

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова**

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА АКУСТИКИ**

УТВЕРЖДАЮ

«__» _____ //
20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Введение в методы возмущений и теорию дифракции

Уровень высшего образования:

Специалитет

Специальность:

03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Направленность (профиль)/специализация образовательной программы:

Акустика

Форма обучения:

Очная

Москва 2023

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по специальности 03.05.02 «Фундаментальная и прикладная физика», утвержденным приказом МГУ от 21.12.2018 г. № 1780.

Год (годы) приема на обучение_____

Автор–составитель:

Д.ф.-м.н., б.з., Шанин Андрей Владимирович, кафедра акустики физического факультета МГУ

Заведующий кафедрой

Д.ф.-м.н., профессор, Руденко Олег Владимирович, заведующий кафедрой акустики

Аннотация к рабочей программе дисциплины

Курс посвящен асимптотическим методам, имеющим отношение к теории колебаний, радиофизике, акустике и теории волн, а также основные методы теории дифракции. Вводится понятие асимптотического ряда, подробно обсуждаются свойства таких рядов. Показывается, как асимптотические ряды возникают при оценке дифракционных интегралов, при выполнении преобразования Фурье, а также при решении обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Демонстрируются основные современные методы теории возмущений. Рассматриваются задачи дифракции волн как краевые задачи математической физики. Обсуждается решение элементарных задач методом разделения переменных. Вводится понятие фазового интеграла и приводятся основные приемы оценки фазовых интегралов. Описываются основные приближенные методы теории дифракции (ГТД, ФТД, РГТД) и их модификации. Обсуждается метод параболического уравнения теории дифракции, в частности, в применении к задаче о распространении над искривленной поверхностью. Дается представление о канонических задачах дифракции

Дисциплина реализуется в специалитете на 5 курсе в 9 семестре и является обязательной дисциплиной специализации.

Объем дисциплины составляет 3 з.е., в том числе 72 академических часов, отведенных на контактную работу с преподавателем, 36 академических часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся.

Аттестация по дисциплине – экзамен.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина обязательная. Обязательная часть, профессиональный блок, спецкурс кафедры для обучающихся по специализации «Акустика».

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия

Математический анализ, теория функций комплексной переменной, дифференциальные уравнения

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с индикаторами достижения компетенций
		<p>Знать основные понятия теории возмущений (асимптотического ряда, остаточного члена, анзаца разложения), асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений в особых точках, основные методы построения решений задач теории колебаний, основные теоретические методах современной теории дифракции.</p> <p>Владеть навыком строить асимптотические оценки интегралов, асимптотические разложения решений в особых точках обыкновенных дифференциальных уравнений, уметь строить решения задач теории колебаний и волн с помощью изученных методов теории возмущений.</p> <p>Уметь корректно ставить дифракционную задачу, выбирать метод для ее решения, получать формальное решение и проводить асимптотические оценки</p>

		решения.
--	--	----------

4. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе: 72 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 36 академических часов, отведенных на самостоятельную работу обучающихся.

Контактная работа включает в себя: занятия лекционного типа (лекции)

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (ак.ч.)	В том числе					Самостоятельная работа обучающегося, академические часы	Форма текущего контроля успеваемости, наименование
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) <i>Виды контактной работы, академические часы¹</i>						
		Занятия лекционного типа (лекции)	Занятия семинарского типа			Всего		
Семинары	Лабораторные занятия*		Практические занятия*					
1. Введение. Понятие асимптотического ряда по Пуанкаре. Примеры асимптотических рядов	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
2. Вычисление интегралов типа Лапласа. Интегралы типа Лапласа. Метод перевала	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
3. Вычисление интегралов типа Фурье. Интегралы типа Фурье. Фазовые интегралы в теории дифракции	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
4. Спектр частотно-модулированного сигнала	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>

¹Текущий контроль успеваемости может быть реализован в рамках занятий лекционного и(или) семинарского типа.

Интегралы типа Фурье. Фазовые интегралы в теории дифракции								
5. Классификация особых точек ОДУ. Особые точки обыкновенных дифференциальных уравнений. Примеры и классификация	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
6. Асимптотики решений в особых точках Асимптотики решений обыкновенных дифференциальных уравнений в особых точках	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
7. Прямое разложение в задачах теории колебаний. Метод прямого разложения. Границы применимости. Понятие равномерного разложения.	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
8. Метод медленно меняющейся амплитуды и фазы. Метод прямого разложения. Границы применимости. Понятие равномерного разложения	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
9. Метод усреднения Метод медленно меняющейся амплитуды и фазы, метод многих масштабов.	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
10. ВКБ разложение ВКБ разложение, Точки поворота, функция Эйри, каустики.	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
11. Сингулярно-возмущенные задачи. Сингулярно возмущенные задачи. Метод сращивания асимптотических разложений, пограничный слой, краевые эффекты.	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
12. Безразмерные параметры Безразмерные параметры в	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>

физических задачах.								
13. Основные уравнения. Линеаризованные уравнения гидродинамики. Акустический потенциал Волновое уравнение. Уравнение Гельмгольца. Функция Грина. Поле монопольного источника. «Мягкая» и «жесткая» граница. Метод отражений в простейшем случае.	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
14. Разложение по плоским волнам. Преобразование Фурье уравнения Гельмгольца. Разложение по плоским волнам. Вывод функций Грина 2D и 3D с помощью разделения переменных. Метод перевала.	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
15. Техника вычисления преобразования Фурье. Интегралы типа Фурье. Фазовые интегралы в теории дифракции	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
16. Импедансные границы и слоистые среды Импедансные граничные условия. Отражение плоской волны от импедансной границы. Отражение от границы раздела двух сред. Понятие импеданса среды, формула Френеля. Слоистая среда как последовательное соединение четырехполюсников.	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
17. Волны в трубах. Метод двух микрофонов. ЛИВ-системы (отступление). Дисперсионная диаграмма периодической системы. Полосы пропускания и непропускания. Уравнение	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>

Вебстера. Рупор.								
18. Постановка задач дифракции. Математическая постановка задач дифракции. Условия излучения и краевые условия. Формула Грина. Граничное интегральное уравнение. Приближение Кирхгофа. Теорема взаимности	6	4				4	2	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
19. Понятие фазового интеграла. Решение задачи дифракции на сфере в приближении Кирхгофа. Блик и эффективная площадь рассеяния сферы. Эффективная площадь рассеяния как площадь первой зоны Френеля. Асимптотики интеграла Френеля. Описание зоны полутени с помощью интеграла Френеля	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
20. Блик и зона полутени Решение задачи дифракции на сфере в приближении Кирхгофа. Блик и эффективная площадь рассеяния сферы. Эффективная площадь рассеяния как площадь первой зоны Френеля. Асимптотики интеграла Френеля. Описание зоны полутени с помощью интеграла Френеля	3	2				2	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
21. Вывод параболического уравнения теории дифракции. Вывод ПУ; границы применимости ПУ; лирическое отступление: почему линза выполняет преобразование Фурье; решение ПУ и функция Грина; дифракция на полуплоскости и интеграл Френеля; уравнения Фокса-Ли; чем ПУ лучше уравнения	5	4				4	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>

Гельмгольца?								
22. Распространение волн над выпуклой поверхностью. Параболическое уравнение вблизи поверхности цилиндра; вогнутая цилиндрическая граница: моды шепчущей галереи; поле в окрестности каустики; Фазовый набег при прохождении каустики; асимптотики функции Эйри на комплексной плоскости	5	4				4	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
23. Приближенные и лучевые методы ТД. Иерархия моделей для описания дифракционных полей в сложных ситуациях. Краткая характеристика следующих "теорий дифракции": геометрической оптики, физической оптики, геометрической теории дифракции, физической теории дифракции, равномерной теории дифракции, SUTD, метода В.А. Боровикова. Понятие дифракционного коэффициента (диаграммы направленности решения канонической задачи). Основные канонические задачи дифракции.	5	4				4	1	<i>Домашнее задание, Контрольная работа</i>
Промежуточная аттестация экзамен	3						3	экзамен
Итого	108	72					36	

*Лабораторные занятия, практические занятия относятся к практической подготовке обучающихся.

6. Фонд оценочных средств для оценивания результатов обучения по дисциплине

6.1. Типовые задания и иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения:

Пример домашнего задания:

1. Оценить интеграл

$$I(s) = \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} e^{sx} dx$$

при больших положительных s

2. Исследовать нелинейный осциллятор

$$\ddot{u} + (1 + \varepsilon u^2)u = 0$$

при малых ε методом многих масштабов. Найти поправку к частоте колебаний в первом приближении.

3. Оценить сечение рассеяния идеально отражающего цилиндра с радиусом, много большим длины волны

4. Вывести коэффициент прохождения низкочастотной акустической волны через тонкую тяжелую пластину

Пример заданий для контрольной работы

1. Найти особые точки и указать анзацы решений в этих особых точках для уравнения Куммера

$$z \frac{d^2 w}{dz^2} + (b - z) \frac{dw}{dz} - aw = 0$$

2. Исследовать уравнение

$$u + [1 + \delta + \varepsilon \cos(2t)]u = 0$$

с помощью метода усреднения, полагая

$$u = a(t) \cos(t + \beta(t))$$

3. На трубе сечением S имеется утолщение сечением D и длиной L . Найти коэффициент отражения и коэффициент пропускания такой системы для поршневой моды.

4. Выписать поле во втором приближении ряда Шварцшильда для дифракции на щели.

Задачи к экзамену:

1. Оценить интеграл при $\lambda \rightarrow \infty$

$$I(\lambda) = \int_{-1}^1 \frac{e^{\lambda x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

2. Оценить интеграл при $\lambda \rightarrow \infty$

$$I(\lambda) = \int_{-1}^1 e^{-\lambda x} \sqrt{1-x^2} dx$$

3. Построить асимптотику функции ошибок

$$\operatorname{Erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-t^2} dt$$

при больших действительных отрицательных z

4. Функция Эйри $Ai(z)$ определяется интегралом

$$Ai(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos(t^3/3 + zt) dt$$

Найти ее асимптотики при больших положительных и больших отрицательных z

5. . Функция Эйри $Bi(z)$ определяется интегралом

$$Bi(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [\exp(-t^3/3 + zt) + \sin(t^3/3 + zt)] dt$$

Найти ее асимптотики при больших положительных и больших отрицательных z

6. Найти поправку к собственной частоте колебаний для нелинейного осциллятора, описываемого уравнением

$$\ddot{u} + u + \varepsilon u^5 = 0$$

при малом ε

7. Записать укороченные уравнения и описать поведение системы, описываемой уравнением

$$\dot{u} + u + \varepsilon \operatorname{sign}(u) = 0$$

$$\operatorname{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

при малом ε

8. Записать укороченные уравнения и описать поведение системы, описываемой уравнением

$$\ddot{u} + u + \varepsilon \operatorname{sign}(\dot{u}) = 0$$

$$\operatorname{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

при малом ε

9. Вывести и решить укороченные уравнения для системы, описываемой уравнением

$$\ddot{u} + u + \varepsilon (\dot{u})^3 = 0$$

при малом ε

10. Вывести и решить укороченные уравнения для системы, описываемой уравнением

$$\ddot{u} + u + \varepsilon \dot{u} u^4 = 0$$

при малом ε

11. Вывести укороченные уравнения и найти поправку к собственной частоте для системы, описываемой уравнением

$$\ddot{u} + u + \varepsilon (\dot{u})^2 u = 0$$

при малом ε

12. Исследовать особые точки уравнения (определить тип особых точек и найти показатели) для уравнения

$$(1 - z^2)u''' - 2zu' + \left(\nu(\nu + 1) - \frac{\mu^2}{1 - z^2} \right)u = 0$$

относительно функции $u(z)$

13. Решить краевую задачу для уравнения

$$\varepsilon y'' + y' = 1$$

на отрезке $x \in [0,1]$ с граничными условиями

$$y(0) = \alpha, \quad y(1) = \beta$$

Здесь ε - малый параметр

14. Решить краевую задачу для уравнения

$$\varepsilon y'' + y' = x$$

на отрезке $x \in [0,1]$ с граничными условиями

$$y(0) = \alpha, \quad y(1) = \beta$$

Здесь ε - малый параметр

15. Решить краевую задачу для уравнения

$$\varepsilon y'' + iy = 1$$

на отрезке $x \in [-1,1]$ с граничными условиями

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0$$

Здесь ε - малый параметр

16. Оценить значение интеграла

$$I(\lambda) = \int_{-1}^2 \cos(\lambda \cos x) dx$$

при больших положительных λ

Теоретические вопросы к экзамену:

1. Понятие асимптотического ряда по Пуанкаре
2. Асимптотическая оценка интегралов Лапласа
3. Метод перевала
4. Спектр частотно-модулированного сигнала
5. Классификация особых точек обыкновенных дифференциальных уравнений
6. Асимптотические разложения в регулярных особых точках обыкновенных дифференциальных уравнений
7. Асимптотические разложения в иррегулярных особых точках ранга один обыкновенных дифференциальных уравнений
8. Прямое асимптотическое разложение в задачах теории колебаний. Понятие равномерности разложения и секулярных членов
9. Метод усреднения

10. Метод многих масштабов
11. Метод ВКБ
12. Сингулярно-возмущенные задачи. Метод сращиваемых асимптотических разложений
13. Асимптотики функций Эйри
14. Уравнение Гельмгольца, волновое уравнение, линеаризованные уравнения Эйлера. Акустический потенциал
15. Понятие импеданса среды, отражение от плоской границы двух сред, формула Френеля.
16. Функция Грина источника, расположенного на границе двух сред. Оценка излученной волны методом перевала.
17. Возбуждение волны в среде с импедансной границей. Формула Вейля - Ван дер Поля.
18. Отражения от слоистой среды. Интеграл Фурье-Бесселя.
19. Поле в волноводе. Частота отсечки.
20. Отражение поршневой моды от конца тонкой трубы
21. Метод двух микрофонов.
22. Дисперсионная диаграмма периодической системы. Полосы пропускания и непропускания.
23. Математическая постановка задач дифракции. Условия излучения и краевые условия.
24. Формула Грина. Граничное интегральное уравнение.
25. Приближение Кирхгофа.
26. Теорема взаимности для дифракционной задачи.
27. Решение задачи дифракции на полосе в приближении Кирхгофа. Понятие зоны полутени.
28. Описание зоны полутени с помощью интеграла Френеля. Приведение стандартного интеграла "полнос вблизи точки перевала" к интегралу Френеля.
29. Вывод параболического уравнения; границы применимости параболического уравнения.
30. Параболическое уравнение вблизи поверхности цилиндра, волны соскальзывания.
31. ПУ для вогнутой цилиндрической границы. Моды шепчущей галереи.
32. Приближения ГО и ФО.
33. Приближения ГТД и РГТД.

34. Приближение ФТД и его сравнение с ГТД.
35. Решение задачи о дифракции на полуплоскости.

6.2. Шкала и критерии оценивания

7. Ресурсное обеспечение

Основная литература

1. А.Найфэ. Введение в методы возмущений. М.Мир. 1984 535 с.
2. Ф.Олвер. Асимптотика и специальные функции. М.Наука 1990, 528 с.
3. Е.А. Тропкина, Асимптотические методы. Самара: Изд-во Самарского университета, 2022.
4. С.Солимено, Б.Крозиньяни, П.Ди Порто. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. М.:Мир, 1989, 664 с.
5. Х.Хёнл, А.Мауэ, К.Вестпфаль. Теория дифракции. М.:Мир, 1964., 428 с.
6. Е.Л.Шендеров. Излучение и рассеяние звука. Л.:Судостроение, 1989, 304 с.

Дополнительная литература

1. А.Эрдейи. Асимптотические разложения. М.Физматгиз, Москва 1962, 128с.
2. Н.Н. Боголюбов, Ю.А.Митропольский. Асимптотические методы теории нелинейных колебаний. М.Наука. 1974, 504 с.
3. В.М. Бабич, В.С. Булдырев. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972, 456 с.
4. В.А. Боровиков, Б.Е. Кинбер, Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978, 248 с.
5. В.А. Фок. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970, 520 с.
5. В. М. Бабич, М. А. Лялинов, В. Э. Грикуров. Метод Зоммерфельда-Малюжинца в теории дифракции. СПб: Изд-во СПбГУ, 2003.

Методическое пособие по теории возмущений

http://acoustics.phys.msu.ru/teachers/shanin_files/perturbation_book.pdf

Видеозапись лекций по распространению и рассеянию волн:

http://acoustics.phys.msu.ru/teachers/shanin_files/diffraction_video.htm

8. Язык преподавания: русский.