

На правах рукописи

УДК 534.2

Ширгина Наталья Витальевна

**ДИАГНОСТИКА УПРУГИХ СВОЙСТВ ГРАНУЛИРОВАННЫХ
НЕКОНСОЛИДИРОВАННЫХ СРЕД МЕТОДАМИ
НЕЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ**

Специальность: 01.04.06 – акустика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва - 2013

Работа выполнена на кафедре акустики физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Коробов Александр Иванович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Есипов Игорь Борисович

доктор физико-математических наук,
профессор Митрофанов Валерий Павлович

Ведущая организация: ФГБНУ «Технологический институт
сверхтвердых и новых углеродных
материалов», Троицк, Московская обл., Россия

Защита состоится “12” декабря 2013 года в 16:00 на заседании Диссертационного Совета Д.501.001.67 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991 ГСП-1 Москва, Ленинские горы, МГУ, физический факультет, физическая аудитория им. Р.В. Хохлова.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан “11” ноября 2013 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.501.001.67
кандидат физ.-мат. наук, доцент

А.Ф. Королев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ И АКТУАЛЬНОСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

В последнее время большое внимание уделяется исследованию физических свойств структурно-неоднородных твердых сред. Наличие дефектов и неоднородностей в таких материалах приводит к появлению новых физических свойств, которые отсутствуют в однородных телах. Мезомасштабные неоднородности и дефекты существенно влияют и на упругие свойства структурно-неоднородных материалов. Наряду с упругой нелинейностью, обусловленной ангармонизмом кристаллической решетки (классическая нелинейность), в этих материалах проявляется структурная (неклассическая) нелинейность, обусловленная дефектами среды. В многочисленных экспериментах, проведенных как отечественными, так и зарубежными исследователями, было показано, что структурная нелинейность может на несколько порядков превышать величину классической нелинейности. Следует отметить, что впервые структурная нелинейность методами нелинейной акустики была исследована в работах В.А. Красильникова с сотрудниками в МГУ в 1963 г.

Особое место в теоретических и экспериментальных исследованиях структурно-неоднородных материалов занимают гранулированные неконсолидированные среды (ГНС). Это связано с их широким распространением в природе и интересными физическими свойствами.

Упругие свойства неконсолидированных гранулированных сред существенно отличаются от свойств сплошных сред из того же материала. Для описания упругих свойств таких сред обычно используется теория контактного взаимодействия Герца. Линейные и нелинейные свойства ГНС во многом определяются состоянием контактов между отдельными гранулами среды. Исследованием упругих свойств ГНС занимается ряд научных групп, как в России: ИПФ РАН (Нижний Новгород); Акустический институт им. Н.Н. Андреева (Москва); Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, (Москва), так и за рубежом: Universite du Maine (Le Mans, Франция); Национальная Геофизическая Лаборатория в Лос-Аламосе; Калифорнийский университет (США).

Однако, несмотря на большое количество научных публикаций, посвященных исследованию физических свойств гранулированных неконсолидированных сред, линейные и нелинейные свойства ГНС полностью не изучены. Учитывая, что в природе ГНС находятся под действием гравитационных сил, требуется дополнительное изучение влияния статических и динамических внешних воздействий на нелинейные упругие свойства гранулированных неконсолидированных сред. Также представляют интерес особенности отражения упругих волн от гранулированных неконсолидированных сред. Дальнейшее изучение упругих и акустических свойств неконсолидированных гранулированных сред, подвергаемых внешним воздействиям, является основой для обеспечения контроля над эволюцией их внутренней структуры и, несомненно, представляет научный и практический интерес. Поэтому тема диссертации, посвященная теоретическим и экспериментальным исследованиям упругих свойств гранулированных неконсолидированных сред методами нелинейной акустики, представляется актуальной и имеет прикладное значение.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью настоящей работы является комплексное исследование упругих свойств неконсолидированных гранулированных сред, находящихся под действием статических и динамических нагрузок, методами нелинейной акустики.

ЗАДАЧИ РАБОТЫ

Поставленная цель достигается путем решения следующих задач:

1. Разработка и создание экспериментальных установок для исследования линейных и нелинейных упругих свойств гранулированных неконсолидированных сред (ГНС) методами нелинейной акустики;
2. Теоретическое и экспериментальное исследования влияния внешнего статического давления и амплитуды зондирующей акустической волны конечной амплитуды на линейные и нелинейные упругие свойства ГНС;

3. Исследование особенностей отражения акустических волн от двумерного гранулированного неконсолидированного слоя.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА И ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ РАБОТЫ

1. Созданы экспериментальные установки и методики для исследования упругих свойств гранулированных неконсолидированных сред методами нелинейной акустики.
2. Получены аналитические выражения для коэффициентов упругости 2, 3 и 4 порядков в одномерной гранулированной неконсолидированной среде (ОГНС). Показано, что упругая нелинейность исследуемой среды, связанная с контактом Герца, больше чем на порядок превышает упругую нелинейность, определяемую ангармонизмом кристаллической решетки материала, из которого изготовлены шары.
3. Теоретически и экспериментально исследовано влияние внешней силы, приложенной к ОГНС, на ее упругие свойства. Впервые обнаружена немонотонная зависимость нелинейных упругих параметров 2 и 3 порядков в ОГНС от величины внешней статической силы. Аномальное поведение нелинейных упругих параметров объяснено структурным фазовым переходом от одномерной к двумерной структуре, вызванным внешней статической силой, приложенной к ОГНС.
4. Теоретически и экспериментально исследовано влияние внешнего статического давления и амплитуды упругой волны на величину скорости упругой волны в ГНС. Было обнаружено, что при увеличении амплитуды зондирующего сигнала в ГНС наблюдалось отклонение зависимости относительной скорости от амплитуды от теоретически предсказанной квадратичной зависимости. Это объясняется структурным фазовым переходом, вызванным упругой деформацией в акустической волне, в результате которого происходит изменение упаковки шаров и соотношения между количеством сильно и слабо поджатых контактов.
5. Теоретически и экспериментально исследовано влияние внешнего давления на величину нелинейных упругих параметров в трехмерной ГНС. Экспериментально обнаружена немонотонная зависимость нелинейных

упругих параметров второго и третьего порядков от давления. Полученная зависимость объяснена структурными фазовыми переходами в ГНС, вызванными внешним статическим давлением и меняющими упаковку шаров и, как следствие, соотношение между сильно и слабо поджатыми контактами.

6. Теоретически и экспериментально исследовано отражение гармонической волны от слоя стальных шаров, имеющих дисперсию величины их диаметров. Теоретически рассчитана зависимость коэффициента отражения основной акустической волны и нелинейного упругого параметра от внешнего давления. Результаты теоретического анализа находятся в согласии с экспериментальными результатами.
7. Показано, что гранулированная неконсолидированная среда является системой, линейными и нелинейными свойствами которой можно управлять внешними статическими (давление) и динамическими (амплитуда зондирующей волны) воздействиями.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Упругие линейные и нелинейные свойства гранулированных неконсолидированных сред (ГНС) определяются в основном не межатомными взаимодействиями в материале гранул, а состоянием контактов между отдельными гранулами.
2. ГНС является средой, упругими свойствами которой можно в широких пределах управлять внешними статическими и динамическими воздействиями.
3. Воздействия, как статические, так и динамические, могут вызвать структурные фазовые переходы в ГНС, сопровождающиеся аномальным поведением нелинейных упругих свойств.

АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ И ПУБЛИКАЦИИ

По результатам исследований, представленных в диссертации, опубликовано 21 научная работа, в том числе 3 в рецензируемых журналах, входящих в список ВАК, 2 статьи в журнале «Proceedings of Meetings on Acoustics», а также в 16 статей и тезисов в трудах научных конференций.

Результаты диссертационной работы обсуждались и докладывались на 9 российских и 4 международных конференциях: сессия научного совета РАН по акустике и XXV сессия Российского Акустического Общества (2012 г., Таганрог), сессия научного совета РАН по акустике и XXIV сессия Российского Акустического Общества (2011 г., Саратов), XIII Всероссийской школе-семинаре «Физика и применение микроволн» (2012 г., Звенигород), Международном молодежных научных форумах «Ломоносов-2012» и «Ломоносов-2013» (2012 г., 2013 г., Москва), III Международной конференции «Воздействие упругих волн на флюиды в пористых средах» (EWEF-2012, Москва), XIII Всероссийской школе-семинаре «Физика и применение микроволн» (2011 г., Звенигород), V Всероссийской конференции молодых ученых (2010 г., Саратов), Международной научно-технической конференции Ассоциации автомобильных инженеров (ААИ) “Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров” (2010 г., Москва), XVI и XVII International Conference on Nonlinear Elasticity in Materials (Prague, 2011, Cefalu, 2012), IEEE International Ultrasonics Symposium including Short Courses and Exhibition (Dresden, 2012) и International Congress on Ultrasonics (Singapore, 2013).

Исследования по теме диссертации были поддержаны грантами Российского Фонда Фундаментальных Исследований, грантом Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ, персональными грантами Акустического Американского Общества и Национальной геофизической лаборатории Лос-Аламоса.

ЛИЧНЫЙ ВКЛАД АВТОРА

Все изложенные в диссертационной работе оригинальные результаты получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИССЕРТАЦИИ

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, основных результатов и выводов, и списка цитируемой литературы. Общий объем работы

111 страниц текста, в том числе 24 рисунка, 1 таблица и список цитируемой литературы из 123 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В первой главе проведен краткий обзор современных методов исследования упругих свойств гранулированных неконсолидированных сред (ГНС). Проводится анализ имеющихся к настоящему времени научных публикаций, посвященных изучению упругих свойств ГНС. Уделено внимание ГНС, состоящих из набора одинаковых (металлических, стеклянных) шаров. Рассматриваются работы, описывающие возникновение и распространение солитонов в одномерных моделях неконсолидированных сред. Выполнен обзор работ, демонстрирующих нелинейные эффекты в трехмерных моделях ГНС. Рассматриваются трехмерные структуры, представляющие собой естественные зернистые среды: песок, галька. Приведен обзор работ, посвященных изучению двухкомпонентных (флюидонасыщенных) сред и трехкомпонентных (флюидонасыщенных с пузырьками воздуха) сред. В этой главе проанализированы теории Герца и Герца-Миндлина, связывающие между собой силу F , приложенную к гранулам и их взаимное сближение h . Соотношение, связывающее между собой силу и смещение, является нелинейным:

$$F = \left(\frac{4E^* \sqrt{R}}{3} h^{3/2} \right) * H(h) \quad (1)$$

где R - радиус шаров, $E^* = E/(1-\nu^2)$ - приведенный модуль Юнга, E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона материала шаров, $H(h)$ – функция Хевисайда, показывающая, что напряжения появляются в среде, только если контакты поджаты: $H(h)=1$ при $(F, h>0)$. Также приведен обзор теорий Гассмана и Био для флюидонасыщенных гранулированных неконсолидированных сред.

Во второй главе проанализированы упругие свойства модели одномерной гранулированной неконсолидированной среды (ОГНС) и экспериментально исследованы ее нелинейные упругие свойства. Среда моделировалась одномерной цепочкой из 80 одинаковых стальных шаров, диаметром 6.5 мм, предварительно поджатых внешней статической силой F . Анализ упругих свойств цепочки проводился на основе теории контактного взаимодействия

Герца. Для одномерной цепочки шаров получено уравнение состояния с учетом членов пропорциональных $(\varepsilon_0)^3$.

$$\sigma = \frac{4E^*}{3\pi} \varepsilon_0^{3/2} H(\varepsilon_0) \quad (2)$$

$$\sigma = \sigma(\varepsilon_0) + C_2 \varepsilon_0 + \frac{1}{2!} C_3 \varepsilon_0^2 + \frac{1}{3!} C_4 \varepsilon_0^3 + \dots \quad (3)$$

где $\varepsilon = (h/R) = (h_0 + \tilde{h})/R = \varepsilon_0 + \varepsilon_0$ - общая деформация, ε_0 - статическая (появляющаяся за счет внешнего поджатия) и ε_0 - переменная (появляющаяся при распространении акустической волны в ОГНС) деформации в системе шаров, $H(P, \varepsilon_0)$ - функция Хевисайда, показывающая, что напряжение в системе появляется, когда к системе приложено статическое давление ($P, \varepsilon_0 > 0$): $H(\varepsilon_0) = 0$ при $P \leq 0, \varepsilon_0 \leq 0$ и $H(\varepsilon_0) = 1$ при $P > 0, \varepsilon_0 > 0$. При этом рассматривался случай, когда $\varepsilon_0 > \varepsilon_0$. C_2, C_3, C_4 - коэффициенты упругости 2, 3 и 4 порядков в цепочке шаров. При проведении эксперимента было удобнее контролировать статическую силу F . Воспользовавшись уравнением (1), мы выразили статическую деформацию ε_0 через силу F , и сделали соответствующую подстановку в уравнение (2). Пользуясь уравнениями (2) и (3), были определены аналитические зависимости коэффициентов упругости 2, 3, 4 порядков в цепочке шаров, выраженные через геометрические размеры шаров и их упругие свойства, в зависимости от внешней силы F .

$$C_2(F) = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon_0} = \frac{2E^*}{\pi} \left(\frac{3F}{4E^* R^2} \right)^{1/3} H(F) \quad (4)$$

$$C_3(F) = \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \varepsilon^2} \right)_{\varepsilon_0} = \frac{E^*}{\pi} \left(\frac{3F}{4E^* R^2} \right)^{-1/3} H(F) \quad (5)$$

$$C_4(F) = \left(\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \varepsilon^3} \right)_{\varepsilon_0} = -\frac{E^*}{2\pi} \left(\frac{3F}{4E^* R^2} \right)^{-1} H(F) \quad (6)$$

Получены выражения для нелинейных упругих параметров второго и третьего порядков в ОГНС:

$$N_2(F) = \frac{C_3}{C_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{3F}{4E^* R^2} \right)^{-2/3} H(F) \quad (7)$$

$$N_3(F) = \frac{C_4}{C_2} = \frac{1}{4} \left(\frac{3F}{4E^* R^2} \right)^{-4/3} H(F) \quad (8)$$

Показано, что когда деформации в области контактов остаются упругими, упругая нелинейность исследуемой среды, связанная с контактом Герца, больше чем на порядок превышает упругую нелинейность, определяемую ангармонизмом кристаллической решетки материала, из которого изготовлены шары (сталь). Как видно из Рис. 1, коэффициент упругости 3-го порядка C_3 в рассматриваемом диапазоне действующих статических сил в ГНС уменьшается пропорционально $P^{(-1/3)}$, и лежит в интервале $(8 \div 2) \cdot 10^{12}$ Па, тогда как значения коэффициента упругости 3 порядка, определяемого ангармонизмом кристаллической решетки материала шаров, в различных марках стали находятся в пределах $(3 \div 6) \cdot 10^{11}$ Па.

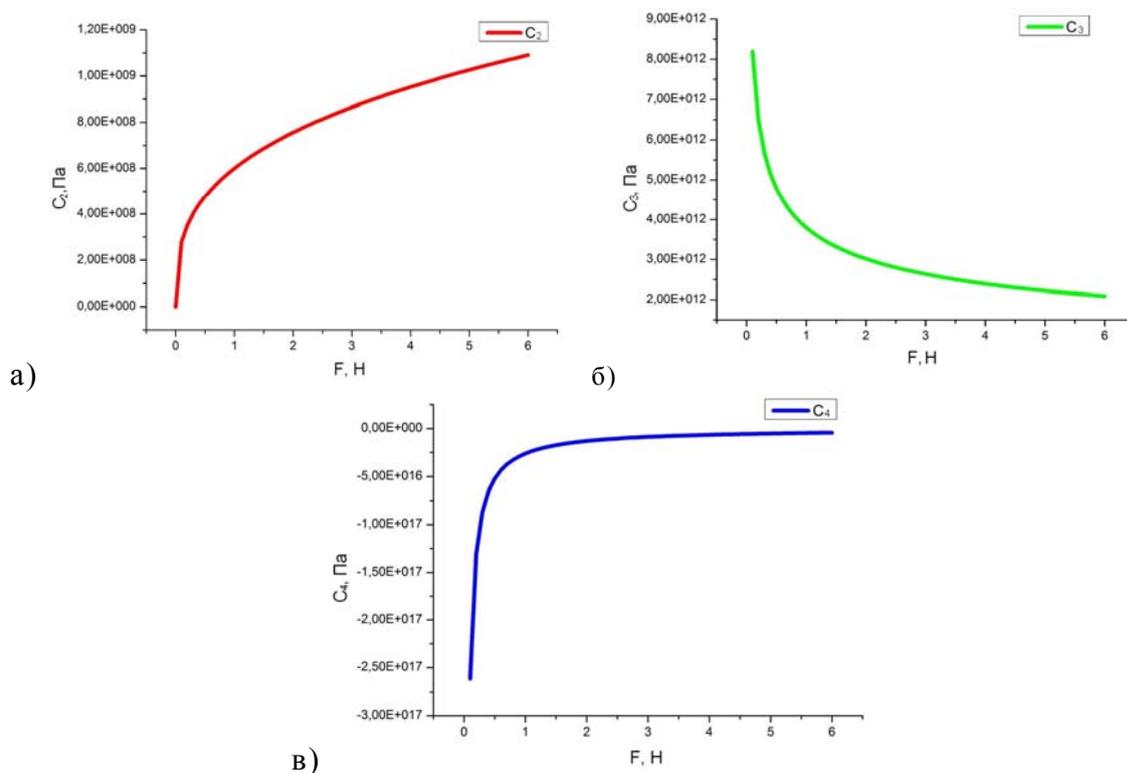


Рис. 1. Зависимости эффективных коэффициентов упругости 2-го, 3-го, 4-го порядков (Па), определяемых герцевской нелинейностью, от статической силы F (Н).

Экспериментальная установка для исследования нелинейных упругих свойств ОГНС спектральным методом, приведена на Рис. 2. Спектральный метод заключается в исследовании эффективности генерации высших гармоник

в поле упругой волны конечной амплитуды. Экспериментально исследовано влияние внешней статической силы F на нелинейные упругие свойства ОГНС.

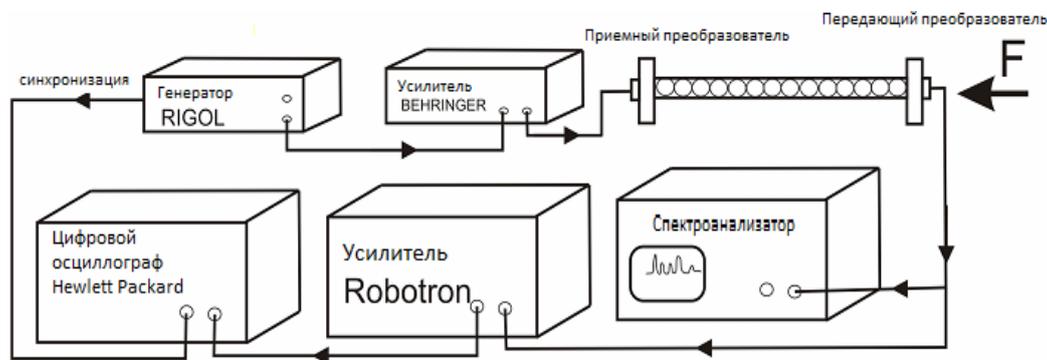


Рис. 2. Схема экспериментальной установки для исследования упругих свойств ОГНС

Проведенные экспериментальные исследования влияния статической силы F на эффективность генерации второй и третьей акустических гармоник в ОГНС позволили рассчитать зависимость нелинейных упругих параметров 2 и 3 порядков от величины внешнего статического поджатия. При увеличении статической силы, как и следовало из (7-8) нелинейные параметры монотонно уменьшались. Однако в интервале (1 - 3) Н было обнаружено anomальное увеличение нелинейных упругих параметров (Рис.3).

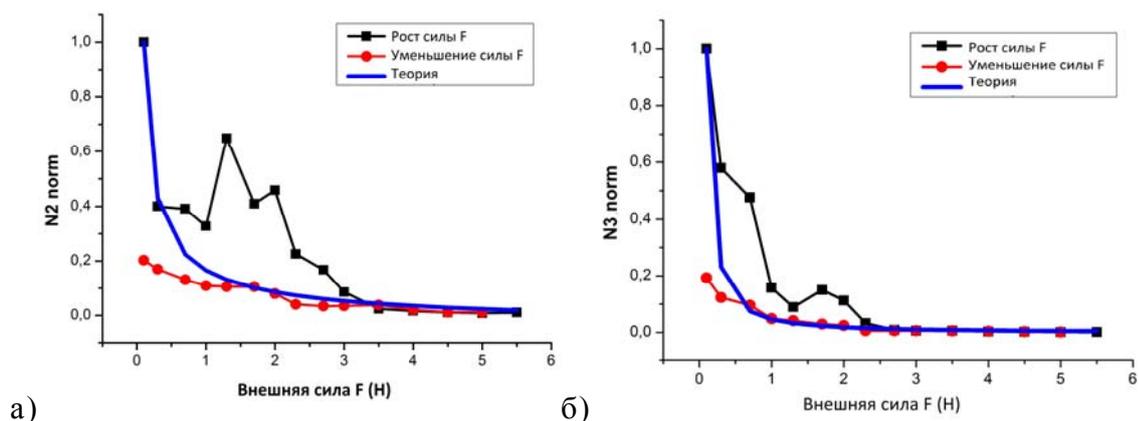


Рис. 3. Влияние внешней силы F на величину нормированных нелинейных упругих параметров: а) второго порядка; б) третьего порядка.

ОГНС в наших экспериментах можно было рассматривать как стержень при продольном сжатии. Так же как и стержень, ОГНС при продольном сжатии неустойчива по отношению к деформации изгиба. Продольное сжатие ОГНС

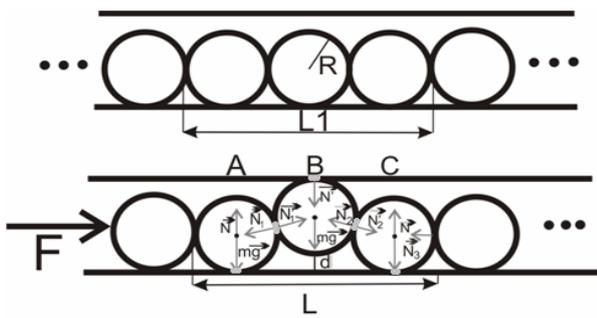


Рис. 4. Схема цепочки шаров при приложении силы F : а) до структурного фазового перехода; б) после структурного фазового перехода.

приводит к ее изгибу и, как следствие, выдавливанию одного или нескольких шаров за пределы основной цепочки (Рис. 4). Таким образом, при статическом сжатии ОГНС на ее отдельных участках происходит структурный фазовый переход одномерной цепочки шаров из 1-D структуры в двумерную 2-D структуру, приводящий к увеличению общего числа контактов Герца и уменьшению длины цепочки. Оба эти механизма, вызванные структурным фазовым переходом, приводят к аномальному увеличению герцевской нелинейности и как следствие к аномальному поведению упругих нелинейных параметров.

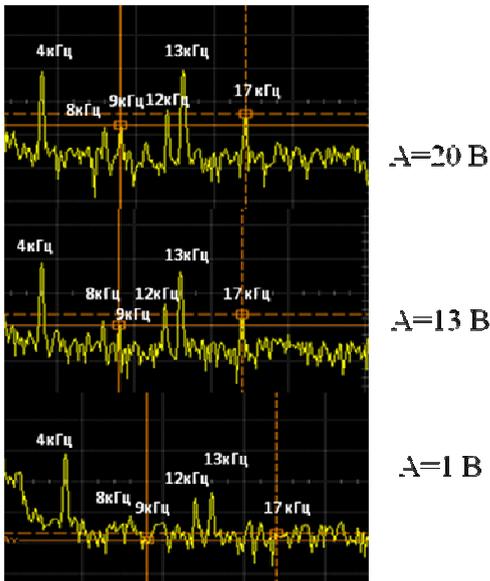


Рис. 5. Спектр прошедшего сигнала, основные частоты $f_1=4$ кГц и $f_2=13$ кГц, комбинационные частоты $f_3=9$ кГц и $f_4=17$ кГц в зависимости от амплитуды сигнала с генератора на частоте 13 кГц.

Далее в исследуемой структуре нами было исследовано коллинеарное взаимодействие двух упругих волн конечной амплитуды. При распространении двух упругих волн конечной амплитуды в нелинейной среде в ней образуются упругие волны на комбинационных частотах, амплитуды которых рассчитываются следующим образом:

$$P(\omega_1 \pm \omega_2) = \frac{Nd}{4V^3 \rho} (\omega_1 \pm \omega_2) P(\omega_1) P(\omega_2) \quad (9)$$

Где N – нелинейный параметр, d – длина области взаимодействия упругих волн, V – скорость звука в среде, $\omega_1=2\pi f_1$, $\omega_2=2\pi f_2$, $P(\omega_1)$, $P(\omega_2)$ – частоты и амплитуды взаимодействующих упругих волн. В спектре сигнала, соответствующего

прошедшим через систему шаров упругим волнам помимо несущих частот $f_1=4$ кГц и $f_2=13$ кГц наблюдались сигналы на комбинационных частотах $f_3=9$ кГц и $f_4=17$ кГц (Рис. 5). Также в спектре наблюдался сигнал второй гармоники одной из несущих частот $2f_1 = 8$ кГц. Сигнал на второй гармонике от волны с частотой $f_2=13$ кГц не наблюдался, так как $2f_2 = 26$ кГц была больше частоты отсечки системы. Экспериментально исследовалась зависимость сигналов комбинационных частот от амплитуды одного несущего сигнала, при фиксированной амплитуде второго. При увеличении амплитуды одной из взаимодействующих волн при фиксированной амплитуде другой, амплитуда сигналов на комбинационных частотах линейно увеличивалась (Рис. 6), при этом амплитуда волн на суммарной частоте $f_4 = f_1 + f_2 = 17$ кГц была больше амплитуды волны на разностной частоте $f_3 = f_2 - f_1 = 9$ кГц приблизительно в $17/9$ раз, что находится в соответствии с теоретическим анализом (9).

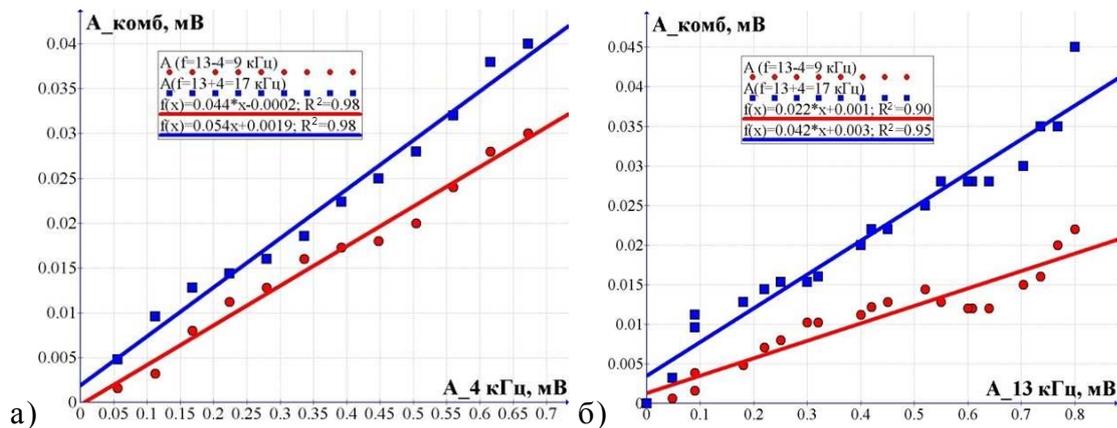


Рис. 6. Амплитуды комбинационных частот $f_3=9$ кГц и $f_4=17$ кГц в зависимости от амплитуды а) сигнала с частотой $f_1=4$ кГц при постоянной амплитуде сигнала с частотой $f_2=13$ кГц, б) сигнала с частотой $f_2=13$ кГц при постоянной амплитуде сигнала с частотой $f_1=4$ кГц

В третьей главе приводятся результаты теоретического анализа и экспериментальных исследований упругих свойств трехмерной гранулированной неконсолидированной среды (ГНС). Упругие свойства гранулированной среды зависят от состояния контактов между отдельными зернами 3-D среды, в которой имеются как слабо, так и сильно поджатые контакты. При анализе упругих свойств 3-D ГНС мы воспользовались

уравнением состояния среды, учитывающего наличие слабо и сильно поджатых контактов между отдельными шарами:

$$\sigma = \left[n \frac{4E^*}{3\pi} \varepsilon^{3/2} + m \frac{4E^*}{3\pi} (\mu\varepsilon)^{3/2} \right] H(\varepsilon_0) \quad (10)$$

где $(m+n) < 12$, n – число сильных, m – число слабых контактов, приходящихся на один шар, $\mu < 1$. $H(P, \varepsilon_0)$ – функция Хевисайда, показывающая, что напряжение в системе появляется, когда система находится под действием статического давления. (Аналогичное уравнение ранее было предложено в работе В.Ю. Зайцева, В.Е. Назарова, В. Турна, В.Э. Гусева, Б. Кастаньеде. «Экспериментальное исследование нелинейных акустических эффектов в зернистых средах». Акустический журнал. 2005. Т. 51. № 5. с. 633-644).

Из разложения (10) в ряд Тейлора, ограничиваясь членами пропорциональными ε^3 , нами было получено уравнение состояния 3-D системы в виде:

$$\sigma = C_2(\varepsilon_0)\varepsilon + \frac{1}{2}C_3(\varepsilon_0)\varepsilon^2 + \frac{1}{6}C_4(\varepsilon_0)\varepsilon^3 \quad (10a),$$

где C_2, C_3, C_4 эффективные коэффициенты упругости 2, 3 и 4 порядков системы. Поскольку при проведении эксперимента было удобно контролировать внешнее статическое давление P , действующее на ГНС, воспользовавшись законом контактного взаимодействия Герца (1), эффективные коэффициенты упругости были выражены через величину внешнего статического давления P :

$$C_2 = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{(\varepsilon=\varepsilon_0)} = \frac{2E^*}{\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{1/3} H(P) \quad (11)$$

$$C_3 = \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \varepsilon^2} \right)_{(\varepsilon=\varepsilon_0)} = \frac{E^*}{\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{-1/3} H(P) \quad (12)$$

$$C_4 = \left(\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \varepsilon^3} \right)_{(\varepsilon=\varepsilon_0)} = -\frac{E^*}{2\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{-1} H(P) \quad (13)$$

Исследовано влияние внешнего статического давления и амплитуды зондирующего сигнала на величину скорости упругих волн в ГНС:

$$V = \sqrt{\frac{C_2}{\rho}} = \left(\frac{E^*}{\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{n}{\rho} \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \right)^{1/2} (6P)^{1/6} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 V(P, \varepsilon_x) = \langle V \rangle &= \sqrt{\frac{\langle C_2^* \rangle}{\rho}} = \sqrt{\frac{C_2}{\rho} \left(1 + \frac{1}{4} C_4 \varepsilon_{x0}^2\right)^{1/2}} = V_0 \left(1 + \frac{C_4 \varepsilon_{x0}^2}{8 C_2}\right) = \\
 &= V_0 \left[1 - \left\{ \frac{1}{32} \left(\frac{4\pi E^*}{3P}\right)^{4/3} * \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}}\right) / \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu}\right) \right\} \varepsilon_{x0}^2\right] H(P)
 \end{aligned} \tag{15}$$

Получены выражения для нелинейных упругих параметров в ГНС в зависимости от величины внешнего давления:

$$N_2 = \frac{C_3}{C_2} = \frac{\left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\sqrt{\mu}}\right)}{2 \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu}\right)} \left(\frac{3\pi P}{4E^*}\right)^{-2/3} H(P) \sim \frac{A_2}{A_1^2} \tag{16}$$

$$N_3 = \frac{C_4}{C_2} = -\frac{\left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}}\right)}{4 \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu}\right)} \left(\frac{3\pi P}{4E^*}\right)^{-4/3} H(P) \sim \frac{A_3}{A_1^3} \tag{17}$$

где A_1, A_2, A_3 – амплитуды первой, второй и третьей упругих гармоник в 3-D ГНС.

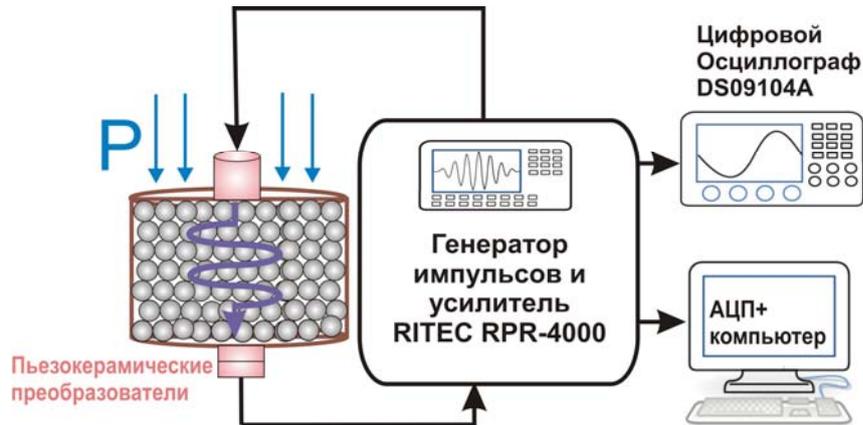


Рис. 7. Схема экспериментальной установки для исследования 3-D ГНС

Для исследования упругих свойств ГНС была разработана автоматизированная экспериментальная установка, схема которой приведена на Рис. 7. ГНС моделировалась одинаковыми стальными шарами диаметром 2 мм или 4 мм. Шары помещались в цилиндрическую ячейку из текстолита диаметром 22 мм, высотой 28 мм. К системе шаров прикладывалась сила, величина которой контролировалась образцовым динамометром. Для проведения измерений применялся автоматизированный ультразвуковой приемо-передающий комплекс RITEC RPR-4000, в котором реализован

импульсный метод измерений. Для возбуждения продольных упругих волн использовались преобразователи из пьезокерамики. Исследования нелинейных свойств 3-D ГНС проводились двумя методами: спектральным методом, который заключается в измерении спектральных компонент акустической волны конечной амплитуды, прошедшей через исследуемый образец, и путем исследования зависимости скорости акустической волны от ее амплитуды в ГНС и внешнего статического давления, приложенного к ней. Измерения скорости проводились импульсным методом на частотах 60 кГц и 120 кГц.

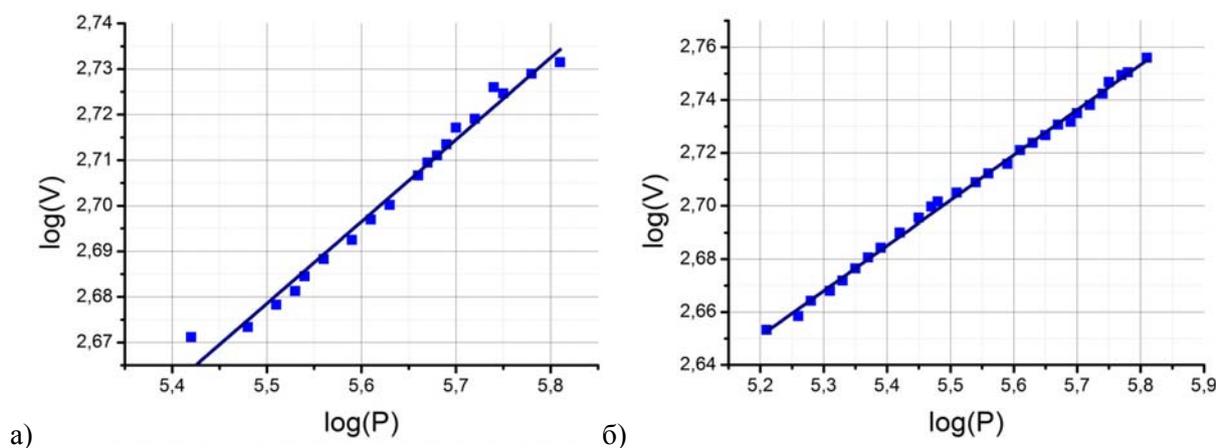


Рис. 8. Зависимость скорости продольной акустической волны от внешнего давления в двойном логарифмическом масштабе: а) упаковка из шаров диаметром 4 мм б) упаковка из шаров диаметром 2 мм

Давление в процессе эксперимента изменялось в интервале от 150 кПа до 650 кПа. На Рис. 8 приведены зависимости скорости упругих волн в ГНС от внешнего статического давления в двойном логарифмическом масштабе для двух образцов ГНС. Эти зависимости хорошо аппроксимируются линейной функцией $y=Vx+A$. Как следует из (14), теоретическое значение $V=1/6$. Экспериментально определенные значения этого коэффициента для системы ГНС, состоящей из шаров диаметром 4 мм и 2 мм составили 0.179 ± 0.006 и 0.171 ± 0.002 соответственно, что находится в соответствии с результатами теоретического рассмотрения (14). Из уравнения (15) было получено уравнение, описывающее зависимость относительного изменения скорости упругих волн в ГНС от амплитуды деформации в упругой волне $\mathcal{E}_{\chi 0}$ и приложенного к ГНС внешнего статического давления P :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\langle V \rangle - V_0}{V_0} = \frac{C_4}{8C_2} \varepsilon_{x^0}^2 = - \left\{ \frac{1}{32} \left(\frac{4\pi E^*}{3P} \right)^{4/3} * \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}} \right) / \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \right\} \varepsilon_{x^0}^2 H(P) \quad (18)$$

На Рис. 9 приведены зависимости изменения относительной скорости волны $\Delta V/V_0$ от амплитуды зондирующего сигнала при различных величинах статического давления P для упаковок из шаров диаметром 4 мм и 2 мм.

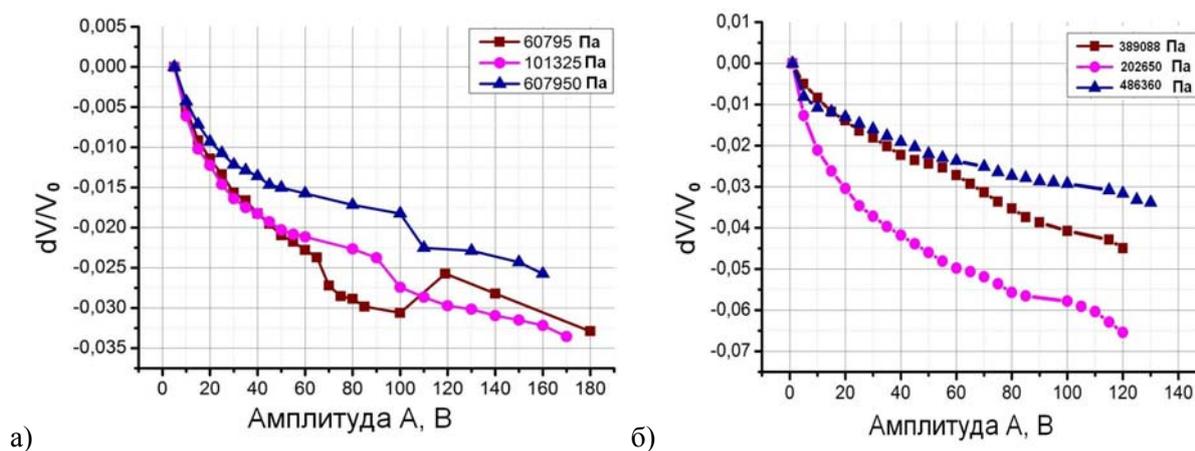


Рис. 9. Относительное изменение скорости $\Delta V/V_0$ в зависимости от амплитуды зондирующего сигнала A при различных значениях давления P (Па) для ГНС из шаров: а) диаметром 4 мм; б) диаметром 2 мм

При малых амплитудах упругой волны величина $\Delta V/V_0$ квадратично зависела от амплитуды упругой волны. Это указывает на значительную величину кубической нелинейности в ГНС. С увеличением давления величина относительного изменения скорости волны от амплитуды сигнала уменьшалась, что находится в согласии с теоретическим рассмотрением (18). Однако при увеличении амплитуды зондирующего сигнала наблюдалось отклонение от квадратичной зависимости относительного изменения скорости от амплитуды упругих волн в ГНС. По нашему мнению, это связано с тем, что упругие деформации, создаваемые волной конечной амплитуды, меняли как упаковку шаров, так и соотношение между слабо и сильно поджатыми контактами. Исследования нелинейных упругих свойств ГНС спектральным методом проводились на частоте зондирующего сигнала равной 60 кГц. В спектре упругой волны конечной амплитуды прошедшей через ГНС наблюдались первая, вторая и третья упругие гармоники. Экспериментально измеренные значения амплитуд этих гармоник A_1 , A_2 , A_3 при различных величинах P

позволило рассчитать зависимость нелинейных упругих параметров $N_2 \sim A_2/(A_1)^2$ и $N_3 \sim A_3/(A_1)^3$ от величины внешнего давления, приложенного к ГНС (Рис. 10). (На Рис.10 приведены величины нелинейных параметров, нормированные на их значения при минимальном поджатии).

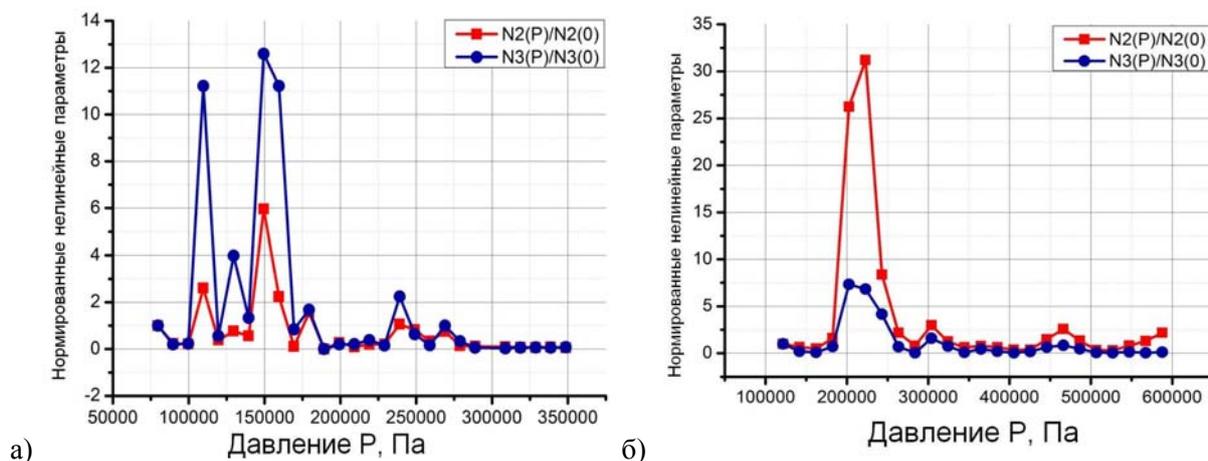


Рис. 10. Зависимость нормированных нелинейных параметров второго и третьего порядков от величины внешнего давления для ГНС из шаров: а) диаметром 2 мм б) диаметром 4 мм

При увеличении внешнего статического давления от 90 кПа до 190 кПа было обнаружено аномальное увеличение нелинейных параметров как второго, так третьего порядков в области давлений 110 кПа, 130 кПа, 150 кПа. Максимальное увеличение нелинейного параметра второго порядка для ГНС, состоящей из шаров диаметром 2 мм, составило примерно 6 раз, а максимальное значение нелинейного параметра третьего порядка в рассматриваемом диапазоне давлений увеличилось в 12 раз. Это свидетельствует о значительном увеличении как квадратичной, так и кубической нелинейностей в рассматриваемой 3-D системе. При дальнейшем увеличении давления нелинейность уменьшалась, что находится в соответствии с теоретическими зависимостями (16-17). Похожее поведение было характерно и для ГНС, состоящей из шаров диаметром 4 мм. Максимальное увеличение нелинейного параметра второго порядка в рассматриваемом диапазоне давлений составило до 30 раз, а максимальное увеличение нелинейного параметра третьего порядка в рассматриваемом диапазоне давлений составило до 8 раз. По нашему мнению, аномальное поведение нелинейных упругих параметров связано со структурным фазовым

переходом в ГНС, вызванного изменением внешнего давления P . В результате перехода в ГНС изменилось общее количество контактов между шарами, величина поджатия между отдельными контактами и соотношение между количеством сильно и слабо поджатых контактов. Увеличение количества слабо поджатых контактов привело к увеличению упругой нелинейности ГНС.

Для проверки этого предположения была экспериментально измерена зависимость электрического сопротивления ГНС, состоящей из шаров диаметром 2 мм, от внешнего давления P (Рис.11). Электрическое сопротивление отдельного контакта между шарами зависит от внешнего давления P , приложенного к контакту, и определяется соотношением :

$$R_i = \frac{\rho_s}{2\pi} \left(\frac{3\pi R^3 P_i (1 - \nu^2)}{2E} \right)^{-2/3} \quad (19)$$

где P_i – давление на отдельном контакте, ρ_s – удельное поверхностное сопротивление в области контакта отдельных шаров. Изменение P_i приводит к изменению сопротивления отдельного контакта. Сопротивление исследуемой ГНС с увеличением P изменяется вследствие изменения общего числа параллельно соединенных контактов N и изменения P_i – давления на отдельном контакте.



Рис. 11. Схема установки для измерения зависимости электрического сопротивления ГНС от внешнего статического давления

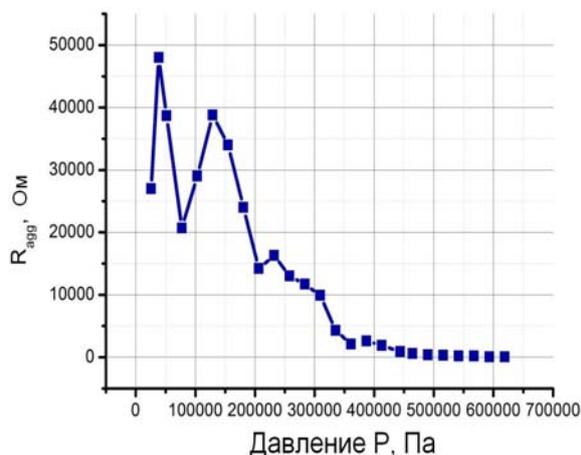


Рис. 12. Зависимость электрического сопротивления ГНС от внешнего давления

Общее сопротивление параллельно соединенных контактов будет определяться выражением:

$$\frac{1}{R_{agg}} \sim \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad (20)$$

На экспериментальной зависимости электрического сопротивления R_{agg} от внешнего давления P для ГНС, состоящей из металлических шаров диаметром 2 мм, наблюдалась немонотонная зависимость сопротивления R_{agg} от давления P (Рис. 12). Немонотонная зависимость электрического сопротивления R_{agg} ГНС от внешнего давления наблюдалась приблизительно в том же диапазоне внешнего давления P (100÷180 кПа), в котором было обнаружено аномальное увеличение нелинейных упругих параметров в ГНС (Рис. 10). Это подтверждает предположение, что немонотонное изменение как нелинейных упругих параметров в ГНС, так и ее электрического сопротивления связано со структурным фазовым переходом, вызванным внешним статическим давлением. В результате структурного перехода происходит изменение упаковки шаров в ГНС, приводящее к изменению соотношения между количеством слабо и сильно поджатых контактов.

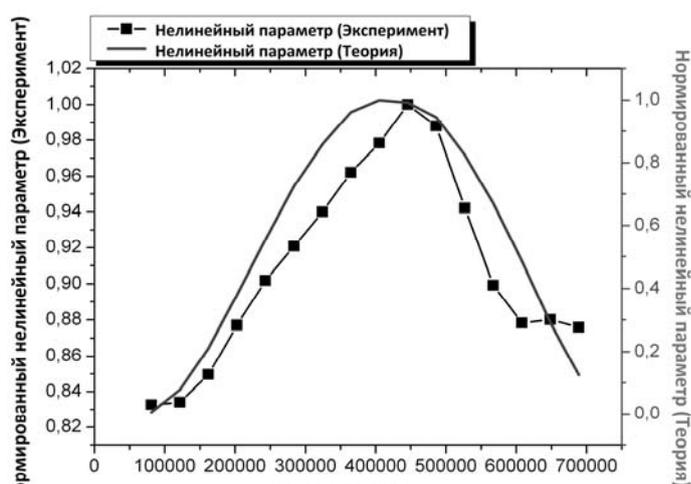


Рис. 13. Зависимость нормированных теоретического и экспериментально измеренного нелинейных упругих параметров второго порядка от давления

В четвертой главе приводятся результаты теоретического анализа и экспериментальных исследований влияния внешнего давления на особенности отражения акустических волн основной частоты от двумерного гранулированного неконсолидированного слоя, состоящего из металлических шаров диаметром 4 мм. На основе теории контактной акустической нелинейности

(описание которой приводится в работе Руденко О.В., Чинь Ань Ву, «Нелинейные акустические свойства контакта шероховатых поверхностей и возможности акустодиагностики статистических характеристик поверхностей.» Акустический журнал, 1994, том 40, № 4, с. 668-672) нами объяснено поведение второй акустической гармоники, обнаруженной в спектре отраженного акустического сигнала от слоя стальных шаров диаметром 4 мм. Полученная теоретическая зависимость нелинейного акустического параметра от давления аналогична зависимости нелинейного акустического параметра, вычисленного по измеренным экспериментальным значениям амплитуд первой и второй акустических гармоник (Рис. 13). Приведенные на Рис. 13 теоретическая и экспериментальная зависимости нелинейных упругих параметров от давления, нами объяснены дисперсией в размерах шаров.

В **Заключении** сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Созданы экспериментальные установки и разработаны методики для исследования линейных и нелинейных упругих свойств одномерной и трехмерной гранулированных неконсолидированных сред в зависимости от внешних воздействий.
2. На основе теории контактного взаимодействия Герца предложено уравнение состояния для одномерной гранулированной неконсолидированной среды (ОГНС) с учетом кубических членов по деформации. Получены аналитические выражения для коэффициентов упругости 2, 3 и 4 порядков ОГНС, входящих в уравнение состояния. Показано, что упругая нелинейность исследуемой среды, связанная с контактом Герца, больше чем на порядок превышает упругую нелинейность, определяемую агармонизмом кристаллической решетки материала, из которого изготовлены шары.
3. Теоретически и экспериментально исследовано влияние внешней статической силы, приложенной к ОГНС на ее нелинейные упругие свойства. Обнаружена немонотонная зависимость нелинейных упругих

параметров 2 и 3 порядков в ОГНС при изменении величины внешней силы. Аномальное поведение нелинейных упругих параметров объяснено структурным фазовым переходом от одномерной к двумерной структуре, вызванным внешней статической силой, приложенной к ОГНС.

4. Получены выражения для коэффициентов упругости 2, 3, 4 порядков и нелинейных упругих параметров второго и третьего порядков в трехмерной гранулированной неконсолидированной среде (ГНС).
5. Экспериментально исследовано влияние внешнего статического давления и амплитуды зондирующего сигнала на величину скорости упругой волны в ГНС. Обнаружено, что при увеличении амплитуды зондирующего сигнала в ГНС наблюдалось отклонение зависимости относительной скорости упругой волны от амплитуды от теоретически предсказанной квадратичной зависимости. Полученная зависимость объясняется структурным фазовым переходом в ГНС, вызванным упругой деформацией в акустической волне, и, как следствие, изменением соотношения между количеством сильно и слабо поджатых контактов.
6. Теоретически и экспериментально исследовано влияние внешнего давления на величину нелинейных упругих параметров 2 и 3 порядков в ГНС. Экспериментально обнаружена немонотонная зависимость нелинейных упругих параметров в ГНС от давления, что противоречит теоретическому рассмотрению (16-17). Наблюдаемая немонотонная зависимость этих параметров была объяснена структурными фазовыми переходами в ГНС, вызванных внешним давлением. В результате фазового перехода происходит перестройка упаковки шаров в ГНС и изменение соотношения между сильно и слабо поджатыми контактами.
7. Экспериментально обнаружена немонотонная зависимость электрического сопротивления от внешнего давления. При этом интервал давлений, при которых происходило увеличение сопротивления ГНС, совпадали с областями давлений, при которых происходило аномальное увеличение нелинейных параметров ГНС. Это подтверждает предположение, что немонотонное изменение как нелинейных упругих параметров в ГНС, так и

ее электрического сопротивления связано со структурным фазовым переходом, вызванным внешним статическим давлением.

8. Теоретически и экспериментально исследовано нелинейное отражение гармонической волны от слоя стальных шаров, имеющих малую дисперсию величины их диаметров. На основе теории контактной акустической нелинейности теоретически рассчитана зависимость нелинейного упругого параметра второго порядка от внешнего давления, приложенного к слою. Результаты теоретического анализа находятся в соответствии с экспериментальными результатами.
9. Проведенные экспериментальные и теоретические исследования позволяют сделать следующие выводы:
 - а) приложение внешнего статического давления к ГНС позволяет практически на порядок изменять величину упругих коэффициентов 2, 3 и 4 порядков;
 - б) структурный фазовый переход в ГНС может быть вызван как статическим, так и динамическим воздействием.

СПИСОК РАБОТ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Ширгина Н.В., Коробов А.И., Кокшайский А.И. Влияние статических и динамических внешних воздействий на упругие нелинейные свойства модели гранулированной неконсолидированной среды // Акустический журнал. 2013. Т. 59. № 5. С. 552–560.
2. Коробов А.И., Бражкин Ю.А., Ширгина Н.В. Нелинейные упругие свойства модели одномерной гранулированной неконсолидированной структуры // Акустический журнал. 2012. Т. 58. № 1. С. 103–111.
3. Shabalina E.D., Shirgina N. V, Shanin A. V. High-frequency modes in a two-dimensional rectangular room with windows // Acoust. Phys. 2010. Т. 56. № 4. С. 525–536.
4. Korobov A., Shirgina N., Kokshaiskiy A. The influence of external factors on the elastic properties of 3-D unconsolidated granular medium // Proceedings of Meetings on Acoustics. : American Institute of Physics, 2012. С. 045017–045017.

5. Korobov A.I., Brazhkin Y.A., Shirgina N. Nonlinear phenomenon in one-dimensional model of granular unconsolidated medium // Proceedings of Meetings on Acoustics. : American Institute of Physics, 2013. С. 045003–045003.
6. Korobov A., Shirgina N., Kokshaiskiy A. Nonlinear elastic effects in fluid saturated granular media // Proceedings of the 2013 International Congress on Ultrasonics (ICU 2013). : Research Publishing, 2013. С. 820–825.
7. Korobov A.I., Shirgina N.V., Kokshaiskiy A.I. Experimental study of nonlinear elastic properties of unconsolidated medium under various external influences // 2012 IEEE International Ultrasonics Symposium. : IEEE, 2012. С. 507–510.
8. Ширгина Н.В. Особенности распространения поперечных упругих волн в одномерной гранулированной структуре // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2012», Секция «Физика», подсекция «Радиофизика». М.: МАКС Пресс, 2012. С. 235-237.
9. Ширгина Н.В. Нелинейное отражение упругих волн от гранулированного неконсолидированного слоя // Материалы международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «ЛОМОНОСОВ-2013», Секция «Физика», Т.2, М.: Физический факультет МГУ. С. 40-42.
10. Korobov A.I., Shirgina N.V., Kokshayskiy A.I. The Influence of External Factors on the Elastic Properties of 3-D Unconsolidated Granular Medium // Book of abstracts of XVII International Conference on Nonlinear Elasticity in Materials (XVII ICNEM)., 2012. С. 5.
11. Коробов А.И., Ширгина Н.В., Кокшайский А.И. Особенности распространения упругих волн в 3-D гранулированной неконсолидированной среде // Труды XIII Всероссийской школы-семинара “Волновые явления в неоднородных средах”, Секция 8, Звенигород. - 21-26 мая 2012. , 2012. С. 44–47.
12. Коробов А.И., Ширгина Н.В. Кокшайский.А.И. Исследование линейных и нелинейных упругих свойств 3D модели неконсолидированной гранулированной среды // Сборник трудов III Международной конференции «Воздействие упругих волн на флюиды в пористых средах» (EWEF-2012). - 24-28 сентября 2012 г., Москва. , 2012. С. 64.

13. Коробов А.И., Ширгина Н.В., Кокшайский А.И. Экспериментальные исследования нелинейных эффектов при распространении упругих волн в 3-D гранулированной неконсолидированной среде // Сборник трудов научной конференции «Сессия научного совета РАН по акустике и XXV сессия Российского Акустического Общества. М.: ГЕОС, 2012. С. 184–188.
14. Коробов А.И., Ширгина Н.В. Особенности распространения крутильных волн в одномерной модели гранулированной среды // Сборник трудов научной конференции «Сессия научного совета РАН по акустике и XXV сессия Российского Акустического Общества. Т.1. М.: ГЕОС, 2012. С. 189–192.
15. Korobov A., Shirgina N., Kokshaiskiy A. Experimental study of nonlinear elastic properties of unconsolidated medium under various external influences // Abstract Book 2012 IEEE International Ultrasonics Symposium including Short Courses and Exhibition, International Congress Center Dresden. – Dresden. Germany. , 2012. С. 144.
16. Коробов А.И., Бражкин Ю.А., Ширгина Н.В. Генерация гармоник в одномерной модели гранулированной неконсолидированной среды // Сборник трудов научной конференции «Сессия научного совета РАН по акустике и XXIV сессия Российского Акустического Общества. Т.1. М.: ГЕОС, 2011. С. 134–138.
17. Коробов А.И., Бражкин Ю.А., Ширгина Н.В. Упругие свойства одномерной гранулированной неконсолидированной среды // Сборник трудов XIII Всероссийской школы-семинара «Физика и применение микроволн». 23-28 мая 2011, Звенигород, Московская обл. Секция 4 «Волновые процессы в неоднородных средах». , 2011. С. 36–39.
18. Shirgina N., Korobov A.I., Brazhkin Y.A. Nonlinear phenomenon in one-dimensional model of granular unconsolidated medium // Book of abstracts of XVI International Conference on Nonlinear Elasticity in Materials (XVI ICNEM). , 2011. С. 36.
19. Коробов А.И., Бражкин Ю.А., Ширгина Н.В. Особенности генерации второй акустической гармоники в 3D неконсолидированной среде // Наноэлектроника, Нанофотоника и Нелинейная Физика. Тезисы докладов V

Всероссийской конференции молодых ученых 6-8 сентября 2010 года. Саратов: Издательство Саратовского университета, 2010. С. 123–124.

20. Бражкин Ю.А., Ширгина Н.В. Генерация второй акустической гармоники в одномерной неконсолидированной структуре // Наноэлектроника, Нанофотоника и Нелинейная Физика, Тезисы докладов V Всероссийской конференции молодых ученых 6-8 сентября 2010 года. Саратов: Издательство Саратовского университета, 2010. С. 125–126.
21. Бражкин Ю.А., Ширгина Н.В. Контактные взаимодействия шариковых элементов подшипников при распространении упругих волн // Материалы Международной научно-технической конференции Ассоциации автомобильных инженеров (ААИ) “Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров ”, посвященной 145-летию МГТУ “МАМИ”. Книга 9. Москва: МГТУ «МАМИ», 2010. С. 30–34.