонаправлена его действительной части (как это имеет место при описании поглощения в среде): в общем случае, имеет место произвольная взаимная ориентация векторов  $\mathbf{k}_R$  и  $\mathbf{k}_I$ .

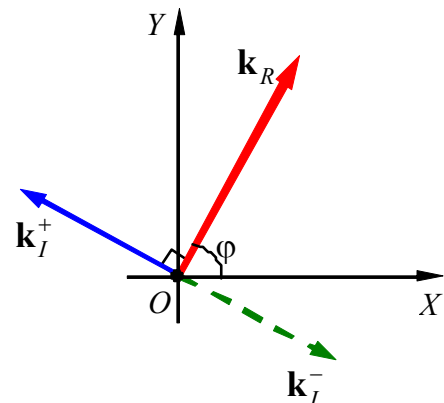
В дальнейшем при решении обратной задачи используется *ортогональная* взаимная ориентация векторов  $\mathbf{k}_R$  и  $\mathbf{k}_I$ . Это обстоятельство позволяет сохранить условие монохроматичности данных рассеяния, полученных в реальных условиях томографирования, когда волновые векторы в фоновой непоглощающей среде являются чисто действительными: по-прежнему

$$\mathbf{k}^2 = k_0^2, \text{ но теперь для комплексных векторов } \mathbf{k} \in \mathbb{C}^D. \quad (7)$$

В двумерном случае существуют лишь две ортогональные ориентации ненулевой мнимой части волнового вектора относительно его фиксированной действительной части: левосторонняя ортогональная ориентация соответствует вектору  $\mathbf{k}_I = \mathbf{k}_I^+$ , правосторонняя – вектору  $\mathbf{k}_I = \mathbf{k}_I^-$  (рис. 8). При этом вместо классических волновых полей, удовлетворяющих уравнению (2), решение обратной задачи выполняется в терминах так называемых обобщенных волновых полей  $\Psi(\mathbf{z}, \mathbf{k})$ , удовлетворяющих (вне источников падающего поля) уравнению

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{z}, \mathbf{k}) + \mathbf{k}^2 \Psi(\mathbf{z}, \mathbf{k}) = v(\mathbf{z}) \Psi(\mathbf{z}, \mathbf{k}), \quad \mathbf{k} \in \mathbb{C}^D.$$

**Рис. 8.** Левосторонняя и правосторонняя ортогональные ориентации вектора мнимой части относительно вектора действительной части в двумерном случае.

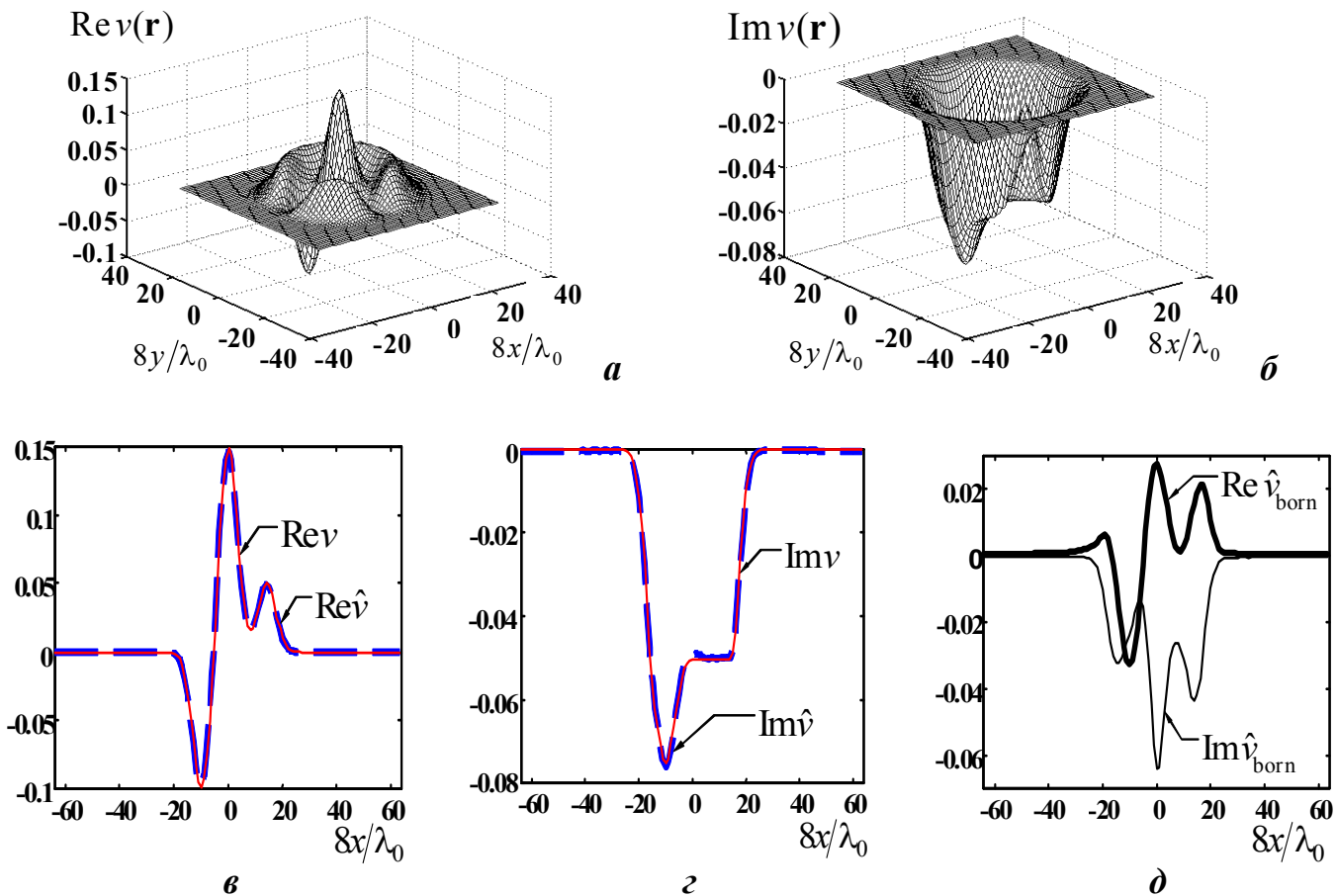


**Раздел 6.2** содержит описание физического смысла уравнений, на которых основаны функциональные алгоритмы решения двумерной монохроматической обратной задачи рассеяния. Томографическими данными является амплитуда рассеяния  $f(\mathbf{k}, \mathbf{l}) \equiv f(\varphi, \varphi')$ , пропорциональная рассеянному полю в дальней зоне в

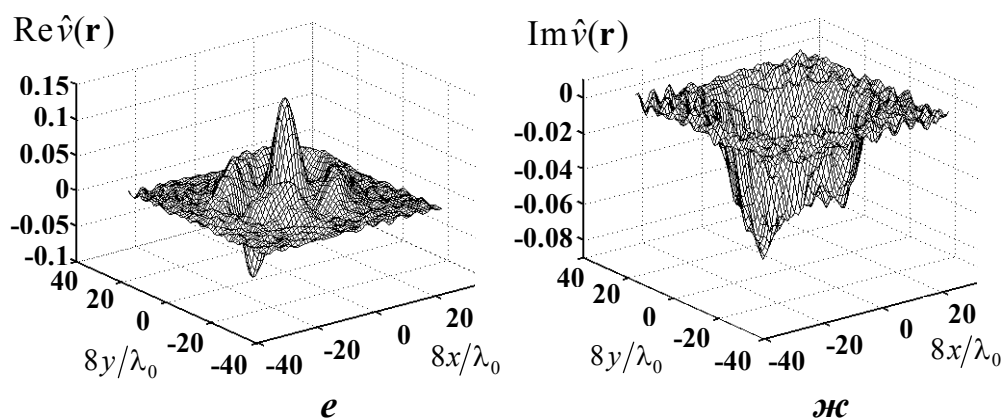
направлении вектора  $\mathbf{l} = \{k_0, \varphi'\}$ , когда рассеиватель облучается плоской волной с волновым вектором  $\mathbf{k} = \{k_0, \varphi\}$ ;  $\mathbf{k}, \mathbf{l} \in \mathbb{R}^2$ ; углы  $\varphi$  и  $\varphi'$  соответствуют полярной системе координат. Процесс решения строится на нахождении из  $f(\varphi, \varphi')$  обобщенных полей, которые соответствуют, с математической точки зрения, присутствию бесконечно малых мнимых добавок  $\mathbf{k}_I = \mathbf{k}_I^\pm \rightarrow 0$  к волновым векторам, которые, тем не менее, остаются ортогонально ориентированными к  $\mathbf{k}_R$ . В упомянутом разделе 6.2 обсуждается роль уравнений Сохоцкого для обеспечения единственности решения. Кроме того, для удобства последующего численного моделирования предлагается переход из пространства углов  $\varphi$  и  $\varphi'$  в фурье-сопряженное пространство.

Описание функциональной методики в двумерном случае завершается в **разделе 6.3**, где излагается алгоритм Новикова–Гриневича–Манакова (НГМ-алгоритм) [82, 83], предназначенный для восстановления рассеивателей по монохроматическим данным. Отличительная черта этого алгоритма заключается в следующем: хотя алгоритм предполагает решение последовательности систем уравнений, но каждая из систем является *линейной* относительно неизвестных. В итоге, искомая функция рассеивателя  $v(\mathbf{r})$  – см. (1) – также оказывается линейно связанной с обобщенным полем. Тем самым, для решения не требуются итерации, хотя процессы многократного рассеяния волн учитываются в полной мере благодаря тому, что томографические данные входят в используемые соотношения нелинейным образом. Еще одним практическим преимуществом является то, что  $v(\mathbf{r})$  находится в каждой точке  $\mathbf{r}$  независимо от значений в других точках.

Результаты впервые выполненного численного моделирования данного алгоритма, применительно к обратной задаче восстановления акустических рассеивателей [А 21], обсуждаются в **разделе 6.4**. Показано, что НГМ-алгоритм способен восстанавливать не только непоглощающие рассеиватели, которые описываются действительной функцией  $v(\mathbf{r})$ , но и рефракционно-поглощающие рассеиватели, которые описываются комплексной функцией  $v(\mathbf{r})$  и соответствуют одновременному присутствию внутри рассеивателя неоднородностей скорости звука и коэффициента поглощения (рис. 9а–д). Это обстоятельство имеет большое практическое значение, поскольку существенно расширяет класс прикладных задач, в которых может использоваться обсуждаемый метод решения. Кроме того, показано, что решение обладает хорошей помехоустойчивостью как к случайным ошибкам в данных рассеяния (§ 6.4.1; рис. 9е, ж), так и к дополнительному виду помех – в виде рассеяния назад обобщенных полей (§ 6.4.2), которое создается за счет присутствия в пространственном спектре вторичных источников (5) компонент, выше чем  $2k_0$ . Еще один важный практический результат проиллюстрирован в § 6.4.3: алгоритм способен восстанавливать тонкую структуру рассеивателя, расположенную на изначально неизвестном неоднородном фоне, с разрешающей способностью около одной трети характерной длины волны (рис. 10). В отличие от двухшагового алгоритма (глава 2), НГМ-алгоритм (и другие рассматриваемые ниже функциональные алгоритмы) восстанавливает структуру рассеивателя без разделения пространственных деталей по их характерным волновым размерам. Это повышает точность восстановления и удобно для практического использования.



**Рис. 9.** Несимметричный рефракционно-поглощающий рассеиватель; контраст скорости звука  $\Delta c/c_0$  изменяется в диапазоне от  $-0.073$  до  $0.15$ ; максимальный дополнительный

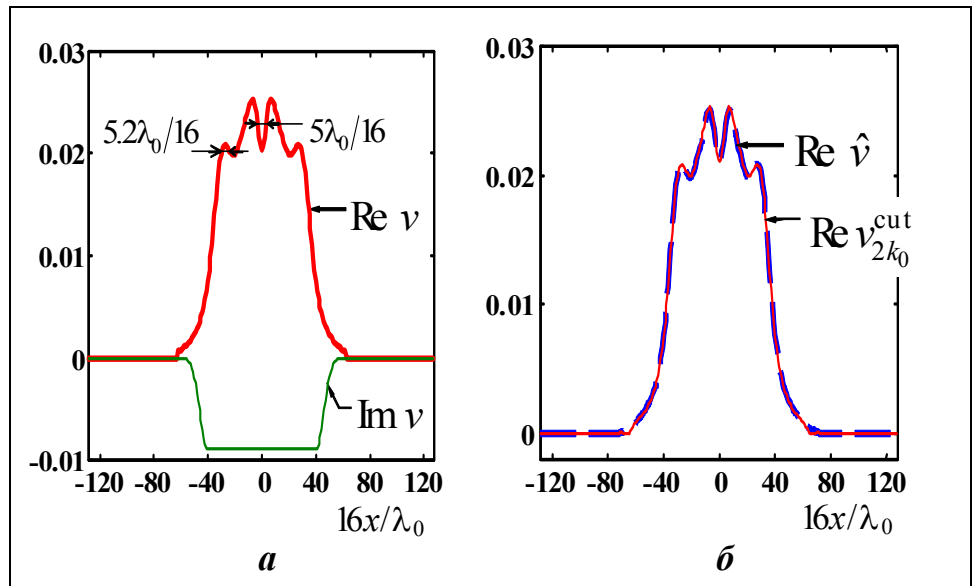


набег фазы волны при прохождении через рассеиватель составляет  $\Delta\psi \approx 0.35\pi$ ; максимальное амплитудное поглощение в рассеивателе – в 3.7 раза; норма данных рассеяния  $\|f\| \approx 11/(3\pi)$ ;  $\lambda_0$  – длина волны в фоновой среде:

- общий вид действительной (а) и мнимой (б) частей истинного рассеивателя;
- сечения  $y = 0$  действительной (в) и мнимой (г) частей истинного рассеивателя  $v$  (красная тонкая линия) и рассеивателя  $\hat{v}$ , восстановленного с учетом многократных рассеяний волн при отсутствии шумовых помех (синий толстый пунктир);
- центральное сечение  $y = 0$  рассеивателя, восстановленного в приближении однократного рассеяния без шумовых помех (д): результат неудовлетворительный из-за выраженных эффектов многократного рассеяния;
- общий вид действительной (е) и мнимой (ж) частей рассеивателя, восстановленного по зашумленным данным с амплитудным отношением сигнал/помеха  $\approx 0.076$ .

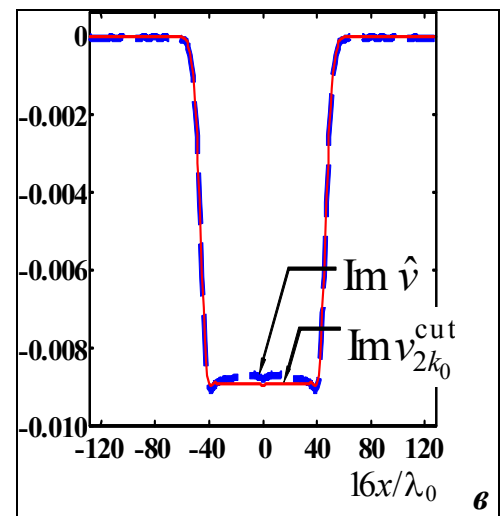


**Рис. 10.** Крупномасштабный рефракционно-поглощающий рассеиватель (контраст скорости звука  $\Delta c^{(1)}/c_0 = 0.1$ ; амплитудное поглощение в рассеивателе – в 3 раза) с тонкой структурой в виде центральной “впадины” (контраст  $\Delta c^{(2)}/c_0 = -0.02$ )



и внешней кольцевой “стенки” (контраст  $\Delta c^{(3)}/c_0 = 0.03$ ); норма данных  $\|f\| \approx 16/(3\pi)$ :

- центральное сечение действительной и мнимой частей истинного рассеивателя (a);
- центральное сечение действительной (b) и мнимой (в) частей рассеивателя: форма истинного рассеивателя после ограничения полосы частот его пространственного спектра кругом радиуса  $2k_0$  ( $v_{2k_0}^{cut}$  – красная тонкая линия); рассеиватель, восстановленный при отсутствии шумовых помех с учетом многократных рассеяний ( $\hat{v}$  – синий толстый пунктир).



**Седьмая глава** посвящена восстановлению НГМ-алгоритмом двумерных акустических рассеивателей с абсолютно мягкой или жесткой границей [А 24, А 25]. Так, в **разделе 7.1** рассмотрены граничные рассеиватели с достаточно большими волновыми размерами. Привлечение НГМ-алгоритма имело целью не исследование нового метода восстановления граничных рассеивателей, а определение предела области работоспособности алгоритма в принципе. Установить такой предел с помощью обычных рефракционно-поглощающих рассеивателей не получилось из-за проблемы численного моделирования томографических данных рассеяния для сильных рассеивателей. В то же время, для граничных рассеивателей с круговой формой их сечения существует аналитическое решение прямой задачи, позволившее рассчитать входные данные. Постепенное увеличение силы рассеивателей достигалось увеличением радиуса их кругового сечения. При этом наблюдался эффект снижения устойчивости процедуры восстановления НГМ-алгоритмом вплоть до уровня, неприемлемого с практической точки зрения, для очень сильных рассеивателей. В итоге, численное моделирование показало, что область работоспособности НГМ-алгоритма оказывается гораздо более широкой (см. значение  $\|f\|$  в подписях к рис. 9, рис. 10), чем это предполагалось изначально-

но, исходя из достаточного, однако не необходимого, условия на норму данных рассеяния, полученного авторами алгоритма:

$$\|f(\varphi, \varphi')\| < \frac{1}{3\pi}, \text{ где } \|f(\varphi, \varphi')\| \equiv \sqrt{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' |f(\varphi, \varphi')|^2}.$$

Тем не менее, область работоспособности не безгранична при монохроматическом режиме томографирования.

Самостоятельный интерес представляют результаты восстановления НГМ-алгоритмом граничных рассеивателей с малыми волновыми размерами. В связи с этим, в **разделе 7.2** сопоставляются особенности рассеяния на мягком и жестком рассеивателях, а также сравниваются их рассеивающая способность и степень выраженности эффектов многократного рассеяния.

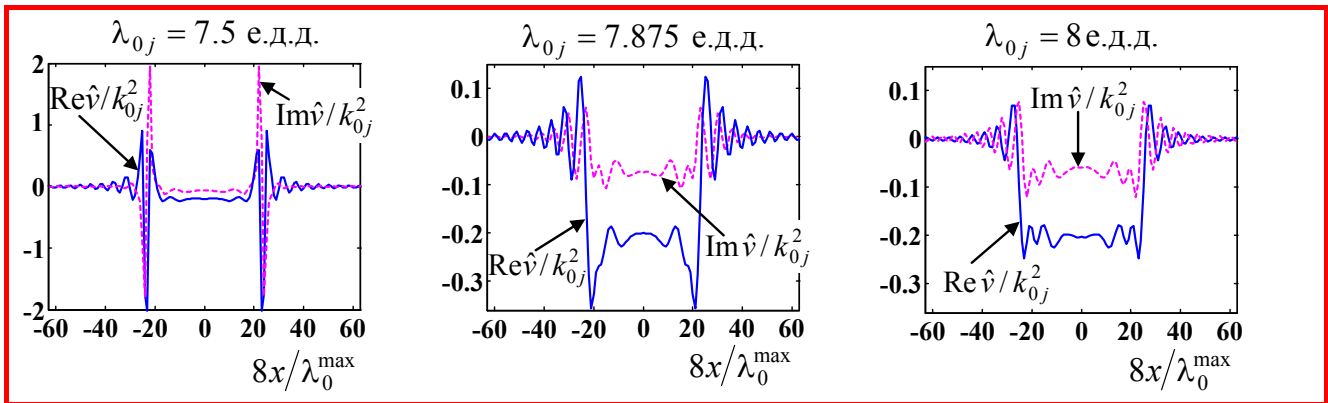
**Восьмая глава** посвящена проблеме обобщения функционального решения обратной задачи рассеяния на многочастотный или импульсный режим. Такой режим, наиболее часто применяющийся в практических задачах диагностики, в то же время, позволяет увеличить объем независимых дискретизованных данных, получаемых в томографическом эксперименте. В свою очередь, это позволяет повысить устойчивость решения даже в случае очень сильных рассеивателей, процесс восстановления которых является наиболее чувствительным к погрешностям в данных. Однако простое аддитивное объединение множества решений монохроматических задач не является эффективным методом и не эквивалентно решению *единой* задачи, при котором будет использоваться факт общности искомого рассеивателя во всех монохроматических задачах. В связи с этим, цель восьмой главы – найти (**раздел 8.1**) и апробировать на численных моделях (**раздел 8.2**) эффективный способ объединения многочастотных данных и методов решения множества двумерных монохроматических задач рассеяния в виде единого функционального алгоритма [А 31]. В диссертации такой способ разработан на основе модифицированного двумерного алгоритма Новикова [84, 85] в сочетании с условиями связи на волновые поля внутри рассеивателя. Эти условия связи вытекают, во-первых, из заданных частотных зависимостей для отдельных рассеивающих компонент искомого объекта-рассеивателя (1) с учетом (6): компоненты

$$\frac{(\omega_j)^2}{c_0^2} \left(1 - \frac{c_0^2}{c^2(\mathbf{r})}\right) \text{ и } 2i\omega_j \frac{\alpha(\mathbf{r}, \omega_j)}{c(\mathbf{r})} \text{ зависят от текущей частоты } \omega_j \text{ как } \sim (\omega_j)^2 \text{ и } \sim (\omega_j)^{\zeta+1}, \text{ соответственно, а компонента } \sqrt{\frac{\rho(\mathbf{r})}{\rho_0}} \nabla^2 \left( \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho(\mathbf{r})}} \right) \text{ не зависит от частоты;}$$

во-вторых, используются соотношения, выражающие эти компоненты через поля.

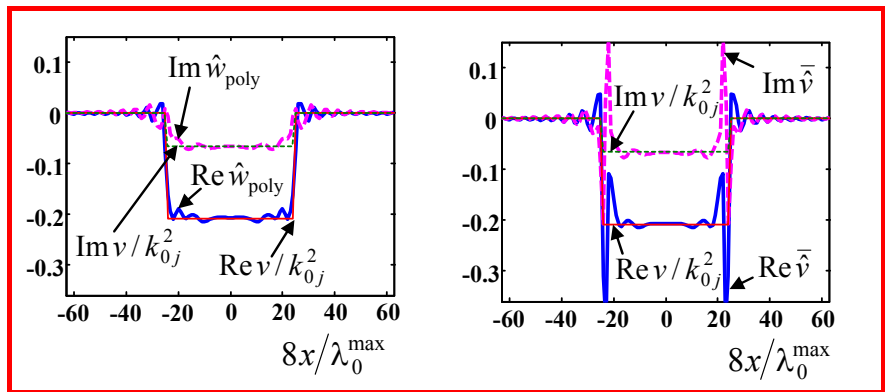
В итоге было показано, что многочастотный вариант двумерного модифицированного алгоритма, сохраняя все достоинства монохроматического варианта, позволяет устойчиво реконструировать сильные рассеиватели (рис. 11б, *слева*), не поддающиеся адекватному воспроизведению в монохроматическом режиме (рис. 11а). При этом, если возникает неустойчивость монохроматического решения, то многочастотный алгоритм не только стабилизирует решение, но и делает его более точным, чем результат простого усреднения соответствующих наборов

монохроматических решений (рис. 11б, *справа*). Необходимое количество частот нуждается в оценке для конкретной решаемой задачи; оно зависит от класса томографируемых рассеивателей – их силы в используемом частотном диапазоне и сложности пространственной структуры. Помехоустойчивость алгоритма к случайным помехам растет с увеличением количества частот, позволяя реализовать многочастотный или импульсный режим томографирования в сочетании с мощными функциональными методами восстановления.



*a*

**Рис. 11.** Рефракционно-поглощающий рассеиватель цилиндрической формы радиуса  $a = 3\lambda_0^{\max}$  с фокусирующим контрастом скорости звука  $\Delta c/c_0 \approx -0.09$ ; набег фазы  $\Delta\psi \cong (1.2\pi \div 1.4\pi)$



*б*

и амплитудное поглощение в рассеивателе – в  $3 \div 3.6$  раза в рабочем диапазоне  $\lambda_{0j} \in [7.5; 8]$  единиц дискретизации длины с максимальной длиной волны  $\lambda_0^{\max}$ :

- центральные сечения действительной (сплошная линия) и мнимой (пунктирная линия) части монохроматических оценок рассеивателя  $\hat{v}(\mathbf{r}, \omega_j)/k_{0j}^2$  при трех длинах волн в отсутствие шумовых помех (*a*);  $k_{0j} = \omega_j/c_0$ ;
- единая многочастотная оценка  $\hat{w}_{\text{poly}}(x, y = 0)$  (слева) в сравнении со среднеарифметическим значением монохроматических оценок  $\bar{v}(x, y = 0)$  (справа) при использовании девяти длин волн (*б*); истинные значения действительной (сплошная линия) и мнимой (пунктирная линия) частей рассеивателя изображены более тонкой линией соответствующего типа.

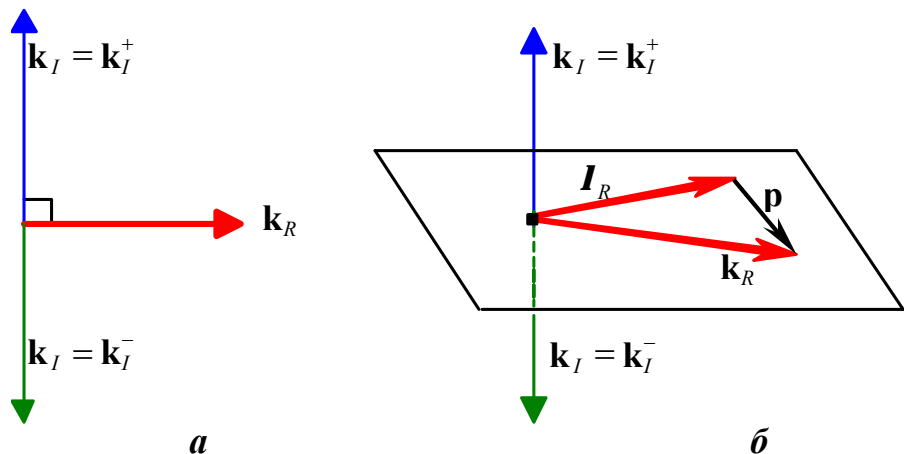
**Девятая глава** посвящена функциональному методу решения уже *трехмерной* монохроматической обратной задачи рассеяния. Трудность заключается в том, что вышеупомянутые двумерные функциональные алгоритмы не имеют непосредственного обобщения на трехмерное пространство в силу специфики ис-

пользуемых математических приемов. Тем не менее, исходная предпосылка – введение в алгоритмической схеме эффективной мнимой добавки к волновым векторам  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_R + i\mathbf{k}_I$  и  $\mathbf{I} = \mathbf{I}_R + i\mathbf{I}_I$ , где  $\mathbf{k}, \mathbf{I} \in \mathbb{C}^3$ , – остается (рис. 12). Ввиду усложнения математического аппарата, в **разделе 9.1** приводятся базовые соотношения для волновых векторов и данных рассеяния в трехмерном пространстве, а в **разделе 9.2** – непосредственно уравнения трехмерного функционального алгоритма Новикова [86]. В отличие от рассмотренных двумерных функциональных алгоритмов, здесь характеристики рассеивателя ищутся на основе асимптотического соотношения взаимосвязи пространственного спектра функции рассеивателя  $\tilde{v}(-\mathbf{p}) = \int_{\mathfrak{R}} v(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) d\mathbf{r}$  и обобщенной амплитуды рассеяния  $h(\mathbf{k}, \mathbf{I} = \mathbf{k} - \mathbf{p})$ :

$$\tilde{v}(-\mathbf{p}) = (2\pi)^3 \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow \infty} h(\mathbf{k}, \mathbf{I} = \mathbf{k} - \mathbf{p}); \quad \mathbf{k}^2 = k_0^2, \quad 2\mathbf{k}\mathbf{p} = \mathbf{p}^2,$$

где  $\mathbf{p} \equiv \mathbf{k} - \mathbf{I} = \mathbf{k}_R - \mathbf{I}_R$ ,  $|\mathbf{k}| = \sqrt{\mathbf{k}_R^2 + \mathbf{k}_I^2}$ ;  $\mathbf{k}, \mathbf{I} \in \mathbb{C}^3$ ,  $\mathbf{k}_I = \mathbf{I}_I$ ,  $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ .

**Рис. 12.** Ориентация взаимно-ортогональных действительной и мнимой частей волновых векторов в двумерном (а) и трехмерном (б) случаях.

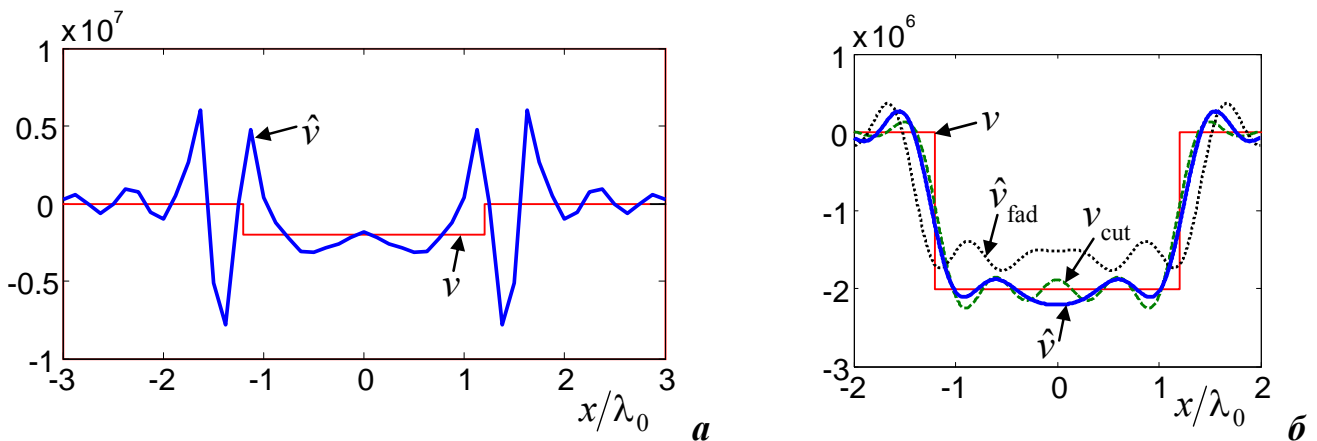
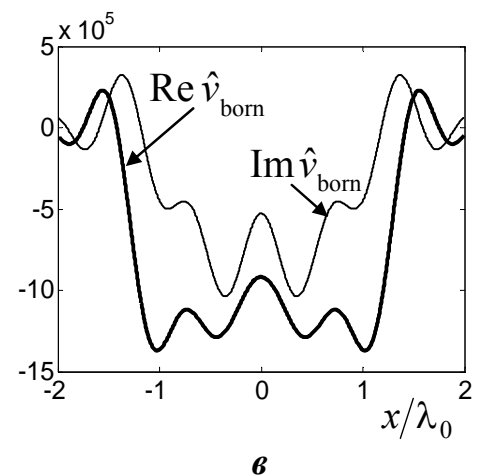
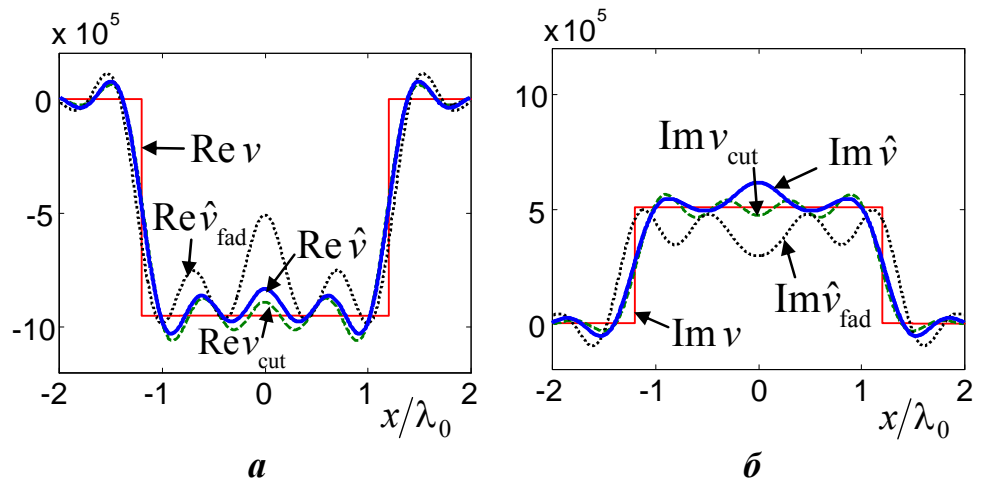


При учете процессов многократного рассеяния решаемые уравнения становятся нелинейными относительно неизвестных, что делает процесс решения итерационным и существенно увеличивает количество вычислительных операций. Тем не менее, впервые выполненные результаты численного моделирования – **раздел 9.3**, [А 30, А 32] – свидетельствуют о перспективности и хорошей помехоустойчивости алгоритма, несмотря на то, что он достаточно сложен в вычислительном плане как в силу трехмерности задачи, так и за счет его итерационной структуры. Итоговая оценка  $\hat{v}(\mathbf{r})$  функции  $v(\mathbf{r})$  оказывается близкой к функции  $v_{\text{cut}}$  – идеальной оценке, получаемой в пренебрежении высокочастотными компонентами пространственного спектра функции рассеивателя (рис. 13). Более того, в монохроматическом режиме решение  $\hat{v}(\mathbf{r})$  трехмерной обратной задачи дольше сохраняет устойчивость (рис. 14б), чем решение двумерной обратной задачи (рис. 14а) при эквивалентных размерах и силе рассеивателей. Это связано с размерностной избыточностью полных трехмерных данных. В настоящее время не выявлено пределов работоспособности трехмерного алгоритма в случае рассеива-

телей большой силы. Таким образом, приведенные результаты представляют собой первый шаг на пути использования строгих функциональных методов решения трехмерной обратной задачи рассеяния в задачах практической интроскопии.

**Рис. 13.** Рефракционно-усиливающий шарообразный рассеиватель радиуса  $a = 1.2\lambda_0$ ;  $\lambda_0$  – длина волны в фоновой среде; фокусирующий контраст скорости  $\Delta c/c_0 \approx -0.094$ , дополнительный набег фазы  $\Delta\psi \approx \pi/2$ , амплитудное усиление в рассеивателе – в 2.2 раза:

- центральные сечения действительной (*a*) и мнимой (*б*) частей рассеивателя: истинный рассеиватель  $v$  (тонкая сплошная линия); форма рассеивателя  $v_{\text{cut}}$  после ограничения ширины его пространственного спектра (пунктирная линия); грубая оценка рассеивателя из уравнения Фаддеева  $\hat{v}_{\text{fad}}$  (линия, составленная из точек) и оценка по алгоритму Новикова  $\hat{v}$  (толстая сплошная линия) при отсутствии шумовых помех;
- центральные сечения действительной  $\text{Re}\hat{v}_{\text{born}}$  (толстая линия) и мнимой  $\text{Im}\hat{v}_{\text{born}}$  (тонкая линия) частей оценки рассеивателя в приближении однократного рассеяния (*в*).



**Рис. 14.** Результат восстановления двумерного цилиндрического рассеивателя (*a*) и трехмерного шарообразного рассеивателя (*б*) с одинаковым радиусом  $a = 1.2\lambda_0$  и фокусирующим контрастом скорости  $\Delta c/c_0 \approx -0.172$ , дающими набег фазы  $\Delta\psi \approx \pi$ . Тип линий аналогичен рис. 13.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработан двухшаговый алгоритм, предназначенный для восстановления пространственных распределений скорости звука и коэффициента поглощения, знание которых актуально для целей ранней диагностики доброкачественных и злокачественных новообразований в мягких биологических тканях (прежде всего – в молочной железе). С помощью исходных томографических данных, полученных численным моделированием, показано, что восстановленные изображения обладают высокой разрешающей способностью – около одной трети характерной длины волны. При этом проиллюстрирована принципиальная необходимость предварительного восстановления на первом шаге неизвестных крупномасштабных пространственных распределений, имеющих размер не менее нескольких длин волн, и последующего учета их на втором шаге при восстановлении тонкой структуры, т.е. неизвестных мелкомасштабных пространственных деталей.

На основе экспериментальных данных, зарегистрированных с помощью ультразвукового медицинского томографа при работе с объектами-фантомами, показана перспективность внедрения двухшагового алгоритма в реальную томографическую установку. С этой целью разработан и апробирован ряд алгоритмов, предназначенных для обработки реальных томографических данных, полученных в условиях неизбежных отклонений характеристик антенной решетки от идеальных.

2. В рамках решения обратной задачи рассеяния в статистической постановке разработан алгоритм получения регуляризованных оценок характеристик пространственно-распределенных рассеивателей в виде неоднородностей скорости звука и коэффициента поглощения при экспериментальных данных с ошибками. Алгоритм учитывает эффекты перерассеяния и включает в себя полученное нелинейное обобщение процедуры винеровской фильтрации, переходящей в случае слабых рассеивателей в линейную винеровскую фильтрацию. Работоспособность алгоритма подтверждена модельными примерами, имитирующими процесс активного акустического томографирования при различном уровне шумовых помех. Показаны необходимость учета процессов перерассеяния и принципиальная роль нелинейной фильтрации при регуляризации решения в случае рассеивателей, сильно искажающих зондирующее поле. Показано, что при оптимальной регуляризации помехоустойчивость восстановления сильных рассеивателей уступает помехоустойчивости восстановления слабых рассеивателей незначительно.

3. Выполнен анализ проблемы единственности и устойчивости обратной задачи акустического рассеяния, решаемой на основе конечного объема дискретизованных томографических данных. Показано, что именно количество степеней свободы вторичных источников, которые индуцируются в области томографирования, определяет, какой объем дискретизованных данных необходим для обеспечения единственности решения. Показано, что этот объем зависит от пространственного размера области томографирования и от ширины пространственного спектра вторичных источников. Показано, что решение обратной задачи сохраняет как единственность, так и устойчивость, если упомянутый объем дискретизованных данных, во-первых, обеспечен в совокупности проводимых экспериментов, и, во-вторых, для его достижения процесс съема данных не требует превы-

шения определенного предела “классической” разрешающей способности. Сделаны количественные оценки, позволяющие судить о возможности обеспечения единственного и устойчивого решения в различных практических ситуациях в двумерном и трехмерном пространствах.

4. Предложен простой метод повышения разрешающей способности двумерного акустического томографа в направлении, перпендикулярном плоскости томографирования, за счет наклона преобразователей антенной решетки. В связи с тем, что полные акустические данные рассеяния в полном объеме не всегда доступны в практических условиях по техническим или анатомическим причинам, проанализированы возможности томографических схем с совмещенными приемоизлучающими преобразователями и схем с разделенными группами приемников и излучателей. Для каждой из таких схем показаны преимущества и недостатки случаев односторонних и двусторонних наклонов преобразователей.

5. Показано, что если томографические данные рассеяния не доступны в полном объеме, то аппаратная функция алгоритма обработки таких данных приобретает, в общем случае, мнимую часть, что, в свою очередь, усложняет восстановление правильных количественных значений акустических характеристик в области томографирования. В связи с этой проблемой разработан алгоритм обработки неполных данных, который предназначен для восстановления и последующего разделения томограмм – пространственных распределений скорости звука, плотности среды и коэффициента поглощения. Данный алгоритм основан на различном частотном поведении рассеивающих компонент.

Показано, что в условиях неполных данных (приводящих к комплексной аппаратной функции), но при этом априори *известной* частотной зависимости коэффициента поглощения, раздельное воспроизведение томограмм скорости звука, плотности среды и коэффициента поглощения возможно за счет использования, как минимум, трех частотных спектров. Однако когда зависимость коэффициента поглощения от частоты становится линейной, наличие мнимой части у аппаратной функции приводит к неразделимому “перемешиванию” вкладов в томограмму от скоростного и поглощающего членов. Тем самым, разделение скоростной и поглощающей компонент по частотному признаку становится принципиально невозможным, хотя при этом вклад от плотностной компоненты по-прежнему выделяется правильно.

Для еще более общей ситуации – *неизвестной* частотной зависимости коэффициента поглощения в сочетании с комплексной аппаратной функцией – разработан итерационный алгоритм, позволяющий восстановить отдельно не только вышеупомянутые томограммы скорости звука, плотности и коэффициента поглощения, но и получить оценку дополнительного диагностического параметра – показателя степени частотной зависимости коэффициента поглощения в каждой точке томографируемого объекта. Такой итерационный алгоритм нуждается в данных, полученных минимум для четырех частотных спектров.

6. В целях введения в томографическую установку дополнительного режима, позволяющего получать карту вектора скорости кровотока, разработаны аддитивно-корреляционный и мультипликативно-корреляционный методы восстановления. Достаточная глубина проникновения зондирующих ультразвуковых им-

пульсов внутрь органа обеспечивается относительно низкими частотами  $1 \div 2$  МГц. Для определения вектора скорости предложено использовать факт смещения во времени спекл-структуры на промежуточных изображениях, получаемых по данным рассеяния при фиксированном излучателе с участием селекции движущихся рассеивателей – кластеров крови. При этом количественное значение и направление вектора скорости в каждой точке органа определяются с помощью пространственной фильтрации фрагментов изображений, соответствующих последовательным посылкам зондирующих импульсов. Вектор скорости кровотока оценивается независимо от величины реального перемещения крови за полное время измерений благодаря тому, что при посылках импульсов разными излучателями допустима полная смена движущихся рассеивателей в области томографирования. Численным моделированием подтверждена возможность определения как постоянного, так и переменного пространственного распределения вектора скорости в поперечном сечении кровеносного сосуда, а также проиллюстрирована хорошая помехоустойчивость решения к случайным аппаратным помехам и к случайным смещениям малоподвижного фона.

7. В целях применения строгих функциональных алгоритмов к решению акустической обратной задачи рассеяния проанализирована взаимосвязь между различными функциональными алгоритмами, и исследован вопрос о возможности однозначного восстановления характеристик рассеивателя. Впервые выполнено численное моделирование безытерационного функционального алгоритма Новикова–Гриневича–Манакова (НГМ-алгоритм), который строго учитывает эффекты многократного рассеяния и позволяет восстанавливать внутреннюю структуру двумерных рассеивателей произвольной формы. Подтверждена высокая точность НГМ-алгоритма при восстановлении акустических рефракционно-поглощающих рассеивателей в прикладных задачах томографического типа. Проиллюстрирована высокая помехоустойчивость алгоритма по отношению к ошибкам воспроизведения рассеивателя, имеющим двойную природу: во-первых, это случайные шумы эксперимента; во-вторых, это те составляющие данных рассеяния, которые порождены высокочастотными компонентами пространственных спектров рассеивателя и его вторичных источников. Показано, что, в отличие от двухшагового метода, НГМ-алгоритм обеспечивает *одновременное* восстановление как изначально неизвестных крупномасштабных деталей, так и тонкой структуры рассеивателя; при этом разрешающая способность тонкой структуры по-прежнему близка к одной трети длины волны.

8. На моделях акустических идеально жестких и идеально мягких рассеивателей с различными волновыми размерами исследованы пределы практической работоспособности функционального НГМ-алгоритма. Численным моделированием получен приближенный количественный критерий, который свидетельствует о возникновении неустойчивости решения, приводящей к заметному ухудшению качества восстановления НГМ-алгоритмом даже в присутствии регуляризации решения. Данный критерий связан со значением обусловленности линейных систем уравнений, решаемых в процессе восстановления рассеивателя. Одновременно показано, что область устойчивой работоспособности алгоритма в монохроматическом режиме оказывается значительно шире, чем это предполагалось изначально, и данное обстоятельство делает алгоритм еще более перспективным для



применения в практических задачах. Параллельно выявлены особенности рассеяния, присущие собственно граничным рассеивателям. В частности, показано, что рассеивающая способность мягкого цилиндрического рассеивателя, по сравнению с жестким рассеивателем, оказывается гораздо больше при одном и том же малом волновом размере.

**9.** Предложен, детально разработан и численно апробирован способ обобщения функциональных схем, изначально использующих монохроматический режим зондирования исследуемого объекта, на случай многочастотного режима. В рамках этого, впервые выполнено численное моделирование функционального модифицированного двумерного алгоритма. Выявлены преимущества модифицированного алгоритма, по сравнению с НГМ-алгоритмом: сокращение количества вычислительных операций и возможность эффективного обобщения на многочастотный режим. В процессе решения обратной задачи предложено объединять данные рассеяния, измеренные на разных частотах, на основе априори известных частотных зависимостей различных компонент (рефракционной, плотностной, поглощающей) функции рассеивателя. Показано, что такой прием приводит к уравнениям связи, отсутствующим в монохроматическом варианте. При численной реализации алгоритма разработана схема решения задачи в пространстве, фурье-сопряженном к пространству углов падения зондирующих волн и углов приема рассеянного поля. Показано, что проблема неустойчивости восстановления сильных рассеивателей, возникающая в монохроматическом режиме, может быть снята многочастотным режимом. При этом качество оценки различных компонент рассеивателя в многочастотном режиме значительно лучше оценки в виде простого усреднения монохроматических решений. Показано, что помехоустойчивость алгоритма к случайным ошибкам достаточно высока. В то же время показано, что влияние рассеяния назад, играющее для алгоритма роль помехи другого типа, можно снизить за счет угловой фильтрации обобщенной амплитуды рассеяния в процессе восстановления. В итоге, модифицированный алгоритм оказывается перспективным для его использования в практических целях как в монохроматическом, так и в многочастотном вариантах.

**10.** В рамках развития алгоритмического обеспечения трехмерных систем акустического томографирования впервые осуществлено численное восстановление модельных трехмерных рассеивателей различной силы, размера и знака контраста на основе монохроматического функционального алгоритма. Показано, что, в отличие от предшествующей приближенной версии трехмерного функционального алгоритма, рассмотренная строгая версия позволяет получать количественные оценки характеристик рассеивателя, близкие к истинным. Показано, что полный объем томографических трехмерных данных в сочетании с полноценным учетом процессов многократного рассеяния волн приводят к тому, что дискретизованная алгоритмическая схема решения практически не имеет жестких ограничений на силу рассеивателей. Предложена регуляризация решения с помощью дополнительной пространственно-спектральной фильтрации; при этом оказалось, что финальная оценка рефракционной и поглощающей компонент рассеивателя почти не зависит от конкретных деталей такой регуляризации, что важно для практики. Дополнительно численным моделированием проиллюстрировано, что трехмерная обратная задача уже в монохроматическом варианте обладает лучшей

помехоустойчивостью решения, чем двумерная обратная задача при одинаковых размерах и контрастах восстанавливаемых рассеивателей. Выявлено, что помехоустойчивость трехмерного алгоритма к случайным ошибкам в исходных данных достаточно высока для практических целей диагностики. Показано, что в случае томографирования рассеивателей несимметричной формы недостатком алгоритма является большое количество вычислительных операций, что обусловлено как большим объемом обрабатываемых исходных данных, так и необходимостью организации при реконструкции итерационного цикла, тем более долгого, чем сильнее восстанавливаемый рассеиватель.

## Список публикаций автора по теме диссертации

### Монографии:

- А 1. Буров В. А., Румянцева О. Д. Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. I: Обратные задачи излучения в акустике. М.: ЛЕНАНД, 2017, 2018, 2020, 2021. 384 с.
- А 2. Буров В. А., Румянцева О. Д. Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. II: Обратные задачи акустического рассеяния. М.: ЛЕНАНД, 2020, 2021. 768 с.

### Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении ученых степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:

- А 3. Румянцева О. Д., Буров В. А., Конюшкин А. Л., Шаранов Н. А. Повышение разрешения двумерного томографирования по поперечной координате и раздельное восстановление упругих и вязких характеристик рассеивателя // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 4–5. С. 606–622. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Rumyantseva O. D., Burov V. A., Konyushkin A. L., Sharapov N. A.* Increased resolution of two-dimensional tomography imaging along the transverse coordinate and separate reconstruction of elastic and viscous scatterer characteristics // Acoustical Physics. 2009. V. 55. N 4–5. P. 613–629. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 4. Буров В. А., Сергеев С. Н., Румянцева О. Д. Акустическая томография в медицине // Биомедицинская радиоэлектроника. 2000. № 3. С. 61–66. **IF = 0.247 (РИНЦ).**
- А 5. Буров В. А., Сергеев С. Н., Морозов С. А., Румянцева О. Д. Активная и пассивная акустическая томография сильно неоднородных сред // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника. 2002. № 3. С. 5–13. **IF = 0.247 (РИНЦ).**
- А 6. Буров В. А., Румянцева О. Д. Линеаризованная обратная задача рассеяния в монохроматическом и импульсном режимах // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 41–49. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Rumyantseva O. D.* Linearized inverse problem of scattering in monochromatic and pulse modes // Acoustical Physics. 1994. V. 40. N 1. P. 34–42. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 7. Буров В. А., Конюшкин А. Л., Румянцева О. Д. Двумерная и трехмерная акустическая томография многомерных рассеивателей при неполных данных // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 4. С. 463–469. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Konyushkin A. L., Rumyantseva O. D.* Two- and three-dimensional acoustic tomography of multidimensional scatterers with the use on incomplete data // Acoustical Physics. 1997. V. 43. N 4. P. 395–400. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 8. *Rumyantseva O. D., Shurup A. S., Zotov D. I.* Possibilities for separation of scalar and vector characteristics of acoustic scatterer in tomographic polychromatic regime //

- Journal of Inverse and Ill-posed Problems. 2021. V. 29. N 3. P. 407–420. <https://doi.org/10.1515/jiip-2020-0141> **IF = 1.509 (WoS).**
- А 9. Буров В. А., Побережская А. Ю., Богатырев А. В., Румянцева О. Д. Особенности расчета процессов рассеяния на контрастных и сильно поглощающих двух- и трехмерных неоднородностях // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 5. С. 665–680. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Kasatkina E. E., Poberezhskaya A. Yu., Bogatyrev A. V., Rumyantseva O. D.* Special features of calculation for processes of scattering by contrast and strongly absorbing two- and three-dimensional inhomogeneities // *Acoustical Physics*. 2011. V. 57. N 5. P. 681–695. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 10. Буров В. А., Вечерин С. Н., Румянцева О. Д. Статистическая оценка пространственного спектра вторичных источников // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 1. С. 14–25. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Vecherin S. N., Rumyantseva O. D.* Statistical estimation of the special spectrum of secondary sources // *Acoustical Physics*. 2004. V. 50. N 1. P. 9–19. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 11. Буров В. А., Румянцева О. Д. Единственность и устойчивость решения обратной задачи акустического рассеяния // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 5. С. 590–603. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Rumyantseva O. D.* Uniqueness and stability of the solution to an inverse acoustical scattering problem // *Acoustical Physics*. 2003. V. 49. N 5. P. 496–507. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 12. Буров В. А., Гришина И. М., Лапшенкина О. И., Морозов С. А., Румянцева О. Д., Сухов Е. Г. Восстановление тонкой структуры акустического рассеивателя на фоне искажающего влияния его крупномасштабных составляющих // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 6. С. 738–750. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Grishina I. M., Lapshenkina O. I., Morozov S. A., Rumyantseva O. D., Sukhov E. G.* Reconstruction of the fine structure of an acoustic scatterer against the distorting influence of its large-scale inhomogeneities // *Acoustical Physics*. 2003. V. 49. N 6. P. 627–637. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 13. Буров В. А., Зотов Д. И., Румянцева О. Д. Восстановление пространственных распределений скорости звука и поглощения в мягких биотканях по модельным данным ультразвукового томографирования // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 443–456. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Zotov D. I., Rumyantseva O. D.* Reconstruction of spatial distributions of sound velocity and absorption in soft biological tissues using model ultrasonic tomographic data // *Acoustical Physics*. 2014. V. 60. N 4. P. 479–491. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 14. Зотов Д. И., Румянцева О. Д., Шуруп А. С. Раздельное восстановление скорости звука, плотности среды и поглощения в задачах томографического типа // Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2018. Т. 82. № 1. С. 41–46. **IF = 0.665 (РИНЦ).**
- Zotov D. I., Rumyantseva O. D., Shurup A. S.* Separate reconstruction of the speed of sound, density of the medium, and coefficient of absorption in tomographic problems // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2018. V. 82. N 1. P. 35–39. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 15. Буров В. А., Зотов Д. И., Румянцева О. Д. Восстановление пространственных распределений скорости звука и поглощения в фантомах мягких биотканей по экспериментальным данным ультразвукового томографирования // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 254–273. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Zotov D. I., Rumyantseva O. D.* Reconstruction of the sound velocity and absorption spatial distributions in soft biological tissue phantoms from experimental ultrasound tomography data // *Acoustical Physics*. 2015. V. 61. N 2. P. 231–248. **IF = 0.856 (WoS).**

- A 16. *Burov V. A., Zotov D. I., Karavay M. F., Rummyantseva O. D.* Ultrasound tomography of soft biological tissues containing strong inhomogeneities // *Physics of Wave Phenomena*. 2013. V. 21. N 1. P. 74–80. **IF = 0.308 (WoS)**.
- A 17. *Буров В. А., Румянцева О. Д., Сасковец А. В.* Акустическая томография и дефектоскопия как обратные задачи рассеяния // *Вестник Московского Университета. Серия 3, Физика, Астрономия*. 1994. Т. 35. № 6. С. 61–71. **IF = 0.643 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Rummyantseva O. D., Saskovets A. V.* Acoustic tomography and flaw detection as inverse scattering problems // *Moscow University Physics Bulletin (Vestnik Moskovskogo Universiteta. Fizika)*. 1994. V. 49. N 6. P. 47–55. **IF = 0.672 (WoS)**.
- A 18. *Буров В. А., Касаткина Е. Е., Румянцева О. Д.* Статистические оценки в обратных задачах рассеяния // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43. № 3. С. 315–322. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Kasatkina E. E., Rummyantseva O. D.* Statistical estimations in inverse scattering problems // *Acoustical Physics*. 1997. V. 43. N 3. P. 270–276. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 19. *Буров В. А., Касаткина Е. Е., Румянцева О. Д., Сухов Е. Г.* Обратная задача статистического оценивания характеристик рассеивателя и модельные примеры ее решения // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49. № 3. С. 348–358. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Kasatkina E. E., Rummyantseva O. D., Sukhov E. E.* Inverse problem of a statistical estimation of scatterer. Characteristics and model examples // *Acoustical Physics*. 2003. V. 49. N 3. P. 290–299. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 20. *Буров В. А., Евтухов С. Н., Матвеев О. В., Румянцева О. Д.* Методы и возможности некогерентной корреляционной акустической томографии // *Биомедицинские технологии и радиоэлектроника*. 2005. № 4–5. С. 55–63. **IF = 0.247 (РИНЦ)**.
- A 21. *Буров В. А., Вечерин С. Н., Морозов С. А., Румянцева О. Д.* Моделирование точного решения обратной задачи акустического рассеяния функциональными методами // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 4. С. 516–536. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Vecherin S. N., Morozov S. A., Rummyantseva O. D.* Modeling of the exact solution of the inverse scattering problem by functional methods // *Acoustical Physics*. 2010. V. 56. N 4. P. 541–559. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 22. *Буров В. А., Румянцева О. Д.* Решение двумерной обратной задачи акустического рассеяния на основе функционально-аналитических методов // *Акуст. журн.* 1992. Т. 38. № 3. С. 413–420. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Rummyantseva O. D.* Solution of two-dimensional acoustical inverse scattering problem on the basis of functional-analytical methods // *Soviet Physics. Acoustics*. 1992. V. 38. N 3. P. 226–230. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 23. *Буров В. А., Румянцева О. Д.* Решение двумерной обратной задачи акустического рассеяния на основе функционально-аналитических методов. II. Область эффективного применения // *Акуст. журн.* 1993. Т. 39. № 5. С. 793–803. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Rummyantseva O. D.* Solution of the two-dimensional acoustical inverse scattering problem on the basis of functional-analytical methods: II. Range of effective application // *Acoustical Physics*. 1993. V. 39. N 5. P. 419–424. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 24. *Бадалян Н. П., Буров В. А., Морозов С. А., Румянцева О. Д.* Восстановление акустических граничных рассеивателей с использованием алгоритма Новикова–Гриневича–Манакова // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 6. С. 990–997. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Badalyan N. P., Burov V. A., Morozov S. A., Rummyantseva O. D.* Reconstruction of acoustic boundary scatterers using the Novikov–Grinevich–Manakov algorithm // *Acoustical Physics*. 2008. V. 54. N 6. P. 862–868. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 25. *Бадалян Н. П., Буров В. А., Морозов С. А., Румянцева О. Д.* Рассеяние на акустических граничных рассеивателях с малыми волновыми размерами и их восстановление // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 1. С. 3–10. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.

- Badalyan N. P., Burov V. A., Morozov S. A., Rumyantseva O. D.* Scattering by acoustic boundary scatterers with small wave sizes and their reconstruction // *Acoustical Physics*. 2009. V. 55. N 1. P. 1–7. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 26. *Буров В. А., Глазков А. В., Прудникова И. П., Румянцева О. Д., Тагунов Е. Я.* Акустическая дифракционная томография граничных рассеивателей // *Вестник Московского университета. Серия 3, Физика, Астрономия*. 1990. Т. 31. № 3. С. 57–62. **IF = 0.643 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Glazkov A. V., Prudnikova I. P., Rumyantseva O. D., Tagunov E. Ya.* Acoustic diffraction tomography of boundary scatterers // *Moscow University Physics Bulletin (Vestnik Moskovskogo Universiteta. Fizika)*. 1990. V. 45. N 3. P. 56–60. **IF = 0.672 (WoS)**.
- A 27. *Dmitriev K. V., Rumyantseva O. D.* Features of solving the direct and inverse scattering problems for two sets of monopole scatterers // *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*. 2021. V. 29. N 5. P. 775–789. <https://doi.org/10.1515/jiip-2020-0145> **IF = 1.509 (WoS)**.
- A 28. *Дмитриев К. В., Фадеев Е. В., Румянцева О. Д.* Рассеяние запаздывающих волновых полей на точечной акустической неоднородности // *Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая*. 2020. Т. 84. № 2. С. 266–271. **IF = 0.665 (РИНЦ)**.
- Dmitriev K. V., Fadeev E. V., Rumyantseva O. D.* Scattering of retarded wave fields by a point acoustic inhomogeneity // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics*. 2020. V. 84. N 2. P. 210–214. **IF = 0.476 (Scopus)**.
- A 29. *Дмитриев К. В., Румянцева О. Д.* Особенности решения прямой и обратной задач рассеяния для неоднородностей малого волнового размера // *Доклады Российской Академии Наук. Физика, технические науки*. 2020. Т. 494. С. 13–20. **IF = 0.679 (РИНЦ)**.
- Dmitriev K. V., Rumyantseva O. D.* Features of the solution of direct and inverse scattering problems for inhomogeneities with a small wave size // *Doklady Physics*. 2020. V. 65. N 9. P. 301–307. **IF = 0.679 (WoS)**.
- A 30. *Алексеевко Н. В., Буров В. А., Румянцева О. Д.* Решение трехмерной обратной задачи акустического рассеяния. Модифицированный алгоритм Новикова // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 3. С. 469–482. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Alekseenko N. V., Burov V. A., Rumyantseva O. D.* Solution of the three-dimensional acoustic inverse scattering problem. The modified Novikov algorithm // *Acoustical Physics*. 2008. V. 54. N 3. P. 407–419. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 31. *Буров В. А., Алексеевко Н. В., Румянцева О. Д.* Многочастотное обобщение алгоритма Новикова для решения обратной двумерной задачи рассеяния // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 6. С. 784–798. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Alekseenko N. V., Rumyantseva O. D.* Multifrequency generalization of the Novikov algorithm for the two-dimensional inverse scattering problem // *Acoustical Physics*. 2009. V. 55. N 6. P. 843–856. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 32. *Алексеевко Н. В., Буров В. А., Румянцева О. Д.* Решение трехмерной обратной задачи акустического рассеяния на основе алгоритма Новикова–Хенкина // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. № 4. С. 437–446. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Alekseenko N. V., Burov V. A., Rumyantseva O. D.* Solution of the three-dimensional inverse acoustic scattering problem on the basis of the Novikov–Henkin algorithm // *Acoustical Physics*. 2005. V. 51. N 4. P. 367–375. **IF = 0.856 (WoS)**.
- A 33. *Буров В. А., Шуруп А. С., Румянцева О. Д., Зотов Д. И.* Функционально-аналитическое решение задачи акустической томографии по данным от точечных преобразователей // *Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая*. 2012. Т. 76. № 12. С. 1524–1529. **IF = 0.665 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Shurup A. S., Rumyantseva O. D., Zotov D. I.* Functional-analytical solution to an acoustic tomography problem, based on data from point transducers // *Bulletin*

- of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2012. V. 76. N 12. P. 1365–1370. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 34. Буров В. А., Шуруп А. С., Зотов Д. И., Румянцева О. Д. Моделирование функционального решения задачи акустической томографии по данным от квазито-чечных преобразователей // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 391–407. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Shurup A. S., Zotov D. I., Romyantseva O. D.* Simulation of a functional solution to the acoustic tomography problem for data from quasi-point transducers // Acoustical Physics. 2013. V. 59. N 3. P. 345–360. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 35. Румянцева О. Д., Шуруп А. С. Уравнение для волновых процессов в неоднородных движущихся средах и функциональное решение задачи акустической томографии на его основе // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 94–103. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Romyantseva O. D., Shurup A. S.* Equation for wave processes in inhomogeneous moving media and functional solution of the acoustic tomography problem based on it // Acoustical Physics. 2017. V. 63. N 1. P. 95–103. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 36. Зотов Д. И., Шуруп А. С., Румянцева О. Д. Восстановление векторного поля течений функциональным алгоритмом Новикова–Агальцова и аддитивно-корреляционным способом // Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2017. Т. 81. № 1. С. 111–116. **IF = 0.665 (РИНЦ).**
- Zotov D. I., Shurup A. S., Romyantseva O. D.* Vector field reconstruction of flows using the Novikov–Agaltsov functional algorithm and the additive correlation method // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2017. V. 81. N 1. P. 101–105. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 37. Шуруп А. С., Румянцева О. Д. Совместное восстановление скорости звука, поглощения и течений функциональным алгоритмом Новикова–Агальцова // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 700–718. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Shurup A. S., Romyantseva O. D.* Joint reconstruction of the speed of sound, absorption, and flows by the Novikov–Agaltsov functional algorithm // Acoustical Physics. 2017. V. 63. N 6. P. 751–768. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 38. Буров В. А., Матвеев О. В., Зотов Д. И., Румянцева О. Д. Reconstruction of the blood flow velocity vector as an addition mode of ultrasonic tomograph // Physics of Wave Phenomena. 2015. V. 23. N 2. P. 135–142. **IF = 0.308 (WoS).**
- А 39. Буров В. А., Зотов Д. И., Румянцева О. Д. Определение геометрических и фазовых поправок для приемоизлучающих преобразователей кольцевой антенной решетки // Вестник Московского Университета. Серия 3, Физика, Астрономия. 2018. № 5. С. 25–29. **IF = 0.643 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Zotov D. I., Romyantseva O. D.* Finding geometrical and phase corrections for transmitting–receiving transducers of a ring antenna array // Moscow University Physics Bulletin (Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya 3: Fizika, Astronomiya). 2018. V. 73. N 5. P. 470–474. **IF = 0.672 (WoS).**
- А 40. Зотов Д. И., Румянцева О. Д. Коррекция данных акустического томографирования в случае неидеального расположения излучателей и приемников // Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2022. Т. 86. № 1. С. 122–127. **IF = 0.665 (РИНЦ).**
- Zotov D. I., Romyantseva O. D.* Correcting data from acoustic tomography with a non-ideal arrangement of transmitters and receivers // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2022. V. 86. N 1. P. 83–87. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 41. Буров В. А., Касаткина Е. Е., Румянцева О. Д., Филимонов С. А. Моделирование томографического восстановления термоакустических источников. Итерационно-корреляционные методы // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 2. С. 167–177. **IF = 1.549 (РИНЦ).**

- Burov V. A., Kasatkina E. E., Romyantseva O. D., Filimonov S. A.* Simulation of the tomographic reconstruction of thermoacoustic sources: iteration-correlation methods // *Acoustical Physics*. 2003. V. 49. N 2. P. 134–142. **IF = 0.856 (WoS)**.
- А 42. *Буров В. А., Дариалашвили П. И., Румянцева О. Д.* Активно-пассивная термоакустическая томография // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. № 4. С. 474–484. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Darialashvili P. I., Romyantseva O. D.* Active-passive thermoacoustic tomography // *Acoustical Physics*. 2002. V. 48. N 4. P. 412–422. **IF = 0.856 (WoS)**.
- А 43. *Буров В. А., Дариалашвили П. И., Евтухов С. Н., Румянцева О. Д.* Экспериментальное моделирование процессов активно-пассивной термоакустической томографии // *Акуст. журн.* 2004. Т. 50. № 3. С. 298–310. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Darialashvili P. I., Evtukhov S. N., Romyantseva O. D.* Experimental modeling of the processes of active-passive thermoacoustic tomography // *Acoustical Physics*. 2004. V. 50. N 3. P. 243–254. **IF = 0.856 (WoS)**.
- А 44. *Буров В. А., Касаткина Е. Е., Марьин А. О., Румянцева О. Д.* Оценки максимального правдоподобия в корреляционной акустической термотомографии // *Акуст. журн.* 2007. Т. 53. № 4. С. 580–596. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Kasatkina E. E., Mar'in A. O., Romyantseva O. D.* Maximum likelihood estimates in correlation acoustic thermotomography // *Acoustical Physics*. 2007. V. 53. N 4. P. 508–523. **IF = 0.856 (WoS)**.
- А 45. *Буров В. А., Румянцева О. Д., Дмитриев К. В.* Создание управляемой анизотропной подсветки в корреляционных схемах акустической томографии // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 5. С. 591–597. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Romyantseva O. D., Dmitriev K. V.* Controlled anisotropic illumination in correlation acoustic tomography schemes // *Acoustical Physics*. 2018. V. 64. N 5. P. 590–595. **IF = 0.856 (WoS)**.
- А 46. *Буров В. А., Дмитриев К. В., Логинов С. В., Румянцева О. Д.* Экспериментальное обнаружение термоакустических источников методом фокусирующей корреляционной томографии // *Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая*. 2015. Т. 79. № 10. С. 1413–1419. **IF = 0.665 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Dmitriev K. V., Loginov S. V., Romyantseva O. D.* Experimental determination of thermal-acoustic sources by means of focusing correlation tomography // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2015. V. 79. N 10. P. 1257–1262. **IF = 0.476 (Scopus)**.
- А 47. *Буров В. А., Дмитриев К. В., Румянцева О. Д., Юрченко С. А.* Принцип получения изображений в корреляционной акустической термотомографии с фокусировкой // *Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая*. 2019. Т. 83. № 1. С. 70–75. **IF = 0.665 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Dmitriev K. V., Romyantseva O. D., Yurchenko S. A.* Principle of obtaining images in correlation acoustic thermotomography with focusing // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2019. V. 83. N 1. P. 59–63. **IF = 0.476 (Scopus)**.
- А 48. *Буров В. А., Евтухов С. Н., Ткачева А. М., Румянцева О. Д.* Акустическая томография нелинейного параметра с помощью малого числа преобразователей // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 6. С. 760–776. **IF = 1.549 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Evtukhov S. N., Tkacheva A. M., Romyantseva O. D.* Acoustic tomography of the nonlinear parameter by a small number of transducers // *Acoustical Physics*. 2006. V. 52. N 6. P. 655–669. **IF = 0.856 (WoS)**.
- А 49. *Буров В. А., Евтухов С. Н., Матвеев О. В., Румянцева О. Д.* Восстановление вектора скорости кровотока в процессе томографирования нелинейного параметра // *Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая*. 2006. Т. 70. № 12. С. 1694–1699. **IF = 0.665 (РИНЦ)**.
- Burov V. A., Evtukhov S. N., Matveev O. V., Romyantseva O. D.* Reconstruction of velocity vector of blood flow during tomography of acoustic nonlinear parameter // *Bulletin of*

- the Russian Academy of Sciences: Physics. 2006. V. 70. N 12. P. 1937–1943. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 50. Буров В. А., Матвеев О. В., Румянцева О. Д. Пространственно-корреляционный метод восстановления вектора скорости кровотока в нелинейной томографии // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 2. С. 268–276. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Matveev O. V., Rumyantseva O. D.* A spatial correlation method for reconstructing blood flow velocity vector in the nonlinear tomography // *Acoustical Physics*. 2010. V. 56. N 2. P. 238–245. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 51. Буров В. А., Евтухов С. Н., Румянцева О. Д. Восстановление картины кровотока в процессе томографирования акустического нелинейного параметра. Численное и физическое моделирование // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 5. С. 712–724. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Evtukhov S. N., Rumyantseva O. D.* Reconstruction of the blood flow pattern by tomography of the acoustic nonlinearity parameter: computer simulation and physical experiment // *Acoustical Physics*. 2008. V. 54. N 5. P. 615–625. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 52. Буров В. А., Матвеев О. В., Нестерова Е. В., Румянцева О. Д. Восстановление картины распределения вектора скорости кровотока в процессе акустического томографирования // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 5. С. 607–623. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Matveev O. V., Nesterova E. V., Rumyantseva O. D.* Reconstruction of the distribution pattern for the bloodstream velocity vector in the acoustic tomography procedure // *Acoustical Physics*. 2006. V. 52. N 5. P. 518–532. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 53. Буров В. А., Шмелев А. А., Румянцева О. Д. Томография пространственного распределения рассеивателя в нелинейных процессах третьего порядка // Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2008. Т. 72. № 1. С. 92–99. **IF = 0.665 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Shmelev A. A., Rumyantseva O. D.* Tomography of the spatial distribution of a scatterer in third-order nonlinear processes // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2008. V. 72. N 1. P. 82–88. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 54. Буров В. А., Крюков Р. В., Румянцева О. Д., Шмелев А. А. Проблемы использования нелинейных коллинеарных процессов в акустической томографии третьего порядка // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 57–79. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Kryukov R. V., Rumyantseva O. D., Shmelev A. A.* Problems in using nonlinear collinear processes in third-order acoustical tomography // *Acoustical Physics*. 2012. V. 58. N 1. P. 48–68. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 55. Буров В. А., Шмелев А. А., Крюков Р. В., Румянцева О. Д. Роль нелинейных взаимодействий в акустической томографии третьего порядка // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 6. С. 669–684. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Shmelev A. A., Kryukov R. V., Rumyantseva O. D.* Role of nonlinear interactions in third-order acoustic tomography // *Acoustical Physics*. 2015. V. 61. N 6. P. 636–650. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 56. Буров В. А., Крюков Р. В., Румянцева О. Д. Принципы акустической томографии третьего порядка на основе нелинейного взаимодействия кодированных волн // Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2015. Т. 79. № 12. С. 1676–1681. **IF = 0.665 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Kryukov R. V., Rumyantseva O. D.* Principles of third-order acoustic tomography based on nonlinear interaction of coded waves // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2015. V. 79. N 12. P. 1468–1472. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 57. Дмитриев К. В., Зотов Д. И., Румянцева О. Д. Принципы получения и обработки акустических сигналов в линейном и нелинейном томографах // Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2017. Т. 81. № 8. С. 1014–1019. **IF = 0.665 (РИНЦ).**



- Dmitriev K. V., Zotov D. I., Romyantseva O. D.* Principles of obtaining and processing of acoustic signals in linear and nonlinear tomographs // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2017. V. 81. N 8. P. 915–919. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 58. *Котельников Е. А., Крюков Р. В., Буров В. А., Дмитриев К. В., Румянцева О. Д.* Кодировка зондирующих сигналов при томографировании акустических нелинейных параметров // Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2019. Т. 83. № 1. С. 76–82. **IF = 0.665 (РИНЦ).**
- Kotelnikov E. A., Kryukov R. V., Burov V. A., Dmitriev K. V., Romyantseva O. D.* Coding of probe signals in the tomography of acoustic nonlinear parameters // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2019. V. 83. N 1. P. 64–69. **IF = 0.476 (Scopus).**
- А 59. *Буров В. А., Ким Е. Л., Румянцева О. Д.* Конфигурационная классификация изображений биологических тканей и технических структур // Информационные технологии и вычислительные системы. 2004. №4. С.41–58. **IF = 0.559 (РИНЦ).**
- А 60. *Буров В. А., Ким Е. Л., Румянцева О. Д.* Спектрально-морфологический анализ акустических изображений биологических тканей и композитных структур. I. Статистический подход // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 1. С. 68–80. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Kim E. L., Romyantseva O. D.* Spectral-morphological analysis of acoustical images of biological tissues and composite structures: I. Statistical approach // Acoustical Physics. 2005. V. 51. N 1. P. 52–62. **IF = 0.856 (WoS).**
- А 61. *Буров В. А., Ким Е. Л., Румянцева О. Д.* Спектрально-морфологический анализ акустических изображений биологических тканей и композитных структур. II. Тестовая классификация акустомикроскопических изображений // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 3. С. 311–322. **IF = 1.549 (РИНЦ).**
- Burov V. A., Kim E. L., Romyantseva O. D.* Spectral-morphological analysis of acoustical images of biological tissues and composite structures: II. Test classification of acoustomicroscopic images // Acoustical Physics. 2005. V. 51. N 3. P. 255–264. **IF = 0.856 (WoS).**

### **Патенты на изобретения:**

- А 62. *Пархоменко П. П., Каравай М. Ф., Сухов Е. Г., Фалеев Б. А., Дмитриев О. В., Дроздов С. А., Комаров О. В., Бабин Л. В., Попов А. С., Буров В. А., Раттэль М. И., Бобов К. Н., Конюшкин А. Л., Румянцева О. Д.* Ультразвуковой томограф и кольцевая антенная решетка для ультразвукового томографа // Патент на изобретение RU 2145797 С1. Москва, 2000.
- А 63. *Буров В. А., Шмелев А. А., Евтухов С. Н., Крюков Р. В., Zotov Д. И., Раттэль М. И., Бобов К. Н., Румянцева О. Д.* Ультразвуковой томограф // Патент на изобретение RU 2526424 С2. Москва, 2014.
- А 64. *Буров В. А., Шмелев А. А., Евтухов С. Н., Крюков Р. В., Zotov Д. И., Раттэль М. И., Бобов К. Н., Румянцева О. Д.* Ультразвуковой томограф // Патент на изобретение RU 2530659 С2. Москва, 2014.

### **Список цитируемой литературы**

*(нумерация цитируемой литературы продолжает предшествующий список авторских публикаций)*

65. *Фаддеев Л. Д.* Обратная задача квантовой теории рассеяния // Успехи математических наук. 1959. Т. 14. № 4 (88). С. 57–119.
66. *Фаддеев Л. Д.* Обратная задача квантовой теории рассеяния II // Сб.: Современные проблемы математики. М.: ВИНТИ, 1974. Т. 3. С. 93–180.

67. Шадан К., Сабатье П. Обратные задачи в квантовой теории рассеяния. Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 408 с.
68. Намперер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 288 с.
69. Newton R. G. Inverse Schrödinger scattering in three dimensions. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1989. 170 p.
70. Colton D., Kress R. Inverse acoustic and electromagnetic scattering theory. (Applied Mathematical Sciences, V. 93) Second edition. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1998. 334 p.
71. Scattering. Scattering and inverse scattering in pure and applied science. Eds. Pike R., Sabatier P. C. San Diego, San Francisco, New York, Boston, London, Sydney, Tokyo: Academic Press, 2002. 1831 p.
72. Devaney A. J. Mathematical foundations of imaging, tomography and wavefield inversion. Cambridge, New York et al: Cambridge University Press, 2012. 518 p.
73. Хорн Б. К. П. Методы восстановления внутренней структуры объектов при просвечивании расходящимся пучком // ТИИЭР. 1979. Т. 67. № 12. С. 40–48.
74. Duric N., Littrup P. Breast ultrasound tomography // Breast Imaging. Ed. Kuzmiak C. M. London: IntechOpen, 2018. P. 111–131.
75. Wiskin J. W., Borup D. T., Iuanow E, Klock J., Lenox M. W. 3-D nonlinear acoustic inverse scattering: Algorithm and quantitative results // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. 2017. V. 64. N 8. P. 1161–1174.
76. Hopp T., Zapf M., Gemmeke H., Ruiter N. V. Experimental evaluation of straight ray and bent ray phase aberration correction for USCT SAFT imaging // Proceedings of SPIE (The International Society for Optical Engineering). Medical Imaging 2018: Ultrasonic Imaging and Tomography. Eds. Duric N., Byram B. C. 2018. V. 10580. P. 105800M-1 – 101390M-12.
77. Ультразвук в медицине. Физические основы применения. Изд. 2-е. Под ред. Хилла К., Бембера Дж., тер Хаар Г. Пер. с англ. М.: Физматлит, 2008. 544 с.
78. Липовко П. О. Отражение звука от межтканевых границ // Биофизика. 1988. Т. 33. № 4. С. 686–691.
79. Белишев М. И., Благовещенский А. С. Динамические обратные задачи теории волн. С.-Петербург: Изд. С.-Петерб. университета, 1999. 268 с.
80. Pestov L. N. On determining an absorption coefficient and a speed of sound in the wave equation by the BC method // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2014. V. 22. N 2. P. 245–250.
81. Новиков Р. Г., Хенкин Г. М.  $\bar{\partial}$ -уравнение в многомерной обратной задаче рассеяния // Успехи математических наук. 1987. Т. 42. № 3 (255). С. 93–152.
82. Novikov R. G. The inverse scattering problem on a fixed energy level for the two-dimensional Schrödinger operator // Journal of Functional Analysis. 1992. V. 103. N 2. P. 409–463.
83. Гриневич П. Г., Манаков С. В. Обратная задача теории рассеяния для двумерного оператора Шредингера,  $\bar{\partial}$ -метод и нелинейные уравнения // Функцион. анализ и его прил. 1986. Т. 20. № 2. С. 14–24.
84. Novikov R. G. Rapidly converging approximation in inverse quantum scattering in dimension 2 // Physics Letters A. 1998. V. 238. N 2–3. P. 73–78.
85. Новиков Р. Г. Приближенное решение обратной задачи квантовой теории рассеяния при фиксированной энергии в размерности 2 // Сб.: Труды Математического института им. В. А. Стеклова. Солитоны, геометрия, топология – на перекрестках. М.: Наука, 1999. Т. 225. С. 301–318.
86. Novikov R. G. The  $\bar{\partial}$ -approach to approximate inverse scattering at fixed energy in three dimensions // International Mathematics Research Papers. 2005. N 6. P. 287–349.