

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. ЛОМОНОСОВА

Физический факультет

На правах рукописи

УДК 534.2



005018333

Дмитриев Константин Вячеславович

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Дмитриев'.

**НЕПРЕРЫВНЫЕ И ИМПУЛЬСНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ
СИГНАЛЫ В ДВАЖДЫ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ СРЕДАХ**

Специальность: 01.04.06 – акустика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

19 АПР 2012

Москва – 2012

Работа выполнена на кафедре акустики физического факультета
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор БУРОВ Валентин Андреевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
КАРАБУТОВ Александр Алексеевич

доктор физико-математических наук,
профессор
МИРГОРОДСКИЙ Владимир Иванович

Ведущая организация: Научный центр волновых исследований

Защита диссертации состоится “ 10 ” мая 2012 г. в 18.30 часов на
заседании Совета Д.501.001.67 в МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу:
119992, г. Москва, ГСП-2, Ленинские Горы, МГУ, физический факультет,
Центральная физическая ауд. им. Р.В. Хохлова


С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке физического
факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан “ 09 ” апреля 2012 г.

Ученый секретарь

Специализированного Совета Д.501.001.67

кандидат физико-математических наук

 А.Ф. КОРОЛЕВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

В течение нескольких последних лет в литературе присутствует повышенный интерес к средам с отрицательным показателем преломления. Впервые на возможность их существования и ряд присущих им особенностей было указано в работах Л.И. Мандельштама [1, 2]. Более подробно они рассматривались в работе В.Г. Веселаго [3], где изучалось распространение электромагнитных монохроматических волн через среду, диэлектрическая ϵ и магнитная μ проницаемость которой одновременно являются отрицательными. Хотя в процессе поиска сред с такими характеристиками были проанализированы многие возможности, до сих пор практических реализаций в области «естественных» материалов не известно. Тем не менее, современные технологии позволяют искусственно создавать метаматериалы – структуры, состоящие из периодически или хаотически расположенных элементов малого волнового размера. При специальном подборе конструкции каждого из таких элементов характеристики всей структуры могут быть весьма необычными. В частности, в электродинамике были экспериментально получены метаматериалы с отрицательными эффективными значениями ϵ и μ [4, 5]. Появление материалов с такими свойствами делает актуальной задачу разработки методов описания сред с произвольным как по величине, так и по знаку распределением параметров и волновых процессов в них.

В средах с отрицательными ϵ и μ волновой вектор составляет с векторами электромагнитного поля \mathbf{E} и \mathbf{H} левую тройку, а не правую, как это имеет место в «обычных» средах. Поэтому они названы в [3] «левыми», а среды с положительными ϵ и μ – правыми. Существование левых сред обеспечивает целый ряд эффектов, которые могут иметь практическую пользу. Часть из них обсуждалась в [3]. Это обращенные эффекты Доплера и Вавилова-Черенкова, эффекты отрицательного давления света («световое притяжение») и отрицательного преломления. Из них серьезной значимостью обладает последний эффект, с ним же так или иначе связана значительная часть публикаций по рассматриваемой тематике. Смысл его состоит в том, что падающий и преломленный лучи лежат по одну сторону относительно нормали к границе правой и левой сред. Чтобы описать такое поведение луча с помощью закона Снеллиуса, необходимо приписать левой среде отрицательный показатель преломления.

При описании волновых процессов в левых средах с помощью волнового уравнения или уравнения Гельмгольца возникает проблема выбора знака показателя преломления, поскольку он входит в эти уравнения в квадрате, и левая среда оказывается с этой точки зрения неотличима от обычной. Для решения данной проблемы обычно используются дополнительные соображения, такие как выполнение принципа причинности или аналитичность корневой зависимости. Поэтому важно использовать более последовательные методы, основанные на



уравнениях первого порядка, куда параметры среды входят раздельно, и проблемы выбора знака не возникает.

Особый интерес представляет среда, у которой показатель преломления равен в точности -1 . Это достигается в электродинамических задачах за счет идеального согласования с вакуумом: $\varepsilon = -1$ и $\mu = -1$. В таком случае ее импеданс равен импедансу вакуума, и на границе раздела отсутствует отраженная волна. Плоскопараллельная пластина, обладающая таким показателем преломления, является фокусирующим элементом. Однако, в отличие от обычной линзы, у нее отсутствует фокальная плоскость, и изображение можно получить лишь для источников, находящихся от пластины на расстоянии, не превышающем ее толщину. Тем не менее, отсутствие отражения на границах существенно улучшает характеристики такой пластины в качестве линзы. Второй ее особенностью является отсутствие сферических aberrаций: обе поверхности плоские. Третья особенность заключается в том, что граничные условия приводит к симметрии поля относительно границ пластины, что вызывает экспоненциальное усиление в левой среде неоднородных нераспространяющихся волн [6]. Именно эти волны отвечают за субволновые детали изображения источника. Будучи восстановленными в области фокуса, они позволяют получить разрешение, превышающее дифракционный предел. В этом смысле рассматриваемая пластина является «идеальной» линзой. Однако дальнейшие исследования показали, что повышенная разрешающая способность достигается лишь при очень точном выполнении условий $\varepsilon = -1$ и $\mu = -1$ [7]. Если допустить возможность некоторого отклонения от них, то обеспечение повышенной разрешающей способности требует ограничения толщины пластины, которая оказывается сравнимой или даже существенно меньшей длины волны.

Отсутствие волны, отраженной от идеально согласованной левой среды, приводит к идее о возможности создания систем, не искажающих падающее поле, т.е. реализующих эффект невидимости. Помимо отсутствия отражения левая среда имеет отрицательную фазовую скорость, а, следовательно, может быть использована для создания механизма компенсации фазового набега, возникающего в правой среде. Практическую значимость такая система приобретает, если среда содержит область тени, куда не проникает внешнее излучение, а значит, и сама система, и помещенный внутрь нее объект не виден внешнему наблюдателю. Для того чтобы получить пространственное распределение параметров системы, обеспечивающее такой эффект, был предложен метод трансформационной оптики [8, 9]. Рассчитанные с его помощью конфигурации использовали сильно анизотропные и неоднородные материалы с чисто положительными значениями ε и μ , которые принимали экстремальные (нулевые или бесконечные) значения на внутренних и внешних границах конструкции. Всё это обуславливает сложность практического изготовления элементов таких конфигураций.

Поэтому желательно разработать систему, не использующую «экстремальных» значений параметров, а также их анизотропию.

Левые среды предполагают противоположную направленность волнового вектора и вектора Умова-Пойнтинга. Отсюда делается вывод о противоположной направленности фазовой и групповой скорости, наличии дисперсии и поглощения. Эти факторы существенно усложняют анализ волновых процессов в левых средах и вызывают во многих случаях спорные ситуации (некоторые из них описаны в разделах 1.2 и 1.3 диссертации), к которым следует вернуться, подвергнув их внимательному рассмотрению. Также представляется актуальным проведение строгого анализа выполнения принципа причинности и выявление существенной роли характера дисперсии и ограничений, возникающих из наличия поглощения в рассматриваемых средах и его величины.

Вопросы, связанные с левыми средами, в основном обсуждаются в электродинамике, в акустике им уделено существенно меньшее внимание. В то же время, рассмотрение аналогичных сред в акустике также представляет большой интерес. Во-первых, формальный переход от электродинамики к акустике невозможен, поскольку в акустике, по крайней мере, жидких сред волны являются продольными, и невозможно выделять тройки векторов, которые позволили бы характеризовать среду как левую. Во-вторых, изучение нового класса явлений, связанных с рассматриваемыми средами, требует пересмотра многих «устоявшихся» закономерностей и связей. В-третьих, в основе акустики лежат уравнения «классической» механики сплошных сред, и поэтому проведение такого анализа именно в акустике представляется более простым, наглядным и заслуживающим внимания.

Цели и задачи

Основной **целью работы** является изучение акустических волновых процессов в средах, аналогичных левым средам в электродинамике. В рамках данной цели ставились и решались следующие конкретные **задачи**:

1. Провести анализ свойств и явлений, аналогичных характерным для левых сред в электродинамике. На этой основе определить класс сред, являющихся их акустическим аналогом. Обсудить сделанный рядом авторов выбор механических параметров, отрицательность которых определяет среду в качестве такого аналога и выяснить их физический смысл.

2. Разработать аналитический метод, позволяющий рассчитывать акустические поля в системах с произвольным по величине и знаку распределением найденных параметров. Этот метод не должен опираться на какие-либо априори известные свойства левых сред. Метод должен предполагать возможность реализации численных расчетов. При этом аналитические возможности подходов, основанных на уравнении типа Липпмана-Швингера представляются достаточно привлекательными как при решении прямых, так и обратных волновых задач.

3. На основе разработанного метода провести моделирование волновых процессов в системах, содержащих рассматриваемые среды. Показать, что наблюдаемые при этом эффекты аналогичны эффектам, характерным для левых сред в электродинамике, что подтверждает верность выбора параметров, характеризующих среду.

4. Показать рост разрешающей способности плоскопараллельной пластины при применении рассматриваемых сред.

5. Разработать и промоделировать в волновом и лучевом представлениях акустическую систему, позволяющую скрывать рассеиватель и содержащую изотропные среды, параметры которых не обращаются в ноль или в бесконечность.

6. Изучить влияние пространственной дискретизации среды на процессы в рассматриваемых средах. Дискретизация имеет не только численный, но и физический смысл, поскольку среды, реализующие рассматриваемые свойства, являются метаматериалами, содержащими локальные включения.

7. Исследовать влияние дисперсии в рассматриваемых средах. Провести анализ принципиальной возможности создания недиспергирующих, непоглощающих или слабопоглощающих сред, обладающих отрицательными параметрами (как будет ясно из дальнейшего, такими параметрами является эффективные плотность и сжимаемость). Изучить процессы прохождения нестационарных сигналов при различном характере дисперсии и рассмотреть вопрос о выполнении принципа причинности в каждом из случаев.

Научная новизна работы

В работе впервые:

1. Показано, что среды с отрицательной эффективной плотностью и сжимаемостью являются акустическими аналогами левых сред в электродинамике. Этот вывод сделан на основе рассмотрения всей совокупности явлений в таких средах. Приведен пример механической системы, обладающей такими свойствами в определенной полосе и описываемой уравнениями гидродинамики.

2. Получено уравнение типа Липпмана-Швингера для системы уравнений гидродинамики. На его базе разработан аналитический, а затем и численный методы, позволяющие анализировать и рассчитывать акустические поля колебательной скорости и давления в системах с произвольным по знаку и величине распределением эффективной плотности и сжимаемости. Метод позволяет рассматривать как монохроматические процессы, так и процессы распространения сигналов произвольной формы. Характеристики среды при этом могут произвольным образом зависеть от времени или представлять собой интегральные операторы типа свертки по временной переменной.

3. Изучены акустические процессы в плоскопараллельной пластине с отрицательными эффективными плотностью и сжимаемостью, а также в неоднородной системе, скрывающей заключенный в ней

рассеиватель. Проведен анализ влияния пространственной дискретизации среды.

4. Проведено изучение характера дисперсии в акустических средах с отрицательными эффективными плотностью и сжимаемостью. Показано, что недиспергирующих сред с такими характеристиками не существует. В предположении отсутствия у дисперсионной характеристики пиков такая среда оказывается сильно поглощающей. Если частотные зависимости эффективных плотности и сжимаемости носят резонансный характер, поглощение в требуемой полосе частот может быть невелико.

5. Проанализировано прохождение импульсных сигналов через среду с плотностью и сжимаемостью в виде причинных резонансных функций отклика. Показано, что в диапазоне частот, соответствующем отрицательным параметрам, область развития переходного процесса в среде распространяется с конечной скоростью. В рамках установившегося режима на несущей частоте импульса процесс происходит аналогично протеканию монохроматического процесса в среде с отрицательными эффективными параметрами.

Практическая значимость работы

1. Модели акустических дважды отрицательных сред дают обильный материал для изучения присущих этим средам явлений, сохраняя высокую степень наглядности изучаемых процессов.

2. Предложенные аналитический и, основанный на нем, численный методы позволяют решать прямую задачу рассеяния акустических волн в очень широком классе акустических систем. Использование в основе метода уравнения типа Липпмана-Швингера делает возможным обобщение существующего аппарата решения обратных задач на случаи участия сред с отрицательной эффективной плотностью и сжимаемостью. Особое значение при этом имеет возможность сокрытия рассеивателя, которая может реализоваться даже при применении изотропных материалов.

3. Анализ характера дисперсии показывает, что для создания сред с отрицательными эффективными значениями плотности и сжимаемости нужно использовать резонансные системы, создающие рассеяние как дипольного, так и монопольного типа.

4. Предложенный вариант одномерной акустической системы, в котором могут проявляться отрицательные эффективные параметры, может быть реализован на практике. Подобная структура может быть использована в двумерных системах.

Положения, выносимые на защиту.

1. Среда, характеризующиеся одновременно отрицательными значениями эффективной плотности и сжимаемости (дважды отрицательные среды), являются акустическим аналогом левых сред в электродинамике не только по наличию двух отрицательных параметров,

характеризующих их в качестве таковых, но и по совокупности наблюдаемых в них эффектов.

2. Предложенное для системы уравнений гидродинамики матричное уравнение Липпмана-Швингера позволяет анализировать монохроматические и нестационарные процессы в средах с произвольным знаком и величиной плотности и сжимаемости без необходимости привлечения каких-либо дополнительных соображений. В этом случае открываются возможности анализа не только прямых, но и обратных волновых задач для таких процессов.

3. Использование изотропных дважды отрицательных акустических сред дает возможность построения акустических конфигураций, реализующих эффект сокрытия рассеивателя, аналогичный имеющему место в электродинамике.

4. Волновые свойства дважды отрицательных сред без дисперсии не удовлетворяют принципу причинности. В предположении об отсутствии резких перепадов характеристики $\omega(k)$ поглощение в таких средах велико и составляет десятки Дб на длину волны. Среды с резонансными функциями отклика по плотности и сжимаемости могут обладать отрицательной эффективной плотностью и сжимаемостью при, одновременно, небольшом поглощении в требуемой полосе частот.

5. При распространении импульсного сигнала через среду с резонансными функциями отклика по плотности и сжимаемости соблюдается принцип причинности. В установившемся режиме поведение среды можно описывать установившимися эффективными параметрами, значения которых могут быть отрицательны.

Достоверность полученных результатов обеспечивается совпадением итогов численного моделирования с известными аналогами в электродинамике, в тех случаях, где такое сравнение возможно. Проверка корректности используемых численных схем производилась путем замены отрицательных параметров среды на положительные, для которых часто существовало аналитическое решение задачи.

Апробация работы

Вошедшие в диссертацию материалы докладывались на основных профильных российских и международных конференциях последних лет:

1. XV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (Москва, 2008)
2. XI Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах» (Звенигород, Московская область, 2008)
3. XX сессии Российского Акустического Общества (Москва, 2008)
4. 9th International Conference on Theoretical and Computational Acoustics (Dresden, Germany, 2009)

5. XII Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах» (Звенигород, Московская область, 2010)

6. XIII Всероссийской школы-семинара «Физика и применение микроволн» (Звенигород, Московская область, 2011)

7. Семинар Научного Центра Волновых Исследования ИОФ РАН (Москва, 2008)

8. Научная сессия Отделения физических наук РАН «Электромагнитные и акустические волны в метаматериалах и структурах» (Москва, 2011)

Кроме того, результаты обсуждались на научных семинарах кафедр акустики и математики физического факультета МГУ, а также Лаборатории геометрических методов математической физики им. Н.Н. Боголюбова механико-математического факультета МГУ.

Публикации

Основные результаты диссертации изложены в 13 печатных работах [*1 – *13], 5 из которых опубликованы в реферируемых журналах, список публикаций приводится в конце автореферата.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы из 103 наименований. Общий объем работы составляет 129 страниц, включающих 39 рисунков.

Личный вклад автора

Все изложенные в диссертационной работе оригинальные результаты получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, излагается современное состояние проблемы, формулируется общая постановка задачи.

В **первой главе** представлен обзор основных публикаций, посвященных левым средам в электродинамике и их аналогам в акустике. В настоящее время в этой области существует много противоречивых мнений и споров, и в данной диссертационной работе делается попытка разобраться с некоторыми из них.

Вторая глава состоит из четырех разделов. В ней проводится построение теоретического аппарата, позволяющего вести рассмотрение волновых процессов в неоднородных средах, включающих неоднородности с произвольной величиной и знаком эффективной плотности и сжимаемости среды.

В **разделе 2.1** исследуется вопрос о выборе уравнений, позволяющих описывать системы, где плотность и сжимаемость могут принимать отрицательные значения. Исходными для акустики являются уравнения

гидродинамики, линеаризованная система которых в монохроматическом случае (при временной зависимости полей $\sim \exp(-i\omega t)$, где ω – частота) имеет вид

$$\nabla p - i\omega \rho \mathbf{v} = \mathbf{f}; \quad \nabla \mathbf{v} - i\omega \eta p = \varphi, \quad (1)$$

где φ и \mathbf{f} – скалярные и векторные первичные источники акустического поля, соответственно, p и \mathbf{v} – акустическое давление и колебательная скорость, ρ и η – плотность и сжимаемость среды. Данную систему можно свести к уравнению Гельмгольца:

$$\Delta p + k^2 p = \nabla \mathbf{f} - \frac{\nabla \rho}{\rho} \mathbf{f} - i\omega \rho \varphi + \frac{\nabla \rho}{\rho} \nabla p, \quad (2)$$

где $c(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}$ – фазовая скорость звука, $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ – квадрат волнового числа. Уравнение (2) содержит меньше переменных, чем исходная система (1). Кроме того, оно существенно упрощается в том случае, когда в рассматриваемом объекте можно считать постоянной плотность среды $\rho(\mathbf{r})$. Тогда описание становится однопараметрическим: конфигурация поля внутри объекта определяется только распределением в нём фазовой скорости. В том же случае, когда плотность в объекте изменяется, вид уравнения (2), наоборот, более сложен.

Вторая трудность возникает при проведении анализа на основе уравнения Гельмгольца сред, описывающихся одновременно отрицательными плотностью и сжимаемостью. Она заключается в том, что в это уравнение параметры среды входят не раздельно, а в виде произведения, выражающего квадрат волнового числа: $k^2 = \omega^2 \rho \eta$. При этом теряется информация об их знаке. Для ее восстановления обычно прибегают к дополнительным соображениям. Однако, проводя подобные рассуждения, можно прийти к противоречивым результатам. Например, не ясно, почему знак импеданса среды $Z_{ac} = \sqrt{\frac{\rho}{\eta}}$, также содержащий

квадратный корень, должен быть выбран положительным. Для того чтобы избежать подобных проблем и не вводить при описании волновых процессов каких-либо дополнительных соображений, предпочтительно проводить анализ на основе уравнений гидродинамики (1).

В разделе 2.2 ставится и решается прямая задача рассеяния. Исследуемую среду, имеющую произвольное по величине и знаку пространственное распределение плотности $\rho(\mathbf{r}) \equiv \rho_0 + \rho'(\mathbf{r})$ и сжимаемости $\eta(\mathbf{r}) \equiv \eta_0 + \eta'(\mathbf{r})$, можно представить в виде суммы однородного фона, характеризуемого значениями ρ_0 и η_0 , и добавок $\rho'(\mathbf{r})$ и $\eta'(\mathbf{r})$, которые могут не являться малыми. Тогда можно применить хорошо известные методы теории рассеяния, не ограничиваясь при этом борновским приближением или близкими к нему предположениями. Для этого удобно представить систему (1) в операторной форме. Вводятся

вектор-столбцы $\tilde{u} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ p \end{pmatrix}$, $\tilde{F} \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \varphi \end{pmatrix}$ и оператор

$$\hat{A} \equiv \begin{pmatrix} -i\omega\rho(\mathbf{r}) & \nabla \\ \nabla & -i\omega\eta(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \hat{A}_0 - \hat{A}_1, \quad \text{где} \quad \hat{A}_0 \equiv \begin{pmatrix} -i\omega\rho_0 & \nabla \\ \nabla & -i\omega\eta_0 \end{pmatrix} \quad \text{и}$$

$$\hat{A}_1 \equiv \begin{pmatrix} i\omega\rho'(\mathbf{r}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & i\omega\eta'(\mathbf{r}) \end{pmatrix} - \text{операторы, характеризующие фон и добавки,}$$

соответственно. Система (1) записывается в операторном виде как $\hat{A}\tilde{u} = \tilde{F}$. Полагая $\hat{A}_1 \equiv 0$, что означает рассмотрение только однородной фоновой среды, получим поле \tilde{u}_0 , создаваемое источниками \tilde{F} в ней: $\tilde{u}_0 = \hat{G} * \tilde{F} = \hat{A}_0^{-1} \tilde{F}$, где $\hat{A}_0^{-1}(\bullet) = \int \hat{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')(\bullet) d\mathbf{r}'$ - операторный аналог функции Грина однородной среды для системы уравнений (1). Тогда $\tilde{u} = \hat{A}^{-1} \tilde{F} = \hat{A}^{-1} \hat{A}_0 \hat{A}_0^{-1} \tilde{F} = (\hat{A}_0^{-1} \hat{A})^{-1} \tilde{u}_0$, т.е. для поля \tilde{u} справедливо выражение

$$\tilde{u} = [\hat{E} - \hat{G} * \hat{A}_1]^{-1} \tilde{u}_0, \quad (3)$$

где \hat{E} - единичный оператор. Для пассивных сред все собственные значения оператора $\hat{E} - \hat{G} * \hat{A}_1$ являются комплексными величинами [10]. Поэтому обратный оператор в (3) заведомо существует и не накладывает ограничений на силу рассеивателя. Соотношение (3) является решением уравнения Липпмана-Швингера, имеющего в матричной записи вид:

$$\tilde{u}(\mathbf{r}) = \tilde{u}_0(\mathbf{r}) + \int_{\mathfrak{R}} \hat{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{A}_1(\mathbf{r}') \tilde{u}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (4)$$

где \mathfrak{R} - область присутствия рассеивающей неоднородности. Явное выражение для функции Грина в виде матрицы \hat{G} можно получить, представляя поле в виде совокупности плоских волн, для которых давление и колебательная скорость изменяются по закону $\sim \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$, т.е. выполняя преобразование Фурье. Тогда выражение для оператора \hat{A}_0

сводится к простой матрице $\begin{pmatrix} -i\omega\rho_0 & i\mathbf{k} \\ i\mathbf{k} & -i\omega\eta_0 \end{pmatrix}$, обратная для которой имеет

$$\text{вид} \quad \begin{pmatrix} -i\omega\rho_0 & i\mathbf{k} \\ i\mathbf{k} & -i\omega\eta_0 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\omega^2 \rho_0 \eta_0 - \bar{k}^2} \begin{pmatrix} i\omega\eta_0 & i\mathbf{k} \\ i\mathbf{k} & i\omega\rho_0 \end{pmatrix}. \quad \text{При выполнении}$$

обратного преобразование Фурье получится матричная функция Грина \hat{G} , выражающаяся через функцию Грина $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ уравнения Гельмгольца для пространства соответствующей размерности, аналитический вид которой хорошо известен.

В разделе 2.3 описывается процедура дискретизации полученного операторного (3) или матричного (4) соотношений с целью численного решения.

Рассматриваемая область при этом разбивается на малые участки δS_n , характеризуемые радиус-вектором их центра \mathbf{r}_n . В пределах участка

параметры среды ρ и η , падающее поле \tilde{y}_0 и искомое поле \tilde{y} считаются постоянными, для чего характерный размер участков должен быть много меньше длины волны. Тогда интегрирование в правой части (4) сводится к суммированию по участкам δS_n , в каждом из которых \hat{A}_1 и \tilde{y} являются постоянными, определяемыми только номером участка n . Тогда для поля внутри m -го участка получается дискретизованное уравнение Липпмана-Швингера:

$$\tilde{y}_m = \tilde{y}_{0m} + \sum_n \left(\int_{\delta S_n} \hat{G}(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right) [\hat{A}_1 \tilde{y}]_n. \quad (5)$$

Поскольку функция Грина \hat{G} является гладкой, кроме случая $m = n$ (для двумерных и трехмерных задач), можно сильно уменьшить количество вычислений при расчете элементов матрицы $\hat{G}_{mn} \equiv \int_{\delta S_n} \hat{G}(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}') d\mathbf{r}'$, считая её при $m \neq n$ постоянной в пределах участка δS_n и равной её значению в центре этого участка: $\hat{G}_{mn} \approx \hat{G}(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n) \delta S_n$. При $m = n$ такое приближение неприменимо, и значение \hat{G}_{mn} рассчитывается численно интегрированием \hat{G} в пределах δS_n . После оценки матрицы \hat{G}_{mn} уравнение (5) принимает вид $\tilde{y}_m = \tilde{y}_{0m} + \sum_n \hat{G}_{mn} [\hat{A}_1 \tilde{y}]_n$, откуда следует

$$\tilde{y}_m = [\hat{E}_{nm} - [\hat{G}\hat{A}_1]_{nm}]^{-1} \tilde{y}_{0n}. \quad (6)$$

В случае необходимости выполнять расчет только для одной конфигурации падающего поля \tilde{y}_0 можно уменьшить объем вычислений, рассматривая выражение (6) как систему линейных уравнений $[\hat{E}_{nm} - [\hat{G}\hat{A}_1]_{nm}] \tilde{y}_m = \tilde{y}_{0n}$. Все величины, фигурирующие в выражениях (4) – (6), определены на прямом произведении пространства полевых переменных (давления и компонент вектора скорости) и координатного пространства вектора \mathbf{r} , дискретизованного в терминах индексов m и n . Формулу (6) целесообразно использовать для нахождения внутреннего поля рассеивателя (т.е. внутри области \mathcal{R}), так как в случае увеличения размеров анализируемой области операция обращения матрицы требует большого объема оперативной памяти компьютера. Найдя внутреннее поле \tilde{y}_n (а фактически, и его источники), можно найти из (5) внешнее поле \tilde{y}_m^{out} в любой точке $\mathbf{r}_m \notin \mathcal{R}$ как сумму полей от всех точек источника $[\hat{A}_1 \tilde{y}]_n$:

$$\tilde{y}_m^{out} = \tilde{y}_{0m}^{out} + \sum_n \hat{G}_{mn} [\hat{A}_1 \tilde{y}]_n. \quad (7)$$

Таким образом, удается построить аппарат, пригодный для аналитического и численного описания волновых процессов, протекающих как в обычных, так и в дважды отрицательных средах. Основными его достоинствами являются: использование точных уравнений без ограничений на силу рассеивателей, отсутствие дополнительных предположений при анализе дважды отрицательных сред, а также аналитическая свобода, дающая

возможность постановки и решения не только прямых, но и обратных задач. К числу недостатков можно отнести плотный характер имеющейся матрицы на этапе вычисления полей внутри области \mathcal{V} по формуле (6), что требует сравнительно много вычислительных ресурсов, если эта область имеет значительный объем. Второй же этап, связанный с вычислением полей в области однородного фона (7), относительно прост и может быть легко распараллелен, поскольку поле в каждой точке однородного фона не зависит от полей в других его точках.

В разделе 2.4 сформулированы основные результаты второй главы.

Третья глава состоит из семи разделов и посвящена анализу стационарных волновых процессов в акустических системах, содержащих элементы из дважды отрицательных сред.

В разделе 3.1 проводится анализ возможных кандидатов на роль аналога электродинамических левых сред в акустике. Этот вопрос сложен, поскольку в акустике, по крайней мере, жидких сред волны являются продольными, и невозможно выделять тройки векторов, поэтому невозможно характеризовать среду как «левую» в исходном смысле. Показано, что таковыми могут являться дважды отрицательные среды – те, где эффективная плотность и сжимаемость являются отрицательными (такая возможность обсуждалась в литературе). Для того чтобы подтвердить это предположение, необходимо указать среду, обладающую такими параметрами, а также сравнить волновые процессы в акустических средах с электродинамикой.

В разделе 3.2 приведен пример одномерной системы, описывающейся в монохроматическом режиме уравнениями гидродинамики, куда входят эффективные плотность и сжимаемость среды. Система представляет собой трубу, разделенную упругими перегородками на секции. К каждой секции прикреплен резонатор Гельмгольца. Перегородки и резонаторы Гельмгольца обеспечивают, соответственно, резонансы дипольного и монополярного типа. Это делает возможным при определенной связи между их параметрами добиться на выбранной частоте заданных эффективных значений плотности и сжимаемости системы, в том числе – одновременно отрицательных.

В разделе 3.3 проводится моделирование и сравнение характера нормального падения плоской волны на пластину в случаях использования дважды отрицательных или обычных сред. Результаты расчета для дважды отрицательной среды ($\rho \equiv -\rho_0$ и $\eta \equiv -\eta_0$) при толщине пластины $2\lambda_0/3$, где λ_0 – длина волны в фоновой среде, представлены на рис. 1. Поле акустического давления падающей плоской волны p_0 , которое в рассматриваемом одномерном случае нормального падения на слой описывается одной компонентой, будучи изображенным на графике, по вертикальной оси которого отложена единственная координата, а по двум горизонтальным, соответственно, действительная и мнимая компоненты поля, имеет вид спирали. Эта спираль закручена в одну или другую сторону в зависимости от того, куда направлена фазовая скорость волны.

Изменения направления спирали на рис. 1 говорит о том, что фазовая скорость в дважды отрицательной среде отрицательна. Сохранение постоянного радиуса спирали свидетельствует об отсутствии отраженной от пластины волны, что подтверждает равенство импедансов пластины и фоновой среды.

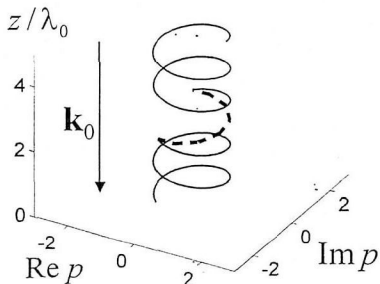


Рис. 1. Результаты расчета полного поля акустического давления p в пластине из отрицательного вещества. Сплошной линией показаны поля в фоновой положительной среде, пунктирной – в пластине. Стрелкой обозначено направление волнового вектора \mathbf{k}_0 падающей волны.

В разделе 3.4 рассматриваются процессы преломления волн на границе отрицательных и обычных сред и связанные с ними явления. На рис. 2а представлены результаты моделирования преломления волны на плоскопараллельной пластине. Был использован плоский пучок шириной $5\lambda_0$, амплитуда которого принималась равной 1. Пластина имела толщину $1.4\lambda_0$ и длину $5\lambda_0$. Пучок падал под углом 18° к нормали пластины. При падении пучка наблюдается явление отрицательного преломления. Четкое равенство углов падения и преломления проявляется в симметрии картины волновых фронтов относительно границ пластины (длина волны внутри пластины остается равной λ_0). При этом нормали к фронтам падающей и преломленной волн, сонаправленные векторам \mathbf{S} в пластине и в фоновой среде, лежат по одну и ту же сторону от нормали к пластине. Отраженная волна отсутствует в силу равенства импедансов. В фоновой среде вектор \mathbf{k} сонаправлен с \mathbf{S} , а в отрицательной направлен противоположно \mathbf{S} , и закон Снеллиуса четко выполняется: волновые векторы падающей и преломленной волн имеют одинаковые (не только по величине, но и по знаку) проекции на границу раздела.

Другой пример, свидетельствующий об отрицательном преломлении, изображен на рис. 2б. Стрелками показан рассчитанный на основе закона Снеллиуса ход лучей (соответствующий характеру распространения энергии, т.е. вектору \mathbf{S}) и их фокусировка в цилиндре радиуса R из отрицательной среды. Например, при $\mu \equiv -1$ и $\eta \equiv -1$ плоская волна в параксиальном приближении фокусируется цилиндром на расстоянии $R/2$ от его центра. Численно рассчитывалось поле для цилиндра с $R = 2.5\lambda_0$ при дискретизации с шагом $\lambda_0/10$. Хотя применение геометрического приближения для столь малых объектов и не является вполне правомерным, рассчитанное полное поле в цилиндре также имеет фокус в этой точке, что отчетливо видно на рис. 2б.

Таким образом, показано, что из одновременной отрицательности ρ и η в акустической среде следует комплекс явлений, характерный для левых сред в электродинамике.

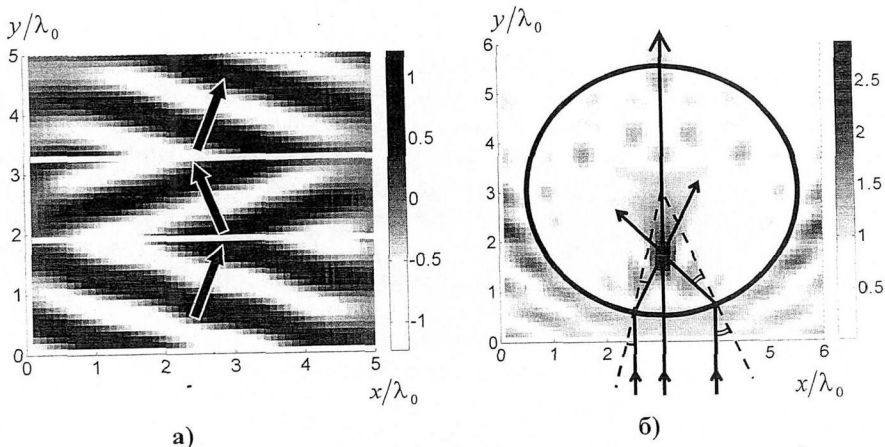


Рис. 2. Действительная часть поля акустического давления p в случае падения плоской волны на пластину из отрицательного вещества; стрелки обозначают характерные направления распространения энергии волны; белые горизонтальные линии изображают границы пластины (а). Модуль поля колебательной скорости $|v|$ преломленной цилиндром из отрицательного вещества плоской волны; схематично стрелками показан ход лучей (б).

Случай идеально согласованной с фоном дважды отрицательной среды представляет особый интерес, так как плоскопараллельная пластинка из такого вещества становится фокусирующей [3, 11]. Такая «линза» обладает рядом особенностей. Во-первых, как уже проиллюстрировано, отсутствуют потери на отражение от нее падающей волны в силу равенства импедансов. Во-вторых, у нее отсутствует фокальная плоскость, полученное с ее помощью изображение – объемное, как у зеркала, но, в отличие от него, действительное. В-третьих, для каждого из лучей, испущенных из одной точки, длина пути луча в отрицательной и в положительной средах одинакова. При этом координатный набег фазы в отрицательной среде имеет другой знак по сравнению с набегом в положительной среде, и в итоге они взаимно компенсируются. Поэтому фаза волны в точке изображения точно равна фазе волны в соответствующей точке источника. Равенство фаз в точках расположения источника и изображения не нарушает принципа причинности, поскольку имеет место для установившегося волнового процесса. Нестационарные процессы в дважды отрицательных средах рассмотрены более подробно в главе 4. В-четвертых, утверждается, что в электродинамике с помощью такой линзы можно получить повышенную, субдифракционную,

разрешающую способность, и в этом смысле она является «идеальной линзой».

Информация о мелких деталях источника содержится в его ближнем поле. Оно включает в себя неоднородные волны, которыми обычно пренебрегают, поскольку они экспоненциально убывают с расстоянием от источника и являются нераспространяющимися. Однако ближнее поле сохраняет информацию о начальной фазе и амплитуде поля вблизи источника, поэтому для восстановления «идеального» изображения достаточно его вновь усилить. Роль такого усилителя может играть слой отрицательного вещества. Парадоксальным выглядит то, что гипотетическое идеальное отрицательное вещество, будучи пассивной средой, не имеет источника энергии для усиления нераспространяющихся волн. Однако этого и не требуется: уменьшение в положительной среде нераспространяющегося поля по мере удаления от его источника не приводит к потерям энергии и выделению тепла. По аналогии, обратный процесс в отрицательной среде также не требует затрат энергии.

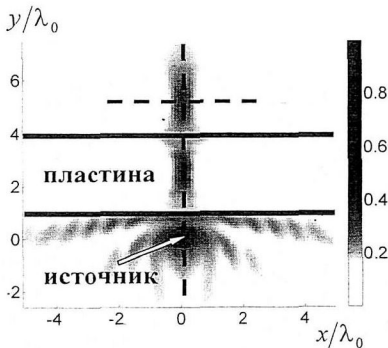


Рис. 3. Модуль полного рассчитанного поля акустического давления $|p|$, возникающего при помещении точечного источника вблизи плоскопараллельной пластины из отрицательного вещества; дискретизация с шагом $\lambda_0/10$. Пунктиром отмечены линии, вдоль которых рассматриваются сечения; сплошные горизонтальные линии изображают границы пластины.

Результаты моделирования поля акустического давления $|p|$ при помещении рядом с пластиной точечного источника представлены на рис. 3. Наблюдается два фокуса: внутри пластины и за ней. Присутствующее небольшое отражение объясняется, по-видимому, краевыми эффектами. Сравнивалась разрешающая способность такой линзы с «обычной» линзой равной апертуры, для чего через внешний фокус проводились продольное и поперечное сечения (пунктир на рис. 3). Оказалось, что пластина из дважды отрицательной среды дает более компактную фокальную перетяжку, особенно в продольном направлении. Однако «сверхразрешение» получить не удалось. По-видимому, это отражает факт некорректности задачи о продлении поля в сторону источника, которая фактически является математическим аналогом рассматриваемого волнового процесса и накладывает очень жесткие ограничения на ошибки счета и значения параметров. Это также отмечалось в [12].

В разделе 3.5 исследуется влияние поглощения на фокусировку поля точечного источника пластиной из дважды отрицательной среды. Из самых общих соображений ясно, что такие среды с необходимостью обладают существенной дисперсией и, согласно соотношениям Крамерса-Кронига, частотно-зависимым поглощением (подробно характер дисперсии в них анализируется в 4 главе): В монохроматическом случае, предполагающем установившийся режим, учет поглощения сводится к появлению мнимых добавок у эффективных функциональных параметров, характеризующих среду. Проведенное моделирование показало, что при наличии поглощения амплитуда поля после прохождения пластины сильно уменьшилась, но это не привело к существенному уширению фокального пятна, как в продольном, так и в поперечном направлениях.

При решении численных задач ставился вопрос о выборе шага дискретизации. Этот чисто вычислительный параметр имеет физический смысл, поскольку практическая реализация рассматриваемых сред — метаматериалы, которые имеют дискретную структуру, и эти два шага дискретизации могут быть сопоставлены друг другу. Оказалось, что для устойчивого расчета протекания процесса необходимо иметь на длине волны, по крайней мере, десять элементов разрешения при моделировании или элементов физической среды на практике. Введение регуляризации позволяет существенно уменьшить это количество, но качество получаемого изображения при этом падает. Помимо этого, физический аналог регуляризации найти сложно.

В разделе 3.6 исследуются вопросы, связанные с сокрытием рассеивателя оболочкой из дважды отрицательных сред (эффект невидимости). В рамках этого рассмотрения был разработан алгоритм построения лучей в произвольно неоднородных средах. Это позволило проводить волновой и лучевой анализ подобных систем и сравнивать их результаты. При создании скрывающей оболочки возникает проблема «центрального луча», которая связана с тем, что луч, идущий по центру оболочки, нигде не преломляется, и поэтому проходит внутрь, а значит, не позволяет скрыть находящийся там объект. Для решения этой проблемы можно «остановить центральный луч», что требует применения анизотропных материалов [8, 9] с экстремально высокими и низкими значениями характеризующих их параметров (в электродинамике — ϵ и μ , в акустике — η и ρ). В рамках данной работы рассматривается вариант оболочки, использующий только изотропные материалы и не требующий их экстремальных значений. Она представляет собой два концентрических цилиндра (внутренний и внешний) с радиусами R_1 и R_2 соответственно. Рассматриваются волновые процессы в плоскости, перпендикулярной образующей цилиндров. Область между внешним и внутренним цилиндром заполнена отрицательной средой с переменными распределениями плотности ρ и сжимаемости η в соответствии с

зависимостью $\rho/\rho_0 = \eta/\eta_0 = -(R_2/r)^2$. Здесь r – расстояние от общей оси цилиндров. При этом обеспечивается идеальное согласование на поверхности внешнего цилиндра системы. Внутренний цилиндр заполнен положительной средой с параметрами $\rho/\rho_0 = \eta/\eta_0 = (R_2/R_1)^2$; таким образом, идеальное согласование выполняется и на его поверхности. Выбор такой конфигурации позволяет сделать невидимой саму оболочку, рассеиватель при этом оказывается скрыт лишь при определенных ракурсах облучения.

В разделе 3.7 сформулированы основные результаты третьей главы.

Четвертая глава состоит из четырех разделов. В ней рассматриваются дисперсия и поглощение в дважды отрицательных средах. При этом анализируются возможные типы дисперсии без каких-либо априорных предположений.

В разделе 4.1 исследовалась гипотетическая дважды отрицательная среда без дисперсии. Моделировалось прохождение через слой такой среды по нормали к нему сигнала, являющегося суммой 9 гармонических составляющих. Их частоты менялись от ω_0 до $1.4\omega_0$ с шагом $0.05\omega_0$. Амплитуды задавались по гауссовому закону: $A(\omega) = 1 \cdot \exp(-(\omega - \omega_0)^2/\omega_0^2)$, где амплитуда центральной волны была принята за единицу. Результат расчета поля колебательной скорости в системе в определенный момент времени представлен на рис. 4.

При приближении импульса к одной из границ слоя на расстояние, равное его толщине, на второй границе слоя появляется возмущение, которое распадается на два импульса: один продолжает движение в фоновой среде за слоем, второй двигается внутри слоя навстречу первоначальному импульсу. На передней границе слоя происходит их взаимное погашение. Следует отметить, что в силу отсутствия дисперсии в рассматриваемой отрицательной среде, движение максимума огибающей в ней (и определяемая таким образом групповая скорость) происходит в ту же сторону, куда направлена фазовая скорость, т.е. и фазовая, и определяемая указанным образом групповая скорость отрицательны.

Появление импульса в точке B одновременно с приходом импульса в точку A не свидетельствует о нарушении принципа причинности, поскольку рассматривается совокупность нескольких монохроматических процессов, бесконечных по времени. Однако результат моделирования не зависит от числа этих процессов и, следовательно, скважности импульсов. Это позволяет предположить, что и для уединенного сигнала с широким непрерывным спектром ситуация не изменится.

Для проверки этого утверждения необходимо получить уравнение типа (4) на основе исходной системы уравнений гидродинамики, не ограничивающейся монохроматическим случаем. Для одномерного случая такое уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} v(z,t) \\ p(z,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0(z,t) \\ p_0(z,t) \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \iint dz' dt' \delta \left(\frac{|z-z'|}{c} - (t-t') \right) \times \quad (8)$$

$$\times \begin{pmatrix} \sqrt{\eta_0/\rho_0} & \operatorname{sgn}(z-z') \\ \operatorname{sgn}(z-z') & \sqrt{\rho_0/\eta_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho(z') - \rho_0 & 0 \\ 0 & \eta(z') - \eta_0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t'} \begin{pmatrix} v(z',t') \\ p(z',t') \end{pmatrix}.$$

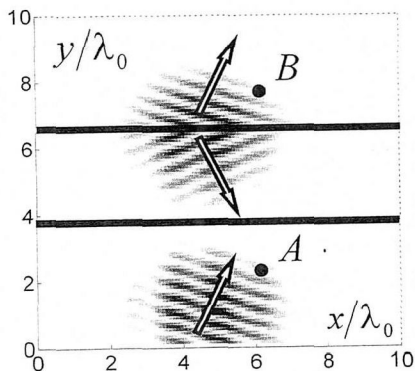


Рис. 4. Действительная часть рассчитанного поля акустического давления $p(\mathbf{r},t)$ в фиксированный момент времени при падении на пластину из отрицательного вещества импульсов, являющихся суперпозицией 9 плоских монохроматических волн. Границы пластины обозначены черными горизонтальными линиями. Стрелками показаны направления распространения импульсов в пластине и в фоновой среде.

Оно позволяет анализировать распространение сигналов произвольной формы через одномерную систему с произвольным распределением плотности и сжимаемости. На рис. 5 изображен результат моделирования поля акустического давления $p(z,t)$ при падении импульса гауссовой формы на слой отрицательной среды. По фоновой среде импульс распространяется в положительном направлении, а внутри пластины — в отрицательном направлении. При этом, как и в случае присутствия нескольких частот в спектре сигнала, изображенном на рис. 4, при подходе импульса к слою отрицательной среды на расстояние, меньшее его толщины, начинает формироваться возмущение на противоположной границе слоя. Появление импульса в этот момент времени отмечено пунктирной линией. Появление импульса "заранее" на выходе из системы противоречит принципу причинности и свидетельствует о том, что отрицательные среды без дисперсии существовать не могут.

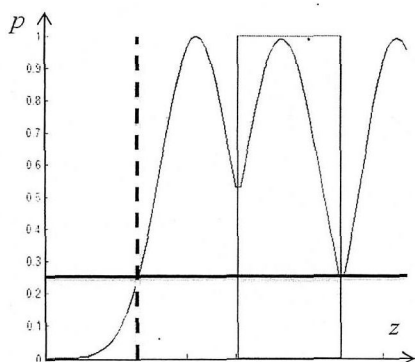


Рис. 5. Действительная часть промоделированного поля акустического давления в некоторый момент времени при падении по нормали к пластине из отрицательного вещества волнового импульса, имеющего гауссову форму. По горизонтальной оси отложена координата, по вертикальной – величина поля. Затемненная полоса соответствует области, где расположена пластина. Вертикальной пунктирной линией обозначена точка, расположенная от пластины на расстоянии, равном ее толщине.

В разделе 4.2 предполагается, что в дважды отрицательной среде дисперсия присутствует, но она носит плавный характер и дисперсионная кривая не содержит резонансных всплесков. Рассматривая в качестве функции отклика волновое число $k(\omega) = k_1(\omega) + ik_2(\omega) = \omega/c(\omega) + i\alpha(\omega)$, где $\alpha(\omega)$ – амплитудное поглощение в среде, можно установить связь между поглощением и фазовой скоростью волны c с помощью соотношений Крамерса-Кронига. Данная связь является интегральной, а не локальной по частоте. Из этого следует, что дисперсия в одной области частот не обязательно означает наличие там же поглощения. Задача связать поглощение и дисперсию локальным образом оказывается непростой. В рассматриваемом случае эти характеристики являются плавными, и тогда применима следующая приближенная локальная связь [13]: $\alpha(\omega) \approx \frac{\pi\omega^2}{2c^2} \frac{\partial c}{\partial \omega}$. Групповая скорость определяется как $c_g = \partial\omega/\partial k_1$. Это позволяет выразить поглощение через значения фазовой и групповой скоростей:

$$\alpha(\omega) = \frac{\pi^2}{\lambda} \left(1 - \frac{c}{c_g} \right), \quad (9)$$

где λ – длина волны в среде. Из (9) следует, что в случае противоположных по направлению фазовой и групповой скоростей поглощение чрезвычайно велико. Например, при $c = -c_g$ на расстоянии, равном длине волны, происходит уменьшение амплитуды в $\exp(2\pi^2) \approx 3,7 \times 10^8$ раз, т.е. волна практически не распространяется.

Слабое поглощение реализуется при $c \approx c_g$. При рассмотрении отрицательной среды это означает отрицательность как фазовой, так и групповой скорости при одновременно положительном направлении вектора Умова-Пойнтинга. Фактически, возникает ситуация, аналогичная рассмотренной в разделе 4.1 и противоречащая принципу причинности.

Проведенные рассуждения позволяют ожидать, что волновой процесс в отрицательной среде может проходить без существенного поглощения только тогда, когда дисперсия в среде значительна, например, имеет резонансный характер в интересующей области частот. В этом случае формула (9) не является применимой, и вопрос потребовал дальнейшего рассмотрения.

В разделе 4.3 рассматриваются среды с резким характером дисперсионной кривой, в частности, среды с резонансным откликом. При этом рассуждения, относящиеся к частотной локализации соотношений Крамерса-Кронига, уже не справедливы, и вывод о поглощении на их основе сделать не удастся. Поэтому необходимо рассмотрение процессов распространения нестационарных сигналов через слой резонансной среды. В качестве таких сигналов использовались импульсы с гауссовой формой огибающей, несущая частота которых варьировалась в широких пределах. Моделирование распространения таких импульсов через среду с нелокальным по времени откликом потребовало расширения численных методов анализа, изложенных в первой главе.

Уравнение, описывающее одномерный резонирующий элемент с резонансной частотой ω_0 и затуханием β , имеет вид $\ddot{x}(t) + 2\beta\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = F(t)$.

Преобразование Фурье этого выражения дает связь между спектральными компонентами воздействия и отклика элемента. Переход после этого обратно к временному представлению приводит к соотношению

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \int_0^{\infty} F(t - \tau) \exp(-\beta\tau) \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \tau) d\tau \equiv \hat{Q}F. \quad (10)$$

В определенном таким образом операторе \hat{Q} нижним пределом интегрирования является ноль, что выражает принцип причинности: на текущее значение отклика резонирующего элемента влияют значения внешнего воздействия только в предшествующие моменты времени.

При выполнении моделирования операторы, соответствующие включениям плотности и сжимаемости, брались вида (10), с точностью до размерного коэффициента. Собственное затухание в резонаторах полагалось равным нулю: $\beta = 0$. В этом случае уравнение (8) принимает вид

$$\begin{pmatrix} v(z, t) \\ p(z, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0(z, t) \\ p_0(z, t) \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \iint dz' dt' \delta \left(\frac{|z - z'|}{c} - (t - t') \right) \times \\ \times \begin{pmatrix} \sqrt{\eta_0/\rho_0} & \operatorname{sgn}(z - z') \\ \operatorname{sgn}(z - z') & \sqrt{\rho_0/\eta_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{p}(z') & 0 \\ 0 & \tilde{\eta}(z') \end{pmatrix} \omega_0 \int_0^{\infty} d\tau \sin(\omega_0 \tau) \frac{\partial}{\partial(t' - \tau)} \begin{pmatrix} v(z', t' - \tau) \\ p(z', t' - \tau) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Здесь $\tilde{p}(z')$ и $\tilde{\eta}(z')$ – размерные параметры, характеризующие наличие или отсутствие резонансной среды. При моделировании они полагались

равными $\tilde{\rho}(z') = \rho_0$ и $\tilde{\eta}(z') = \eta_0$ в тех точках, где присутствовала резонансная среда, и равными нулю в фоновой области. Множитель ω_0 перед интегралом по τ в (11) введен для соблюдения размерности.

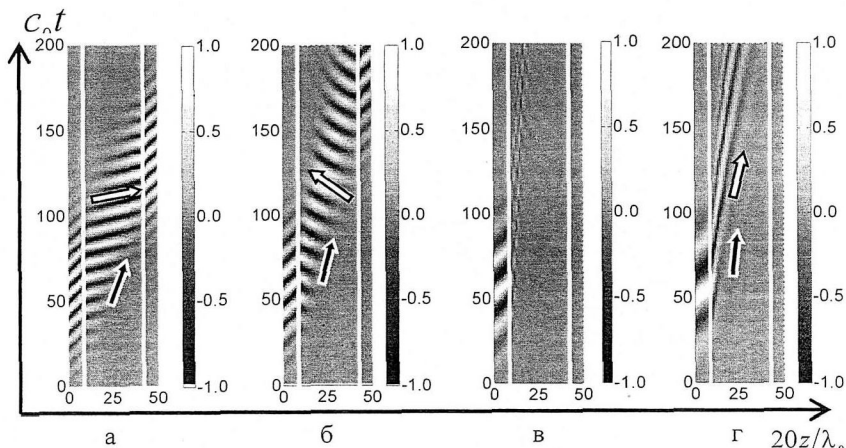


Рис. 6. Результат расчета действительной части полного поля колебательной скорости v в системе, содержащей слой из резонансной среды (границы слоя отмечены тонкими белыми линиями). По горизонтальной оси отложена пространственная координата, по вертикальной – величина, пропорциональная времени. Импульс, имеющий огибающую гауссовой формы, распространяется по нормали к слою. Частота модуляции составляет $\omega = 2.22\omega_0$ (а), $\omega = 1.67\omega_0$ (б), $\omega = \omega_0$ (в), $\omega = 0.67\omega_0$ (г). Угол наклона белой стрелки соответствует фазовой скорости волны в слое, угол наклона черной стрелки – групповой скорости; $\lambda_0 = 2\pi c_0 / \omega_0$ – длина волны в фоновой среде на частоте ω_0 резонанса вещества слоя.

Моделировалась ситуация, при которой на слой такой резонансной среды по нормали, т.е. вдоль оси Z , падал волновой пакет $\tilde{u}_0(z, t) = \tilde{u}_0 \exp[\omega(t - z/c_0)] \exp[-(t - z/c_0)^2 / 2T^2]$, имеющий огибающую гауссовой формы длительностью T и заполненный колебанием с частотой ω . В зависимости от соотношения между частотой набивки ω и частотой ω_0 собственного резонанса среды наблюдались различные ситуации (рис. 6). На рисунке котангенс угла наклона к оси Z белой стрелки, направленной вдоль черных и белых полос, соответствует значению фазовой скорости звука в среде, (нормированной на c_0). Скорость может быть как положительной (наклон стрелки вправо на рис. 6а, 6г), так и отрицательной (наклон влево рис. 6б). Вся область рисунка, охваченная черными и белыми полосами, соответствует огибающей импульса. Аналогичным образом, котангенс угла наклона черной стрелки,

направленной вдоль границы этой области, дает групповую скорость. Групповая скорость оказывается во всех случаях (рис. 6а, 6б, 6г) положительной.

В "высокочастотной" области (она соответствует примерно $\omega > 2\omega_0$) слой ведет себя как положительная среда: на рис. 6а изображен случай $\omega = 2.22\omega_0$. Как фазовая, так и групповая скорости при этом положительны.

В диапазоне частот $\omega_0 < \omega < 2\omega_0$ фазовая скорость становится отрицательной; при этом групповая скорость по-прежнему положительна. На частоте $\omega = 1.67\omega_0$ (рис. 6б) фазовая скорость волны в слое оказывается близкой по модулю и противоположной по направлению с фазовой скоростью звука в положительной среде. Амплитуда импульса после прохождения через слой несколько уменьшается. Наличие такого небольшого поглощения вполне позволяет рассматривать волновые процессы в подобных средах. Таким образом, реализуется случай, близкий к случаю обсуждавшегося идеального согласования фоновой среды с отрицательной средой. Результат моделирования прохождения импульса гауссовой формы через такой слой, не обладающий дисперсией, обсуждался ранее и изображен на рис. 5. Следует отметить, что в резонирующей среде не возникает опережающий пакет на выходе слоя, и нарушения принципа причинности не происходит.

Протекание волнового процесса в рассматриваемой резонирующей среде на частотах, соответствующих отрицательной фазовой скорости (рис. 6б), происходит следующим образом. При падении на границу слоя волнового пакета резонирующая среда постепенно начинает "раскачиваться". При этом в ней запасается некоторая энергия. Граница "раскачанного" участка среды перемещается с групповой скоростью вправо. Амплитуда поля вблизи этой границы обращается в ноль, а впереди нее никакого дополнительного возмущения не возникает. При этом внутри "раскачанного" участка ситуация аналогична наблюдаемой на рис. 5. А именно, волна, заполняющая импульс, зарождается на границе участка "раскачанной" среды и движется влево с отрицательной фазовой скоростью. На передней границе слоя эта волна взаимодействует с падающей волной, и они взаимно гасят друг друга. Если длительность импульса T достаточно велика, то слой переходит в "установившийся" режим. В таком установившемся режиме среда может демонстрировать все свойства отрицательной среды, широко описанные в литературе (например, [11]): возможно отрицательное преломление, линза с повышенной разрешающей способностью и т.д.

В области частот $\omega \approx \omega_0$ затухание резко возрастает, и волна в слое не распространяется (рис. 6в). Согласно соотношениям Крамерса-Кронига, наличие дисперсии должно обязательно сопровождаться поглощением. Важно, что в резонансной среде область частот, соответствующая

сильному поглощению, может не совпадать с областью, где среда ведет себя как отрицательная.

При дальнейшем понижении частоты, в области $\omega < 0.5\omega_0$, среда снова ведет себя как положительная (рис. 6г). Поглощение невелико. Особенность этого случая в том, что фазовая и групповая скорости малы, и слой может выступать в роли акустической линии задержки.

Таким образом, показано, что недиспергирующая отрицательная среда противоречит принципу причинности, и поэтому не может существовать. Отрицательная нерезонансная среда обладает весьма значительным поглощением. Единственная оставшаяся возможность – отрицательная среда, обладающая резонансным откликом. Проведенное моделирование показывает, что в такой среде частотная область сильного поглощения может не совпадать с областью проявления отрицательных свойств, и поэтому такая среда в принципе может быть реализована. Движение импульса в этом случае сопровождается движением в противоположных направлениях огибающей импульса и его набивки.

В разделе 4.4 сформулированы основные результаты четвертой главы.

В заключении сформулированы основные выводы и результаты работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Проведено сравнение двух подходов к описанию акустического волнового процесса: традиционного, основанного на решении волнового уравнения (или уравнения Гельмгольца) и предлагаемого, основанного на решении уравнений гидродинамики первого порядка. Первый из них оказывается сложнее не только в вычислительном отношении, но и при описании феноменологии волновых явлений в неоднородных по плотности средах. Преимущество подхода, основанного на уравнениях гидродинамики, состоит в том, что он не опирается на показатель преломления и позволяет анализировать системы с произвольным по величине и знаку распределением плотности и сжимаемости на основе только пространственного распределения этих параметров.

2. На основе системы уравнений гидродинамики получен аналог уравнения Липпмана-Швингера и его решение, позволяющее описывать волновые процессы в монохроматическом и нестационарном случаях. При этом не требуется введения каких-либо дополнительных предположений о «знаке» анализируемых сред. На его основе разработан численный метод расчета полей.

3. Рассмотренные волновые явления подтверждают сложившееся мнение, что дважды отрицательные среды с отрицательной эффективной плотностью и сжимаемостью являются акустическим аналогом левых сред в электродинамике. Физический смысл отрицательной эффективной плотности и сжимаемости состоит в том, что это динамические величины,

реализующие причинно-следственную связь между параметрами акустической волны.

4. Проведенное моделирование волновых процессов в ряде систем с включениями дважды отрицательных сред показало наличие отрицательного преломления на границе с такими средами и возможности в акустике «сверхфокусировки» с помощью плоскопараллельной пластины из отрицательной среды. При этом качество изображения, полученного с помощью такой пластины, оказывается лучшим по сравнению с обычной линзой. Показано, что для наблюдения эффекта шаг дискретизации в долях длины волны, физически соответствующий шагу размещения элементов метасреды, должен быть достаточно малым.

5. Исследована возможность сокрытия рассеивателя оболочкой из дважды отрицательной среды. Показано, что такое сокрытие позволяет ослабить по крайней мере на порядок изменение поля, происходящее при внесении маскируемого рассеивателя.

6. Рассмотрены все три возможных характера дисперсии в дважды отрицательных средах. Показано, что в дважды отрицательных средах без дисперсии нарушается принцип причинности. Отсутствие в дисперсионной характеристике пиков приводит к чрезвычайно сильному поглощению. Дисперсия, носящая резонансный характер, позволяет получить отрицательные параметры среды и небольшое поглощение в рабочей полосе частот.

7. Исследовано распространение импульсных сигналов в среде с резонансными функциями отклика по плотности и сжимаемости. Область «раскачки» среды, т.е. огибающая зоны возбуждения, движется с конечной групповой скоростью, и принцип причинности соблюдается. Установившийся режим имеет много черт, сходных со случаем монохроматического сигнала в среде без дисперсии.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мандельштам Л.И.* Групповая скорость в кристаллической решетке // ЖЭТФ. 1945. Т.15. С.475-478.
2. *Мандельштам Л.И.* Полное собрание трудов [в 5 томах]. Том 5. Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Изд-во АН СССР, 1950. 468с.
3. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ // УФН. 1967. Т.92. Вып.3. С.517-526.
4. *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S.* Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity // Phys. Rev. Lett. 2000. V.84. №18. P.4184-4187.
5. *Shelby R.A., Smith D.R., Nemat-Nasser S.C., Schultz S.* Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial // App. Phys. Lett. 2001. V.78. №4. P.489.-491.

6. *Pendry J.B.* Negative refraction makes a perfect lens // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V.85. №18. P.3966-3969.
7. *Smith D.R., Schurig D, Rosenbluth M., Shultz S., Ramakrishna S.A., Pendry J.B.* Limitations on subdiffraction imaging with a negative refractive index slab // *App. Phys. Lett.* 2001. V.82. №10. P.1506-1508.
8. *Pendry J.B., Schurig D., Smith D.R.* Controlling electromagnetic fields. // *Science*, 2006. V.312. N.5781. P.1780 – 1782.
9. *D. Schurig, J.B. Pendry, D.R. Smith.* Calculation of material properties and ray tracing in transformation media. // *Optics Express*, 2009. V.14. N.21. P. 9794 – 9804.
10. *Войтович Н.Н., Каценеленбаум Б.З., Сизов А.Н.* Обобщенный метод собственных колебаний в теории дифракции. М.: Наука, 1977. 416с.
11. *Блиох К.Ю., Блиох Ю.П.* Что такое левые среды и чем они интересны? // *УФН*. 2004. Т.174. №4. С.439-447.
12. *Garcia N., Nieto-Vespiranas M.* Left-handed materials do not make a perfect lens // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V.88. №20. P.207403-1-4.
13. *M. O'Donnel, E.T. Jaynes, J.G. Miller* // *JASA*. 1981. V. 69. No 3. P. 696.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- *1. *Буров В.А., Дмитриев К.В., Сергеев С.Н.* Волновые эффекты в акустических средах с отрицательным показателем преломления // *Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая*. 2008. Т.72. №12. С.1695-1699.
- *2. *К.В. Дмитриев.* Применение методов теории рассеяния волн для акустических сред с отрицательным показателем преломления // *Материалы докладов XV Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов»* / [Электронный ресурс] — М.: Издательство МГУ; СП МЫСЛЬ, 2008.
- *3. *В.А. Буров, К.В. Дмитриев, С.Н. Сергеев.* Волновые эффекты в акустических средах с отрицательным показателем преломления // *Труды XI Всероссийской школы-семинара “Волновые явления в неоднородных средах”*. Звенигород, Московская область, 26-31 мая 2008. Часть 2 “Фотонные кристаллы и метаматериалы”. М.: физич. ф-т МГУ, 2008. С.12-14.
- *4. *В.А. Буров, К.В. Дмитриев, С.Н. Сергеев.* Численная модель акустической среды с отрицательным показателем преломления // *Сборник трудов XX сессии Российского Акустического Общества*. М.: ГЕОС, 2008. Т.1. С.213-217.

- *5. *В.А. Буров, К.В. Дмитриев, С.Н. Сергеев.* Акустические дважды отрицательные среды // Препринт физического факультета МГУ, № 13/2008. 32с.
- *6. *В.А. Буров, К.В. Дмитриев, С.Н. Сергеев.* Акустические дважды отрицательные среды // Акустич. журн, 2009. Т.55. № 3. С. 292-306.
- *7. *V. Burov, K. Dmitriev, S. Sergeev.* Calculations of acoustical fields on base of the hydrodynamic equations system // Abstracts of 9th International Conference on Theoretical and Computational Acoustics. Dresden, Germany, September 7–11. P.86
- *8. *V.A. Burov, K.V. Dmitriev, S.N. Sergeev.* Calculations of acoustical fields in media with arbitrary signs and values of density and compressibility // Proceedings of the 9th International Conference on Theoretical and Computational Acoustics. Dresden, Germany, September 7–11. 2009. Published by Universität der Bundeswehr, 85579 Neubiberg, Germany, P.341-350
- *9. *К.В. Дмитриев, И.В. Картунов.* Эффект сокрытия рассеивателя акустическими дважды отрицательными средами // Труды XII Всероссийской школы-семинара “Волновые явления в неоднородных средах”. Звенигород, Московская область, 24-29 мая 2010. Секция 7 “Метаматериалы, наноструктуры, фотонные кристаллы”. М.: физич. ф-т МГУ, 2010. С.32-35.
- *10. *К.В. Дмитриев, И.В. Картунов.* Эффект сокрытия рассеивателя акустическими дважды отрицательными средами // Известия РАН. Серия Физическая, 2010. Т.74. №12. С. 128–133.
- *11. *В.А. Буров, К.В. Дмитриев, С.Н. Сергеев.* Выполнение принципа причинности в акустических дважды отрицательных средах // Труды XIII Всероссийской школы-семинара “Физика и применение микроволн”. Звенигород, Московская область, 23-24 мая 2011. Секция 5 “Метаматериалы и фотонные кристаллы”. М.: физич. ф-т МГУ, 2011. С.15-19.
- *12. *В.А. Буров, К.В. Дмитриев, С.Н. Сергеев.* Принцип причинности в акустических дважды отрицательных средах // Известия РАН. Серия Физическая, 2011. Т.75. №12. С. 1745–1750.
- *13. *В.А. Буров, В.В. Волошинов, К.В. Дмитриев, Н.В. Поликарпова.* Акустические волны в метаматериалах, кристаллах и структурах с аномальным преломлением. // УФН, 2011, Т.181. №11, С. 5–11.

Подписано к печати 6.04.12
Тираж 100 Заказ 59

Отпечатано в отделе оперативной печати
физического факультета МГУ