

УДК 534.222

## О РЕЗОНАНСНЫХ СВОЙСТВАХ МАГМАТИЧЕСКИХ СТРУКТУР

© 2005 г. А. Л. Собисевич, О. В. Руденко\*

*Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН*

*123995 Москва, ул. Б. Грузинская, 10*

*E-mail: alex@ifz.ru*

*\*Физический факультет Московского государственного университета  
им. М.В. Ломоносова*

*119992 Москва, Ленинские горы, МГУ*

*E-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru*

*Поступила в редакцию 07.10.04 г.*

Сообщается о наблюдениях квазигармонических спектральных составляющих в отклике вулканических структур на отдаленные сейсмические воздействия. Резонансные частоты связываются с присутствием магматического очага и магматической камеры, содержащих газовые полости или пузырьки. Наличие области пониженной плотности в окрестности вулкана Эльбрус подтверждается независимыми гравиметрическими измерениями и результатами анализа геологических данных.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ГЕОЛОГО-ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ВУЛКАНИЧЕСКОГО ЦЕНТРА ЭЛЬБРУС

Анализ поля тектонической раздробленности [1] показывает, что магматическая камера вулкана Эльбрус на глубинах ниже 3 км выражена единым очагом. На рис. 1 изображен вертикальный разрез этого поля, проходящий через Эльбрус и ориентированный вдоль Кавказского хребта. Цифрой 4 отмечена область, интерпретируемая как материнский очаг, который в прошлом служил поставщиком магмы для вулканических камер и палеоизвержений. Цифрой 5 отмечена область аномальной раздробленности, отождествляемая с вулканической камерой Эльбруса. 2, 3 – это один из возможных путей перетока первичной магмы в вулканическую камеру; 1 – это изолинии поля тектонической раздробленности. Над разрезом приведен рельеф местности вдоль этого профиля.

Результаты анализа дают основания полагать, что магматическая камера расположена непосредственно под вулканической постройкой Эльбруса. Ее нижняя граница лежит на глубинах порядка 8 км. Западная граница камеры почти вертикальна, восточная – наклонена под углом около 45°. На глубинах примерно 5 км ширина камеры достигает размеров 8 км и по мере продвижения к поверхности постепенно уменьшается. Резкое уменьшение камеры начинается с глубины порядка 2 км, а на глубине 1 км ее характерные размеры не превышают 2 × 2.5 км.

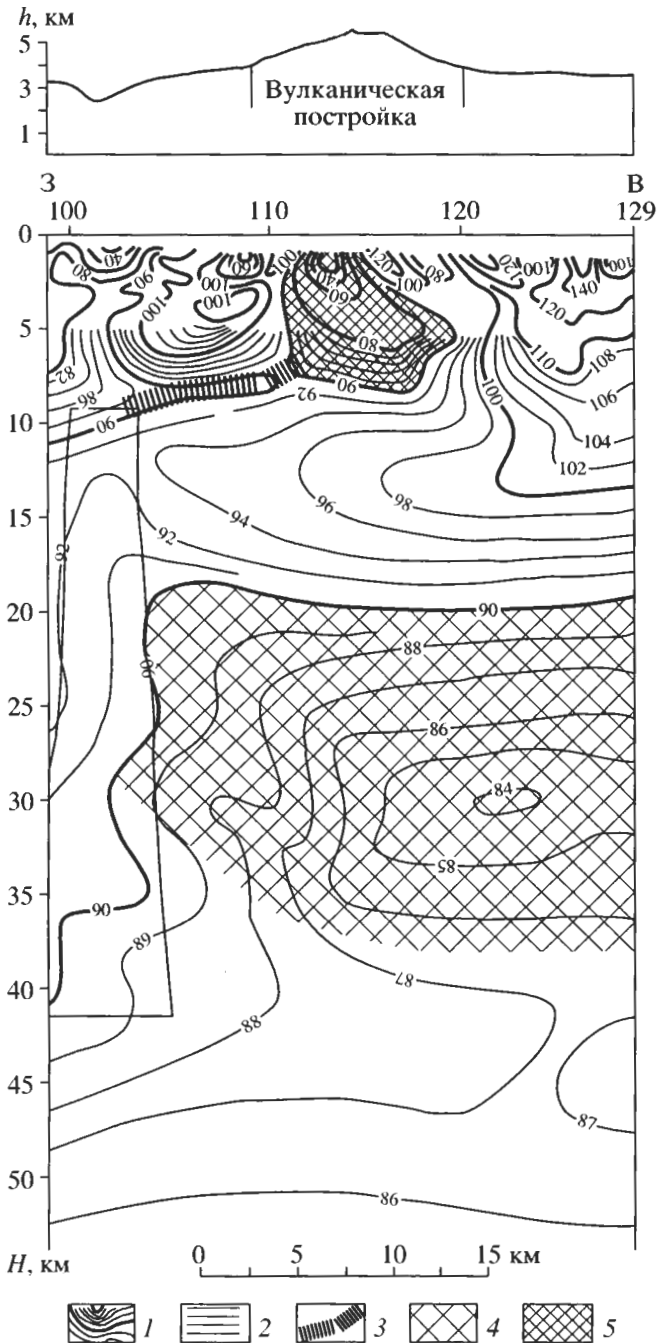
Магматическая камера Эльбруса приближена к западной периферии материнского очага, рас-

полагаясь выше него на 10–12 км. Разумеется, поставка магматического материала из очага в камеру должна идти вдоль каких-то ослабленных зон. Именно такая зона определяется в структуре поля тектонической раздробленности литосферы, отражая ослабленную (пограничную) зону западного окончания Транскавказского поперечного поднятия. Она прослеживается от глубоких горизонтов (40–45 км) вверх до глубин порядка 12 км (рис.).

Эта картина находится в согласии с данными гравиметрических наблюдений. В период с 1960 по 2001 гг. было установлено, что в районе Эльбруса имеет место отрицательная гравитационная аномалия [2]. Существует область минимальных значений локального гравитационного поля, ориентированная по широте. Анализ причин образования этой аномалии [2] выявил связь гравиметрических данных с глубиной залегания и размерами неоднородностей, а также с их формой и физическими параметрами горных пород.

Естественно предположить, что в течение многих тысяч лет в этом районе происходила дифференциация материала, и магматическая масса имела здесь переменную плотность (более легкие фракции скопились вверху, тяжелые опустились вниз). Можно также допустить, что в верхней части магматической камеры скопились летучие, что дополнительно повлияло на структуру гравитационной аномалии.

Форма неоднородности и распределение плотности внутри нее могут быть многообразны. Согласно [2, 3], горные породы под Эльбрусом находятся в кристаллическом состоянии, однако нагреты по крайней мере до температуры плавления диоритов  $T = 1250^{\circ}\text{C}$ ; поэтому тепловое



Вертикальный разрез поля тектонической раздробленности коры, проходящий через вулкан Эльбрус и ориентированный вдоль Кавказского хребта.

1 – изолинии поля тектонической раздробленности коры: жирные – сечением через 10 усл. ед., тонкие – через 2 или 1 усл. ед.; 2 – область (зона) повышенной раздробленности нижней части коры; 3 – близгоризонтальные ослабленные зоны (возможный путь перетока первичной магмы в вулканическую камеру); 4 – область anomalно пониженных значений поля в верхах базальтовой коры, рассматриваемая в качестве потенциального материнского магматического очага, служащего в прошлом поставщиком материала для заполнения вулканических камер; 5 – область anomalно пониженных значений поля в верхней части коры, отождествляемая с вулканической камерой.

расширение породы привело к существенному уменьшению ее плотности. Что же касается самой камеры, то здесь породы находятся в состоянии магматического расплава; следовательно, при переходе диорита из кристаллического состояния в расплав можно ожидать очередного скачка в изменении плотности. Так, при  $T = 1650^\circ\text{C}$  общее уменьшение плотности диорита, по отношению его плотности при  $0^\circ\text{C}$ , достигает  $490 \text{ кг/м}^3$ .

Если допустить, что температура магматической камеры порядка  $1650^\circ\text{C}$ , то подобная геолого-геофизическая интерпретация будет соответствовать последним экспериментальным данным, полученным при изучении современной структуры гравитационного поля на поверхности Земли, которое в 1994–2000 годах было детально исследовано [4]. Эти результаты находятся в согласии с выводами работ [2, 3].

Акцентируем внимание на том немаловажном факте, что лавы Эльбруса имеют пористую текстуру и, как следствие, весьма низкую плотность  $1800\text{--}2500 \text{ кг/м}^3$ . Такая текстура могла возникнуть в результате излияния на поверхность магмы, обильно насыщенной летучими. Резкое уменьшение давления при движении магмы к кратеру сопровождалось бурным выделением газов и вскипанием лавы, которое при ее застывании и приводило к образованию пустот. Таким образом, низкая плотность лав Эльбруса и их пористая текстура дают ясное указание на то, что в магматической камере вулкана на протяжении долгого периода его деятельности скапливалась магма, содержащая высокий процент газов. В процессе своего развития газовые образования концентрировались у верхнего свода магматической камеры, создавая резонирующую полость (или несколько полостей) значительных размеров, окруженных расплавом. Именно такие полости, где под высоким давлением происходит накопление летучих, ряд исследователей связывает с потенциальными источниками взрывных извержений.

Заполненные разогретой магмой и летучими, магматический очаг и камера могут рассматриваться как резонансные структуры сложной формы. При воздействии широкополосного сейсмического возмущения эти структуры формируют в своей окрестности вторичные геофизические поля, содержащие информацию, в том числе и о резонансных свойствах неоднородностей.

Установлено, что наведенное инфразвуковое поле в окрестности вулкана Эльбрус, отражающее динамические особенности магматического очага и камеры, характеризуется наличием квазигармонических составляющих [4, 5]. Наличие магмы (ее состав, температура и вязкость) определяет добротность магматических образований как резонансных систем. Кроме того, в спектре наведенных инфразвуковых процессов присутствуют компоненты, связанные с наличием “обмен-

Значения периодов резонансных мод (в секундах) магматических образований вулкана Эльбрус по деформографическим наблюдениям

Период резонансной моды, с	70.7	68.1	66.0	64.0	61.8	59.4	56.7	52.2	49.9	45.7	44.0	42.4	40.6
Стандартное отклонение, с	0.4	0.3	0.5	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.4	0.4	0.2	0.2
Количество землетрясений	7	19	25	17	16	17	20	10	28	16	17	20	15

ных” волн (возникающих в результате переотражений на границах раздела слоистой среды). Следует отметить, что в диапазоне частот ниже 5–10 Гц обычные волны практически не наблюдаются.

Характеризуя процессы формирования вторичных крайне низкочастотных волновых полей в районе вулканической постройки, необходимо принимать во внимание, что неоднородные разломно-блоковые структуры являются своеобразным фильтром для поперечных волн, слабо влияя на продольную составляющую. Экспериментальные исследования показали, что при активном сейсмическом воздействии резонансные структуры вулкана Эльбрус ответственны за появление в спектре продольных волн характерных частот в диапазоне 0.001–0.2 Гц. Наблюдения наведенных инфразвуковых полей в окрестности Эльбрусского вулканического центра были выполнены для многих крупных сейсмических событий, зарегистрированных Баксанским лазерным интерферометром [5].

### БАКСАНСКИЙ ЛАЗЕРНЫЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР-ДЕФОРМОГРАФ И РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ

Геодинамическая обсерватория Московского университета расположена в Баксанском ущелье (поселок Нейтрино) в 30 км на юго-запад от города Тырныауз и в 20 км от вулканической постройки Эльбруса. Широкополосный лазерный интерферометр-деформограф установлен на отметке 650 м вдоль штольни “Главная” Баксанской нейтринной обсерватории Института ядерных исследований, пройденной в глубину горного массива (гора Андырчи) до 4200 м. Координаты интерферометра: широта 43° 12', долгота – 42° 43', азимут – 150° 37'.

Прибор представляет собой двухпроходный неравноплечий интерферометр Майкельсона с измерительным плечом длиной 75 м. Оптические пути интерферометра полностью вакуумированы (давление  $p \approx 5 \times 10^{-5}$  мбар). Электронная система регистрации обеспечивает работу интерферометра в широком диапазоне частот: от сверхнизких (ограниченных только длиной ряда непрерывных наблюдений и используемыми методами спектрального анализа) до тысяч Гц. В штатном режиме мониторинга литосферных деформаций сбор данных осуществляется по трем каналам: низкочастотному инфразвуковому (от 0.1 Гц и ниже),

инфразвуковому (на частоте 30 Гц в полосе 1 Гц) и акустическому (на частоте 1620 Гц в полосе 0.5 Гц; регистрация квадратурных компонент) [6, 7].

В 2000–2001 гг. результаты обработки гравиметрических данных косвенно подтвердили существование мощной (до 15–20 км в диаметре) зоны разуплотнения под Эльбрусом, характеризующейся пониженной упругостью и повышенной вязкостью разогретого вещества. Амплитуды суточных и полусуточных приливных волн оказались несколько заниженными относительно модельных значений, что свидетельствует о наличии в коре зоны аномально низкой упругости. В сейсмическом диапазоне (периоды ~50–100 с) был обнаружен ряд резонансных мод, возбуждаемых только очень близкими и сильными землетрясениями. Ниже анализируется ряд событий, зарегистрированных интерферометром в 1998–2001 гг.

Землетрясения, которые использовались как источники внешнего возбуждения для обнаружения резонансов, по сейсмическим проявлениям и удаленности от места регистрации были условно разбиты на три группы.

В первую группу вошли 9 сильнейших землетрясений с магнитудой от 7.5 до 8.3 Mw. Три из них – острова Баллени, 25 марта 1998 года (8.1 Mw); Сальвадор, 13 января 2001 года (7.7 Mw); Перу, 23 июня 2001 года (8.3 Mw) – относятся к высокоэнергетическим сейсмическим событиям. В этом случае наблюдаются значительные величины амплитуд для оцениваемых мод наведенных колебаний в районе вулканической постройки (сто и более в единицах отношения “сигнал/шум”).

Во вторую, самую многочисленную группу (20 событий), вошли сильные землетрясения с магнитудой от 6.8 до 7.6 Mw.

Наконец, последнюю группу образуют землетрясения, произошедшие недалеко от Баксанского ущелья. В нее включены 4 события – Афганистан, 30 мая 1998 года (6.6 Mw); Турция, 17 августа 1999 года (7.7 Mw); Баку, 25 ноября 2000 года (6.3 Mw) и Туркменистан, 06 декабря 2000 года (7.0 Mw). При этом турецкое землетрясение, учитывая его близость, также можно отнести к сильнейшим с точки зрения его воздействия на изучаемые магматические структуры.

Количественные оценки резонансных частот, возбужденных рассмотренными землетрясениями и не связанных с собственными колебаниями Земли, приведены в таблице. В этом диапазоне

самая низкочастотная мода с периодом  $\sim 71$  с возбуждается только сильнейшими землетрясениями (магнитуда  $\sim 8$  Mw); она обнаружена в спектре отклика лишь для семи событий. Далее следует целый ряд мод, устойчиво определяемых для большинства сильных землетрясений. Интересно отметить, что структура мод, возбуждаемых “близкими” землетрясениями имеет характерные отличия: отсутствуют крайне низкочастотные моды, зато хорошо представлены моды с периодами в диапазоне 40–58 с [8].

Положение центральных частот спектральных линий несколько флуктуирует. Это связано, скорее всего, со сложностью формы магматической камеры и очага и различной их ориентацией на эпицентр разных сейсмических событий. Это значит, что условия взаимодействия волнового фронта со структурой отличаются для различных событий, что сказывается на условиях возбуждения собственных колебаний резонансных структур.

Полученные экспериментальные данные о собственных частотах магматического очага и камеры представляют собой основу для развития моделей, позволяющих оценить размеры и физические свойства неоднородных структур. Вместе с тем, этих данных явно недостаточно для корректного решения обратных задач с целью точного восстановления геометрических и физических параметров рассеивающих объектов.

### НЕЛИНЕЙНЫЙ И РЕЗОНАНСНЫЙ ОТКЛИК ПОРИСТОЙ СРЕДЫ ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАВЛЕНИЯ

Сигналы, регистрируемые в результате рассеяния упругих волн от неоднородных геофизических структур, во многих случаях содержат выбросы на определенных частотах. Линии в спектре рассеянного сигнала часто объясняют резонансными явлениями, природа которых до сих пор не вполне ясна. Можно предположить, что в средах имеются неоднородности, которые либо хорошо отражают волны некоторых выделенных частот, либо формируют резонаторы с дискретным спектром мод, где энергия собственных колебаний может накапливаться.

В экспериментах, описанных выше, спектральные линии наблюдались при анализе сейсмических сигналов в районе вулкана Эльбрус, представляющих собой отклики на удаленные землетрясения. Эти линии можно было бы связать с резонансами неоднородных структур под Эльбрусом. Однако оценки показывают, что даже наличие магматического очага, содержащего расплавленные породы, не создает отражающих границ с достаточным “контрастом” по импедансу  $\rho c_l$ , где  $\rho$  – плотность среды,  $c_l$  – скорость распространения продольных волн. Вместе с тем, сильный кон-

траст возникает для поперечных волн в окрестности точки плавления, в которой модуль сдвига  $\mu$  и, следовательно, скорость  $c_t$  обращаются в ноль. Эта особенность может заметно повлиять на поведение не только поперечных, но и продольных волн.

Наглядным примером такого влияния может служить известный результат линейной динамической теории упругости [9]. Если в среде с малым значением модуля сдвига  $\mu$  колеблется сферическая полость радиуса  $R$ , ее собственная частота  $\omega_0$  и коэффициент затухания  $\delta$  равны

$$\omega_0 = \frac{2c_t}{R}, \quad \delta = \frac{2c_t^2}{c_l R}. \quad (1)$$

Интересно, что длина излучаемой продольной волны

$$\lambda_l = \pi \frac{c_l}{c_t} R \gg R \quad (2)$$

оказывается много большей радиуса колеблющейся полости. Такое соотношение  $\lambda_l/R \gg 1$  характерно для сосредоточенных систем или резонаторов типа Гельмгольца, где колеблющаяся масса велика, а упругость мала. Затухание осцилляций за период равно  $2\pi\delta/\omega_0 \ll 1$ . Это означает, что колебания полости затухают медленно, теряя свою энергию на излучение продольных волн. Добротность колебания, определяющая относительную ширину спектральной линии частотного отклика

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{c_l}{2c_t} \gg 1, \quad (3)$$

велика. С одной стороны, это означает, что спектральная линия отклика весьма узкая. С другой стороны, падающий сигнал на частоте  $\omega_0$  будет усиливаться полостью в  $Q$  раз, что приведет к заметному подчеркиванию компоненты  $\omega_0$  в спектре рассеянного поля.

В реальных условиях необходимо учитывать потери на частотно-зависимое трение при сдвиговых деформациях среды. Кроме того, нужно уметь рассчитывать отклик на падающий импульсный или шумоподобный сигнал с широким частотным спектром. Наконец, при сильных деформациях требуется решать задачу в нелинейной постановке.

Для построения динамической модели пористой среды, температура которой близка к точке плавления, рассмотрим базовую задачу о нелинейных колебаниях одиночной сферической полости.

Сплошную среду, окружающую полость, будем рассматривать как сильно вязкую изотропную жидкость, модуль сдвига  $\mu$  которой зависит от предыстории локального нагружения. Связь между тензорами деформаций  $u_{ik}$  и напряжений

$\sigma_{ik}$  в такой среде при сдвиговых деформациях дается соотношением

$$\begin{aligned} \sigma_{ik} &= 2\mu \int_{-\infty}^t \frac{\partial u_{ik}}{\partial t'} \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) dt' = \\ &= 2\mu \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} u_{ik}(t-\xi) \exp\left(-\frac{\xi}{\tau}\right) d\xi. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\tau$  – время релаксации, которое зависит от температуры; чем она выше, тем время релаксации, вообще говоря, меньше. Процесс приближения к равновесному состоянию может происходить не по экспоненциальному, а по более сложному закону. В этом случае ядро под интегралом (4) следует заменить на функцию  $G(\xi/\tau)$  более сложного вида. Если  $\omega\tau \gg 1$ , где  $\omega$  – частота падающей волны, интегральное соотношение (4) представимо в виде ряда по степеням  $1/\tau$ :

$$\sigma_{ik} \approx 2\mu u_{ik} - \frac{2\mu}{\tau} \int_0^{\infty} u_{ik}(t-\xi) d\xi. \quad (5)$$

В противоположном пределе низких частот или малых времен релаксации можно использовать разложение по степеням  $\tau$ :

$$\sigma_{ik} \approx 2\mu\tau \frac{du_{ik}}{dt} - 2\mu\tau^2 \frac{d^2 u_{ik}}{dt^2}. \quad (6)$$

Первый (главный) член в разложении (6) означает, что в предельном случае  $\omega\tau \ll 1$  среда ведет себя как жидкость, сдвиговая вязкость которой есть произведение модуля сдвиговой упругости на время релаксации:  $\eta = \mu\tau$ .

В дальнейшем мы будем считать, что модуль сдвига мал по сравнению с модулем всестороннего сжатия, то есть  $\mu \ll K$ . В этом случае волновое уравнение для данной среды примет вид

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = c_l^2 \nabla \operatorname{div} \mathbf{U} + c_t^2 \Delta \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} G\left(\frac{\xi}{\tau}\right) \mathbf{U}(\mathbf{r}, t-\xi) d\xi. \quad (7)$$

Рассмотрим теперь в этой среде полость сферической формы, совершающую радиально-симметричные колебания, возбуждаемые давлением падающей волны. Считаем, что в полости находится сжимаемый газ. Запишем граничное условие на поверхности  $r = R$ , приравняв компоненты тензора напряжений  $\sigma_{rr}$  по обе стороны от границы:

$$\begin{aligned} \frac{P(t)}{\rho_0} &= \frac{p(t)}{\rho_0} - c_l^2 \left( \frac{\partial U}{\partial r} + U \right) - \\ &- 2c_t^2 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} G\left(\frac{\xi}{\tau}\right) \frac{\partial U(t-\xi)}{\partial r} d\xi. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $P(t)$  – внешнее давление падающей волны,  $p(t)$  – давление газа в полости,  $U$  – радиальная компонента скорости. В процессе колебаний полость излучает расходящуюся сферическую волну, потенциал которой  $\Phi$  должен удовлетворять волновому уравнению и описываться функцией

$$\Phi(r, t) = \frac{1}{r} \Phi\left(t - \frac{r-R}{c_l}\right), \quad U = \frac{\partial \Phi}{\partial r}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8) и полагая  $r = R$ , приведем соотношение (8) к виду

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Phi}{dt^2} + 2 \frac{c_l^2}{c_l^2} \frac{d}{dt} \int_0^{\infty} G\left(\frac{\xi}{\tau}\right) \widehat{L} \Phi(t-\xi) d\xi - \\ - \frac{R}{\rho_0} p(t) = - \frac{R}{\rho_0} P(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь для сокращения записи использовано следующее обозначение для дифференциального оператора:

$$\widehat{L} = \frac{d^2}{dt^2} + 2 \frac{c_l}{R} \frac{d}{dt} + 2 \frac{c_l^2}{R^2}. \quad (11)$$

Внутреннее давление газа изменяется в процессе колебаний сферической полости, сопровождающихся изменением ее объема. Давление также удается выразить через потенциал:

$$\begin{aligned} -p(t) &= \frac{3c_g^2 \rho_g}{c_l R^2} \left( \frac{d\Phi}{dt} + \frac{c_l}{R} \Phi \right) + \\ &+ (\varepsilon - 1) \frac{c_g^2}{\rho_g} \left[ \frac{3\rho_g}{c_l R^2} \left( \frac{d\Phi}{dt} + \frac{c_l}{R} \Phi \right) \right]^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь  $c_g$  и  $\rho_g$  – скорость звука в газе и его плотность,  $\varepsilon$  – нелинейный параметр [10], который для уравнения состояния в виде адиабаты равен  $(\gamma + 1)/2$ , где  $\gamma = c_p/c_v$  – отношение теплоемкостей, измеренных при постоянном давлении  $c_p$  и объеме  $c_v$ .

С учетом связи (12) уравнение колебаний (10) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Phi}{dt^2} + \frac{4c_l^2}{c_l R} \left[ 1 + \frac{R}{2c_l} G'(0) + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0} \right] \frac{d\Phi}{dt} + \\ + \frac{4c_l^2}{R^2} \left[ 1 + \frac{R}{c_l} G'(0) + \frac{R^2}{2c_l^2} G''(0) + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0} \right] \Phi + \\ + (\varepsilon - 1) \frac{9}{R^3} \frac{c_g^2 \rho_g}{c_l^2 \rho_0} \left( \frac{d\Phi}{dt} + \frac{c_l}{R} \Phi \right)^2 + \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{4c_l^2}{R^2} \int_0^\infty \left[ G\left(\frac{\xi}{\tau}\right) + \frac{R}{c_l} G''\left(\frac{\xi}{\tau}\right) + \frac{R^2}{2c_l^2} G'''\left(\frac{\xi}{\tau}\right) \right] \Phi(t - \xi) d\xi = \\
 & = -\frac{R}{\rho_0} P(t).
 \end{aligned}$$

Рассмотрим вначале простейший частный случай, пренебрегая влиянием нелинейности и запаздыванием внутренних процессов в среде, то есть положим  $\varepsilon = 1$ ,  $\tau \rightarrow \infty$ . При этом уравнение (10) примет вид

$$\begin{aligned}
 & \frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{4c_l^2}{c_l R} \left[ 1 + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0} \right] \frac{d\Phi}{dt} + \\
 & + \frac{4c_l^2}{R^2} \left[ 1 + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0} \right] \Phi = -\frac{R}{\rho_0} P(t).
 \end{aligned} \quad (14)$$

Как следует из структуры уравнения (14), собственная частота колебаний и их затухание даются выражениями

$$\omega_0 = \frac{2c_l}{R} \left[ 1 + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0} \right]^{1/2}, \quad \delta = \frac{2c_l^2}{c_l R} \left[ 1 + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0} \right]. \quad (15)$$

Добротность колебательной системы (14) равна

$$Q = \frac{c_l}{2c_l} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0}}}. \quad (16)$$

Формулы (15) были получены ранее в работе [11]. Заметим, что они существенно отличаются от хорошо известных выражений (4), поскольку наряду со сдвиговой упругостью среды учитывают упругость находящегося внутри сферической оболочки газа. Когда среда плавится и превращается в жидкость,  $c_l \rightarrow 0$ , первая из формул (15) переходит в известную формулу Миннаэрта для резонансной частоты колебаний газового пузырька в жидкости [12]. Добротность (16), в отличие от (6), не содержит особенности при  $c_l \rightarrow 0$ . Величина  $Q$  во всех случаях достаточно велика; она достигает максимального значения, равного

$$Q = \frac{c_l}{c_g} \sqrt{\frac{\rho_0}{3\rho_g}}, \quad (17)$$

при обращении в ноль сдвигового модуля упругости среды.

Нам не удалось найти достоверных современных данных по температурным зависимостям сдвиговой упругости или скорости распространения поперечных волн в окрестности температуры плавления магматических пород. Как показано в фундаментальной работе [13], сдвиговая упру-

гость поликристаллических материалов может заметно падать уже при температурах, гораздо ниже температуры плавления. Для грубых оценок примем, что  $c_l \approx c_g = 300$  м/с,  $\rho_0/\rho_g = 3000$ . Из формулы (15) при этом следует  $Rf_0 \approx 100$  м/с, то есть для частот порядка 0.1 Гц радиус полости должен быть порядка 1 км, а добротность (17) оказывается равной 7.5. С уменьшением сдвиговой упругости (или ростом температуры) размер полости, соответствующей собственной частоте 0.1 Гц, уменьшается, а добротность растет.

Рассмотрим теперь важный предельный случай низкочастотных колебаний, когда характерное время изменения объема полости велико по сравнению со временем протекания релаксационных процессов в сильно вязкой среде:  $\omega\tau \ll 1$ . В этом случае уравнение колебаний (13) примет вид:

$$\begin{aligned}
 & \frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{4(c_l\tau)}{\tau} \frac{\left(\frac{c_l}{R}\right)^2 \left(\frac{c_l\tau}{R}\right) + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0}}{1 + \left(\frac{c_l}{c_l}\right)^2 \left(\frac{c_l\tau}{R}\right)} \frac{d\Phi}{dt} + \\
 & + \frac{3}{\tau^2} \frac{\left(\frac{c_l\tau}{R}\right)^2 \frac{c_g^2 \rho_g}{c_l^2 \rho_0}}{1 + \left(\frac{c_l}{c_l}\right)^2 \left(\frac{c_l\tau}{R}\right)} \Phi = -\frac{R}{\rho_0} P(t).
 \end{aligned} \quad (18)$$

Заметим, что в уравнении (18) отброшен член с третьей производной, при которой стоит очень малый (в рассматриваемом приближении) коэффициент  $(c_l/c_l)^2 \omega\tau$ . Добротность, отвечающая осциллятору (18), равна

$$Q = \frac{\sqrt{3} \sqrt{\frac{c_g^2 \rho_g}{c_l^2 \rho_0}} \sqrt{1 + \left(\frac{c_l}{c_l}\right)^2 \left(\frac{c_l\tau}{R}\right)}}{4 \left(\frac{c_l}{c_l}\right)^2 \left(\frac{c_l\tau}{R}\right) + \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0}}. \quad (19)$$

Поскольку данных по измерениям сдвиговой упругости и времени релаксации мало, воспользуемся формулой  $\eta = \mu\tau$  или  $c_l^2 = \eta/\tau\rho_0$ . При этом собственная частота и добротность запишутся так:

$$\begin{aligned}
 & \omega_0 = \sqrt{3} \frac{c_g}{R} \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_0}} \left( 1 + \frac{\eta}{\rho_0 c_l R} \right)^{1/2}, \\
 & Q = \frac{\sqrt{3} \sqrt{\frac{c_g^2 \rho_g}{c_l^2 \rho_0}} \sqrt{1 + \frac{\eta}{\rho_0 c_l R}}}{4 \frac{3c_g^2 \rho_g}{4c_l^2 \rho_0} + \frac{\eta}{\rho_0 c_l R}}.
 \end{aligned} \quad (20)$$

Для оценок по формулам (20) необходимо иметь численные значения для сдвиговой вязкос-

ти. Как показано в работе [14], результаты недавних измерений противоречат принятым представлениям о повышении вязкости с ростом давления. Для базальтовых лав при небольших давлениях справедлива эмпирическая формула [15]

$$\eta = \eta_0 \exp(b/T), \quad (21)$$

где константы  $\eta_0$ ,  $b$  изменяются в пределах от 1.3 до 6 Пз и от 2.65 до 2.73 К соответственно. Нетрудно видеть, что вблизи температуры плавления базальта 1150 К вязкость имеет порядок  $10^4$ – $10^5$  Пз и в формулах (20) для радиусов полости больших 1 см, вязкостью можно пренебречь. Для более вязких расплавов этого делать нельзя.

Оценка (20) радиуса резонансной полости для частоты 0.1 Гц и значениях параметров среды, использованных выше при оценках по формулам (15), (16), дает величину порядка 20 м.

Можно представить себе иную ситуацию, когда в расплавленной магме совершает колебания не одиночная полость, а протяженная область с повышенным содержанием газа. При этом плотность этой области будет несколько меньшей, чем в отсутствие летучих, но скорость продольных волн может упасть очень заметно. Примером может служить вода с пузырьками газа, скорость звука в которой может упасть до значений 30–40 м/с, значительно меньших скорости звука как в чистой воде, так и в чистом газе. Полагая в формуле (20)  $\rho_g/\rho_0 = 1$ ,  $c_g = 100$  м/с, оценим радиус газонасыщенной области, резонирующей на частоте 0.1 Гц, величиной порядка 300 м.

Если существует геологическая структура, содержащая сильно вязкую жидкость с полостями, наполненными газами (например, магматическая камера вулкана или очаг грязевого гейзера), с повышением температуры должно происходить уменьшение двух параметров: времени релаксации  $\tau$  и скорости распространения сдвиговых волн  $c_s$ , а также рост размера  $R$  газосодержащей полости. Все три тенденции ведут к возрастанию добротности (20) и, следовательно, к повышению интенсивности рассеянного поля на низких частотах, отвечающих резонансам колебательной системы (18). В тех случаях, когда падающая волна является сильной или же продолжительность воздействия на высокодобротную резонансную структуру достаточна для накопления в полости значительной энергии, возможно появление нелинейного отклика на высших гармониках и комбинационных частотах, описываемого нелинейными членами в уравнении (13). Во всех случаях возрастание отклика структуры, появление в спектре рассеянного сигнала резонансных выбросов и обогащение спектра гармониками должны свидетельствовать о повышении температуры, связанной с ростом активности геологических процессов.

Линейный отклик полости рассчитывается по известным формулам В частных случаях, для моделей (14) и (18), потенциал скорости излучаемой волны описывается выражением

$$\Phi(t) = -\frac{R}{\rho_0} \int_0^\infty P(t-\xi) \exp(-\delta\xi) \frac{\sin(\xi\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2})}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} d\xi. \quad (22)$$

Если падающая волна может рассматриваться как стационарный шум, корреляционная функция рассеянного сигнала будет равна

$$\begin{aligned} B(t = t_1 - t_2) &= \langle \Phi(t_1)\Phi(t_2) \rangle = \\ &= \int_{-\infty}^\infty S_P(\omega) |K(\omega)|^2 \exp(-i\omega t) d\omega, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $S_P(\omega)$  – спектр интенсивности падающего шума  $P(t)$ ,  $K(\omega)$  – комплексная передаточная функция системы. В частности, для (14) и (18)

$$|K(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}. \quad (24)$$

Для сосредоточенной системы, движение которой описывается линеаризованным уравнением (13), нетрудно получить обобщение выражения (24) и рассчитать линейный спектральный отклик

$$\begin{aligned} S_\Phi(\omega) &= S_P(\omega) |K(\omega)|^2, \\ S_\Phi(\omega) &= \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \Phi(t) \exp(-i\omega t) dt \right|^2. \end{aligned} \quad (25)$$

При наличии слабой нелинейности отклик также рассчитывается аналитически. В более сложных случаях, когда вклад нелинейных эффектов сравним по величине с линейным откликом, необходимо прибегнуть к численному моделированию. Эти данные будут опубликованы позднее. Кроме того, представляется важным провести обобщение представленных здесь результатов на среды, содержащие распределенные по объему полости различных размеров.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 02-02-16100-а и 03-05-64020-а), Программы 13 Президиума РАН (проект 1.4) и Фонда содействия отечественной науке.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нечаев Ю.В., Собисевич А.Л. Космические технологии в задачах механико-математического моделирования внутреннего строения геофизической среды. Третий Международный аэрокосмический Конгресс IAC' 2000: Сборник тезисов, Москва, 23–27 августа 2000 г. С. 293–294.

2. Авдулов М.В. Строение земной коры по данным гравиметрии на Центральном Кавказе. // Сов. геология. 1963. № 9. С. 73–89.
3. Авдулов М.В. О геологической природе гравитационной аномалии Эльбруса // Изв. АН СССР. Сер. геол. 1962. № 9. С. 67–74.
4. Рогожин Е.А., Собисевич Л.Е., Нечаев Ю.В., Собисевич А.Л., Богатиков О.А., Гурбанов А.Г., Коваленко В.И., Газеев В.М., Поляк Б.Г., Покровский Б.Г., Лаврушин В.Ю., Куликов В.И., Мелекесцев И.В., Кащук Д.Г., Миллюков В.К., Копеев А.В. Геодинамика, сейсмотектоника и вулканизм Северного Кавказа (под ред. академика Лаверова Н.П.). М.: ОИФЗ РАН, 2001. 336 с.
5. Собисевич Л.Е., Нечаев Ю.В., Собисевич А.Л., Богатиков О.А., Гурбанов А.Г., Миллюков В.К., Копеев А.В., Куликов В.И., Гончаров А.И., Лаврушин В.Ю. Мониторинг магматических структур вулкана Эльбрус (под редакцией академика Лаверова Н.П.). М.: ОИФЗ РАН, Москва. 2001. 192 с.
6. Миллюков В.К., Кравчук В.К. Наблюдения спектра деформаций Земли лазерным интерферометром-деформографом. Вестник МГУ, Физ., Астр. 1996. № 2. С. 73–78.
7. Миллюков В.К., Руденко В.Н., Клячко Б.С., Карт А.М., Мясников А.В. Широкополосный лазерный интерферометр для мониторинга деформаций Земли. Известия академии наук, серия Физическая. 1999. Т. 63. № 6. С. 1192–1197.
8. Собисевич Л.Е., Миллюков В.К., Собисевич А.Л. Механико-математический мониторинг магматических структур вулкана Эльбрус // В кн. Современные математические и геологические модели в задачах прикладной геофизики / Под редакцией академика В.Н. Страхова. М.: ОИФЗ РАН, 2001. С. 223–248.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 247 с.
10. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.
11. Алексеев В.Н., Рыбак С.А. Колебания газовых пузырьков в упругих средах // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 5. С. 603–609.
12. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.
13. Жарков В.Н. Вязкость недр Земли // Труды ИФЗ АН СССР. 1960. № 11. С. 36–60.
14. Минеев В.Н., Фунтиков А.И. Об измерении вязкости расплавов металлов при высоких давлениях и расчетах вязкости применительно к ядру Земли // Успехи физических наук. 2004. Т. 174. № 7. С. 727–742.
15. Шейдеггер А.Е. Физические аспекты природных катастроф. М.: Недра, 1981.

---

Сдано в набор 29.03.2005 г.

Подписано к печати 01.07.2005 г.

Формат бумаги 60 × 88<sup>1</sup>/<sub>8</sub>

Цифровая печать

Усл. печ. л. 22.0

Усл. кр.-отт. 4.8 тыс.

Уч.-пзд. л. 22.0

Бум. л. 11.0

Тираж 214 экз.

Зак. 610

---

Учредитель: Российская академия наук

---

Адрес издателя: 117997, Москва, Профсоюзная ул., 90

Оригинал-макет подготовлен МАИК “Наука/Интерпериодика”

Отпечатано в ППП “Типография “Наука”, 121099, Москва, Шубинский пер., 6